

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

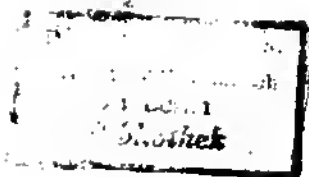
ANNEE MDCCXLVII.



A B E R L I N.
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCXLIX.

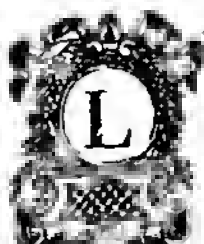
Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis
Président.



HISTOIRE DE L'ACADEMIE

POUR L'ANNÉE MDCCXLVII



Academie, continuant à éprouver les effets de la protection de son Souverain, s'est efforcée d'y répondre par son zele, & par son assiduité aux travaux dont elle fait son objet. Ses Assemblées publiques ont été fort brillantes; on y a vu, non seulement les Personnes les plus distinguées de la Cour, les Ministres Etrangers, en un mot tout ce que Berlin renferme de plus qualifié, mais elles ont été honorées de la présence des Princes & Princesse, Freres & Soeur du Roi, & des Margrawes. De pareils témoignages de bienveillance sont également honorables, & pour ceux qui les reçoivent, & pour ceux qui les accordent.

On a frappé dans le cours de cette année une Médaille pour le Prix que l'Academie distribue tous les ans. Elle est du poids de cinquante Ducats, & le burin du célèbre Chevalier *Hedelinger* en augmente encore le Prix. On voit d'un côté le Buste du Roi, avec cette Legende,



FRIDERICUS REX ACADEMIÆ PROTECTOR.

MDCCXLVII.

& au revers, ces paroles renfermées dans une couronne de Laurier;

SCIENTIARUM ET LITTERARUM
INCREMENTO.

La Médaille de la Réformation de la Justice, & l'Inscription de l'Hotel des Invalides, doivent aussi trouver place ici, les idées en ayant été fournies par M. le President *de Mauperruis*.

La premiere présente d'un coté le Buste de Roi, autour duquel on lit,

FREDERICUS BORUSSORUM REX.

Au revers est la Justice, qui tient en main sa Balance, dont les Bassins sont fort inégaux. Le Roi appuye son Sceptre sur l'un des Bassins. afin de le ramener au niveau de l'autre; & pour Legende,

EMENDATO JURE.

L'Hotel des Invalides, Batiment digne de l'humanité & de la générosité de son Fondateur, a sur son grand Portail cette Inscription,

LÆSO ET INVICTO MILITI.

Nous nous étendrions davantage sur les heureux progrès que fait tous les jours notre Academie, si l'excellent morceau de Poësie, que nous allons placer ici, n'en présentoit une Image, fort au dessus de celle que nous serions en état de tracer.



*Schlesien fec.
Berolini
1749.*

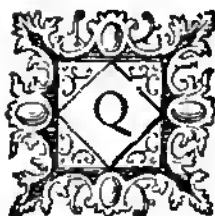
❧ 5 ❧

LE RENOUVELLEMENT

DE

L'ACADEMIE DES SCIENCES.

O D E.



*ue vois-je ! Quel Spectacle ! Oh ! ma chère Patrie !
 Enfin voici l'Epoque où naîtront tes beaux jours,
 L'ignorant Préjugé, l'Erreur, la Barbarie,
 Chassés de tes Palais, s'eclipsent pour toujours ;
 Les beaux Arts sont vainqueurs de leur sombre Rivale ;
 Je vois de leurs Heros la Pompe Triomphale ;
 Dans leurs mains les Lauriers, les Lyres, les Compas :
 La Vérité, la Gloire
 Au Temple de Mémoire
 Accompagnent leurs pas.*

❧ ❧ ❧

*Sur le vieux Monument d'un ruineux Portique ,
 Abattu par le tems & la grossièreté ,
 S'élève élégamment un Temple magnifique
 Au Culte d'Appollon & de la Vérité :
 Consacrant leurs Autels , la modeste Science ,
 Qui suit en tâtonnant la sage Experience ,
 Du butin de l'erreur ose les décorer ;
 L'Invention hardie ,
 L'adroite Analogie ,
 Achevent de l'orner.*





*Sont le Regne honteux de l'aveugle Ignorance,
La Terre étoit en proie à la Stupidité;
Ses tyranniques fers chargeoient, pleins d'insolence,
Les membres engourdis de la simplicité.
L'Homme étoit ombrageux, crédule, errant, timide.
La Vérité parut, & lui servit d'Egide.
Il secoua le joug des paniques terreurs.
Sa main brisa l'Idole,
Dont le Culte frivole
Nourrissoit ses erreurs.*



*Sur la profonde mer, où navigue le Sage,
De sa foible Raison uniquement muni,
Le Ciel n'a point de borne, & l'eau point de rivage;
Il est environné par l'immense Infini.
Sans cesse retenu, lorsqu'il prétend comprendre,
Trop petit pour monter, & trop grand pour descendre,
L'un offusque ses yeux, l'autre échape à ses sens;
Mais l'obstacle l'invite,
Et la Gloire l'excite
À des travaux constants.*



*Par un dernier effort, la raison fit paroître
Ces sublimes Devins des mysteres des Dieux;
Ils sont nos Précepteurs, nos Guides & nos Maîtres,
Ils éclairent la Terre, ils lisent dans les Cieux:
Les Astres sont suivis dans leur oblique Course;
Les Torrens découverts dans leur subtile source;
Ils devinent les vents, ils ont pesé les airs,
Ils domptent la nature,
Et fixent la figure
De ce vaste Univers.*





*L'un par un Prisme adroit, & d'une main savante,
 Détache le brillant, l'azur, & le rubis,
 Qu'assemble des rayons la gerbe étincelante,
 Dont Phoebus de son trône eclaire le pourpris;
 L'autre, scalpel en main, d'un corps qu'il décompose,
 D'un nerf ramifié, suit & saisit la cause,
 Du sang en cent Canaux indique le Courant;
 Et tel d'un bras magique
 Vous touche, & communique
 L'Electrique Volean.*



*Enfin je l'apperçois, auguste Sanctuaire,
 Où Minerve reçoit les Enfans d'Apollon;
 Les Filles de Mémoire y sont avec leur Père:
 J'y vois Virgile, Horace avec Anacréon.
 L'Imagination pétillante & fleurie
 Les graces, le bon goût, la fine flatterie,
 Dispensent de ces lieux leurs faveurs aux mortels,
 Ecrivent dans leurs Fastes,
 De leurs mains toujours chastes,
 Quelques noms immortels.*



*Tel, au faite brillant de la voûte azurée,
 Nous peint-on de cent Dieux l'assemblage divers;
 La Nature est soumise à leur troupe sacrée,
 Ils gouvernent les Cieux, le Monde & les Enfers:
 Unis, mais divisés, chacun a son partage:
 Aux flammes de l'Etna Vulcain forge l'orage,
 Eole excite en l'air les Aquilons mutins;
 Tandis que Polymnie
 Par sa douce Harmonie
 Appaise les Destins.*

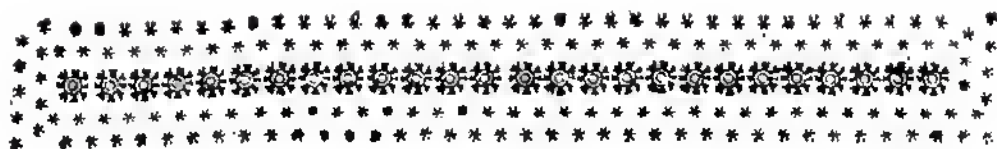


*Tels brillent en ces lieux, ces Oracles, ces Sages,
 (Dans leur celeste Cour les Dieux en sont jaloux;)
 Agens des Vérités, dans leurs Aréopages,
 Les préjugés captifs rampent à leurs genoux;
 Leur esprit pénétrant, leur vaste intelligence,
 Asservit en détail cet Univers immense.
 Tandis que Prométhée excite leurs talens,
 Muse, accordons la lyre,
 Et chansons leur Empire,
 Par nos foibles accens.*



*Fleurissez, Arts charmants; que les eaux du Padole
 Arrosent désormais vos immortels Lauriers!
 C'est à vous de régner au haut du Capitole;
 C'est au Monde enchanté de tomber à vos pieds.
 J'entens de vos Concerts la divine Harmonie,
 Le Chant de Melpomene, Et la voix d'Uranie:
 La crainte fit les Dieux, la force fit les Rois:
 Le Charme qui m'enchanté,
 M'entraîne par sa pente,
 Sous vos suprémes Loix.*





ELOGE

DU

GÉNÉRAL DE GOLTZE.



Georg Conrad, Baron de Goltze, Général Major des Armées du Roi, Commandant des Gens d'Armes, Commissaire Général de Guerre, Drossard de Cottbus, de Peitz, & d'Aschersleben, Chevalier de l'Ordre de St. Jean, Seigneur de Kutlau, Neucrantz, Melentin, Henrisdorff, Pepau, Blumenwerder, Larisch & Langenhoff, né à Parfaw en Poméranie, l'an 1704. de Henning Bernard, Baron de Goltze, Capitaine de Cavalerie, au service de Pologne, & de Marie Catherine de Heidebrecht. Il fit ses Humanités aux Jésuites de Thorn, d'où il passa à l'Université de Halle, où il acheva de se perfectionner dans l'étude, & d'acquies les connoissances qui conviennent à un jeune homme de Condition, que ses Parens destinent aux affaires.

Il fut attiré l'année 1725. au service du Roi de Pologne, par son Oncle, le Comte de Manteuffel, qui étoit Ministre d'Etat. Monsieur de Goltze fut envoyé en France l'année 1727. avec le Comte de Hoim en qualité de Conseiller d'Ambassade. Deux ans après il fut rappelé en Saxe, où il devint Conseiller de Légation actuel, & reçut en même tems la Clef de Chambellan.

Les cabales d'une Cour remplie d'intrigues, renversèrent son Protecteur, & ébranlèrent sa fortune naissante. Monsieur de Goltze fut bientôt dégouté de la carrière épineuse dans laquelle il s'étoit engagé; il ne voyoit devant lui que des chûtes célèbres, & des passages rapides du comble de la faveur à la disgrâce & à l'oubli; il renonça à la Politique, & quittant le service de Saxe, il choisit une Profession, où il fust d'être honnête homme pour faire son chemin.

La réputation des Troupes Prussiennes, & l'amour de la Patrie, l'engagèrent à préférer ce Service à tout autre. Ce fut l'année 1730. qu'il reçut une Compagnie de Dragons dans le Regiment de Bareuth. Ce n'étoit pas alors une chose facile de passer d'un autre service dans celui de Prusse, & il falloit avoir un mérite reconnu pour être reçu. M. de Goltze justifia bien la bonne opinion qu'on avoit de lui. Doué d'un Génie heureux, & de toutes sortes de talens, il ne dépendoit que de lui d'être tout ce qu'il vouloit, & d'exceller en chaque genre. A peine fut-il Officier, qu'il surpassa tous ceux de son Régiment en exactitude & en vigilance, & il parvint par son application à une connoissance si parfaite de son métier, qu'on jugea d'abord par ces commencemens de ce qu'il seroit un jour. Ulysse reconnut ainsi Achille, en lui présentant des Armes.

Le Génie de M. de Goltze n'avoit pas échappé au feu Roi, qui se connoissoit bien en hommes; il l'envoya à Vatsovie l'année 1733. lorsque la mort d'Auguste, Roi de Pologne, ouvroit un vaste Champ aux Intrigues, aux Partis, & aux Dissensions de cette République, qui étoit agitée par les mouvemens que se donnoient les Puissances de l'Europe pour l'Élection d'un nouveau Roi.

M. de Goltze connoissoit non seulement les intérêts de toutes les grandes familles de ce Royaume, il avoit de plus une perception vive, & cet heureux talent de démêler d'abord la vérité, de la vraisemblance. Ses relations prognostiquèrent exactement les desseins de la Pologne, il lut l'avenir dans les causes présentes, & s'acquitta de sa Commission avec tant de dextérité, que l'estime que le feu Roi avoit pour lui, en augmenta encore.

Le Roi ne pouvoit lui en donner des marques plus agréables, qu'en lui faisant naître des occasions où il pouvoit se distinguer. Il le choisit pour faire la Campagne du Rhin en 1734. avec les 10000. Prussiens qui y servirent dans les Armées de l'Empereur. Cette Campagne stérile en grands événemens, trompa l'attente de ce jeune courage, qui bruloit de se distinguer. Les bons esprits savent tirer parti de tout. M. de Goltze étudia l'arrangement des subsistances, & dans peu il fut supérieur à ses Maîtres.

La Campagne suivante, le Roi le plaça comme Lieutenant Colonel dans le Regiment de Cosel; mais la paix qui survint immédiatement après, ramena M. de Goltze de la pratique de la Guerre à la simple Théorie; il retourna en Prusse avec son Regiment, où il reprit son ancienne étude, c'est à dire, celle des Belles Lettres; étude si utile à ceux qui se vouënt aux armes, que la plupart des Grands Capitaines y ont consacré leurs heures de loisir.

En 1740. après la mort de Frédéric Guillaume, le Roi appella M. de Goltze pour l'attacher à sa personne; la Guerre de Silésie qui survint alors, fournit au Militaire les plus belles occasions de se distinguer. Mr. de Goltze dressa la Capitulation de Breslau, il fut dépêché au Prince Léopold d'Anhalt avec ordre de donner l'assaut à la ville de Glogau. Il fut même des premiers qui escaladèrent les remparts, & après en avoir donné la nouvelle au Roi, il eut commission de hâter la Marche de 14. Escadrons qui devoient joindre l'armée, & qui n'arrivèrent qu'à la fin de la Bataille de Mollwitz. M. de Goltze s'en servit à poursuivre les ennemis dans leur fuite.

Ces services lui valurent la Seigneurie de Kutlau, dont le fief étoit venu à vaquer. Mais M. de Goltze, sensible aux bontés du Roi, préféroit l'avantage de lui être utile, à celui d'être récompensé. Laborieux comme il l'étoit, il ne pouvoit pas manquer d'occasion, pour satisfaire une aussi noble passion.

C'est sur tout à la guerre que l'on reconnoit le prix de l'activité & de la vigilance. C'est là que la faveur se taît devant le mérite, que les talens éclipsent la présomption, & que le bien des Affaires exige un choix sur & judicieux des personnes qui sont les plus em-

ployées. Car combien de ressorts ne faut-il pas faire jouer ensemble, pour entretenir, pour faire subsister, & pour mettre en action ces Armées nombreuses, que l'on assemble de nos jours? Ce sont des Emigrations de peuples qui voyagent en faisant des conquêtes, mais dont les besoins, qui se renouvellent tous les jours, veulent être satisfaits régulièrement: Ce sont des Nations entières & ambulantes, qu'il est plus difficile de défendre contre la faim, que contre leurs ennemis. Le dessein du Général se trouve par conséquent enchainé à la partie des subsistances, & ses plus grands projets se réduisent à des chimères héroïques, s'il n'a pas pourvû avant toutes choses aux moyens d'assurer les vivres. Celui auquel il confie cet Emploi, devient en même tems le dépositaire de son secret, & tient par là même à tout ce que la Guerre a de plus sublime, & l'Etat de plus important.

Mais quelle habileté ne faut-il pas dans ce poste, pour embrasser des objets aussi vastes; pour prévoir des incidens combinés, des cas fortuits, & pour prendre d'avance des mesures si exactes, qu'elles ne puissent être dérangées par aucune sorte de hazard? Quelles ressources dans l'esprit, & quelle attention ne faut-il pas, pour fournir en tous lieux & en tout tems le nécessaire, & le superflu, à une multitude composée de Gens inquiets, impatiens, & insatiables? Tous ces talens divers, & toutes ces heureuses dispositions, se trouvoient réunis en la personne de M. de Goltze. Le Roi lui confia l'Intendance de son armée; & ce qui est plus remarquable encore, c'est que tout le monde applaudit à ce choix.

M. de Goltze étoit comme le Protée de la Fable; dans cette seule Campagne, il fit le service d'Aide de Camp, de Général, d'Intendant, & même de Négociateur. Il fut chargé d'une Commission importante & secrète, dont le Public n'a jamais eû une entière connoissance; mais ce que le Public n'ignoroit pas, c'est qu'il passoit d'un emploi à l'autre, sans qu'on s'apperçut qu'il changeoit de travail, s'acquittant toujours également bien de celui qu'il faisoit.

L'année 1742. il suivit le Roi en Boheme, & il donna des marques de sa capacité à la Bataille de Czaslau, qui firent juger aux
Con-

Connoisseurs, que son génie lui tenoit lieu d'expérience. Il devint Colonel à la fin de la Campagne, & reçut en même tems le Commandement des Gens-d'Armes.

La paix de Breslau, qui fut une suite de cette Victoire, le ramena à Berlin, où, au renouvellement de l'Académie Royale des Sciences, il en fut élu Membre honoraire. Il assista souvent à nos Assemblées, y apportant des connoissances si variées, & si étendues, qu'aucune des matières qui se traitoient, ne lui étoient étrangères, ou nouvelles.

Il devint Général Major en 1743., & les devoirs de son Etat nous l'enleverent l'année d'après, à l'occasion de la Guerre qui se ralluma de nouveau. M. de Goltze fut de toutes les expéditions de cette Campagne, & y fut utile en toutes; trouvant des ressources dans son intelligence pour la subsistance des troupes, là même où il paroïssoit que la famine devoit suspendre les hostilités.

Nous venons enfin à la plus belle Epoque de sa vie, je veux dire, la Campagne de l'année 1745; Campagne où il eut occasion de déployer toute l'étendue de sa capacité. Au commencement de cette année, le Roi lui communiqua le projet de sa Campagne, qui étoit de rendre la Guerre offensive, par le moyen d'une bataille, & de poursuivre les ennemis jusques dans leurs propres Provinces. Ce qui rendoit l'opération de M. de Goltze plus difficile, c'étoit l'incertitude du lieu par lequel l'ennemi feroit ses efforts, ce qui l'obligeoit à prendre des arrangemens doubles, tant vers les frontières de la Moravie, que vers celles de la Bohême.

Tout le monde sait que les Ennemis pénétrèrent en Silesie par la Bohême, & qu'à cette occasion se donna le 4. de Juin la Bataille de Friedberg. M. de Goltze combattit à la droite, à la tête de sa Brigade de Cavalerie, & fit des merveilles pendant la Bataille, & pendant la poursuite. A peine fut-il descendu de cheval, que, prenant la plume à la main, il donnoit cent ordres différens, pour arranger les Convois, qui devoient le même jour suivre l'Armée.

Les Prussiens poussèrent les Troupes de la Reine jusqu'au delà de Königsgrätz. Le Roi passa l'Elbe, & se campa au Village de Clum, qui est encore à un mille au delà. Ainsi les Prussiens étoient

à 10. Milles de leurs Magasins, ayant derrière eux une chaîne de montagnes qui les en séparoit, aucune rivière navigable pour s'en servir, & à l'entour de leur Camp, une contrée abandonnée de ses habitans, ce qui en faisoit un désert. M. de Goltze surmonta tous ces obstacles, & quoique les moindres subsistances se tirassent de la Silésie, personne ne s'aperçut de ces embarras, & l'Armée vécut dans l'abondance.

En examinant le nombre prodigieux de détails qu'entraînoit son emploi, on croiroit qu'un seul homme ne pourroit y suffire; mais M. de Goltze avoit ce talent particulier à César, il dictoit comme ce grand homme à 4. Secrétaires à la fois, conservant toujours la tête fraîche, malgré le poids des occupations les plus compliquées & les plus difficiles.

A peine M. de Goltze devint-il Commissaire Général, & Drosfard de Cottbus & de Peitz, qu'il en témoigna sa reconnoissance à son Maître, de la façon la plus noble qu'un sujet le puisse faire envers son Souverain, c'est à dire, par des services plus importants encore que ceux qu'il avoit rendus.

Des raisons politiques & militaires, engagèrent le Roi de se rapprocher des frontières de la Silésie; son Armée étoit affoiblie par 3. gros Détachemens, dont l'un avoit joint le vieux Prince d'Anhalt au Camp de Magdebourg; le second, sous le Général de Nassau, avoit repris la forteresse de Cosel, & le 3e. sous le Général Du Moulin occupoit les gorges des montagnes qui menent en Silésie, & par où les Convois arrivoient à l'Armée. Les Autrichiens jugeant ces circonstances favorables, vinrent de nuit, & se rangèrent à la droite de l'Armée du Roy, sur une Montagne qui ajoutoit à l'avantage du nombre qu'ils avoient, celui du terrain.

M. de Goltze, qui campoit à la droite, fut le premier qui avertit le Roi de l'arrivée des Ennemis. Aussi-tôt l'Armée prit les armes, & se mit en devoir de les attaquer. Dix Escadrons qui composoient la première Brigade, que commandoit M. de Goltze, & deux Escadrons de la seconde, avec 5 Bataillons de Grenadiers, étoient à peine en bataille, que M. de Goltze eut ordre de donner.



Il avoit devant lui 50. Escadrons des Troupes de la Reine, rangés en 3. Lignes sur la croupe d'une Montagne. Les attaquer, les enfoncer, & les disperser, fut pour lui l'ouvrage d'un moment. Cette Cavalerie débandée, & fugitive à travers des vallons, ne pût jamais se rallier, & l'Infanterie Prussienne trouva toutes les facilités pour emporter alors la batterie principale des Autrichiens. On étoit accoutumé d'exiger de M. de Goltze le double de ce qu'on demande aux autres; & comme si c'eût été trop peu de gagner une Bataille en un jour, on le détacha avec sa brigade, qui devenoit inutile à la droite, vers la gauche, où il combattit une seconde fois, avec le même succès que la première. Le Roi lui-même rendit le témoignage à ce Général qu'il avoit eû la plus grande part au gain de cette Bataille, où la Valeur suppléa au nombre, & l'Intelligence des Officiers aux dispositions, que le tems n'avoit pas permis de faire.

L'Armée entra ensuite dans ses quartiers de cantonnement en Silésie. Mais un nouvel orage s'éleva bientôt: les Ennemis de la Prusse, vaincus tant de fois, n'en étoient pas moins animés à notre perte. Ils méditoient de faire une irruption dans le Brandebourg, en traversant la Saxe: ce projet découvert demanda de nouvelles mesures, pour s'y opposer. M. de Goltze travailla aux arrangemens des subsistances, avec tout le zele d'un bon Patriote, & il surpassa dans cette occasion tout ce qu'il avoit fait d'utile en ce genre jusqu'alors. L'expédition de la Lusace fut une Marche continuelle, sans relâche, qui dura 8. jours pendant lesquels l'Armée fut abondamment pourvue. Il régla ensuite les contributions avec humanité & désintéressement, & revint à Berlin après la paix de Dresde, où il exerça ses talens à des vertus civiles, qui le rendoient aussi estimable qu'il l'étoit par les militaires.

Ce fut par les soins que se perfectionnerent les arrangemens de ces Magasins, qui préservent toutes les Provinces de la Domination Prussienne, des fléaux de la famine, & des suites encore plus funestes qu'elle attire après elle. Ce fut à ses bonnes dispositions que l'Oeconomie de l'Hôtel Royal des Invalides eut l'obligation de ses meilleurs réglemens; ce fut à son Industrie, qu'on dû le projet nouveau, pour les Caissions, les Fours & les Bateaux du Commissariat.

M. de

M. de Goltze ne perdoit jamais de vûë le bien de l'Etat; il dressa des Mémoires pour le défrichement des terres, pour saigner des Marais, pour établir de nouveaux Villages, pour proportionner des taxes, & pour réformer differens abus, sur les observations qu'il avoit faites, en parcourant les Provinces dans ses voyages; dont beaucoup devinrent d'une utilité réelle par leur exécution.

A la fin de 1746. il fut attaqué d'une espèce d'Asthme, que les Médecins, superficiels dans leurs conjectures, méprisèrent selon leur coutume. Au commencement de l'année 1747. son mal augmenta, & fut suivi d'un crachement de sang allés violent, par lequel on ne s'appergut que trop tard du danger qui le menaçoit. Le Roi l'avoit admis dans sa plus grande familiarité. Il aimoit sa Conversation, qui étoit toujours pleine de choses mêlées de connoissances agréables & de connoissances solides, passant des unes aux autres avec cette facilité qu'y apporte un esprit rempli d'amenités, & formé par un long usage du monde. Sa Majesté le vit souvent, & sur tout pendant les derniers jours de sa vie, pendant lesquels il conserva une présence d'esprit, & une fermeté admirable, dictant sa dernière volonté sans embarras, consolant ses Parens, & se préparant à la mort en Philosophe, qui soule à ses pieds les préjugés du Vulgaire, & dont la vie vertueuse & pure de crimes, ne lui donnoit lieu à aucune espèce de repentir.

Le Samedi 4. d'Août, il se trouva plus mal le matin que de son ordinaire, & sentant que sa fin approchoit, il eut la présence d'esprit d'ordonner, à son Valet de chambre de fermer la porte de l'appartement de son Epouse, qui étoit enceinte; il prit en même tems un crachement de sang, plus fort que ceux qu'il avoit eû jusqu'alors, pendant lequel il expira.

Il avoit épousé Charlotte Wilhelmine de Grebnitz, de laquelle il eut 3. fils & 3. filles qu'il laissa en bas âge; sans compter un fils posthume, dont sa femme accoucha peu de tems après sa mort.

M. de Goltze avoit toutes les qualités d'un homme aimable, & d'un homme utile. Son Esprit étoit juste & pénétrant, sa Mémoire vaste, & ses Connoissances aussi étendues que celles d'un homme de condition puissent l'être. Il fuyoit l'oïveté, & aimoit le travail avec
passion;

passion; son cœur étoit noble, toujours porté au bien, & son ame étoit si généreuse, qu'il secourut quantité de pauvres Officiers dans leurs besoins. En un mot, il étoit honnête homme, louange trop peu estimée de nos jours, & qui cependant contient en elle plus que toutes les autres. Il avoit dans ses moeurs cette simplicité, qui a si souvent été la compagne des Grands hommes. Sa modestie fut poussée au point qu'il ne voulut point être enterré avec cette pompe, par laquelle la vanité des vivans croit encore triompher des injures de la mort. Le Roi, pour honorer la mémoire d'un homme qui avoit rendu tant de services à l'Etat, & à la perte duquel il étoit si sensible, ordonna, par une distinction particulière, à tous les Officiers des Gens d'Armes d'en porter le duëil.

Il est vrai de dire qu'il étoit de ces Génies, dont il n'en faut que 3. ou 4. à la fois pour illustrer tout un Règne. Il vécut long tems, parce que toute sa vie se passa en Méditations, & en Actions; la mort l'empêcha de faire de plus grandes choses. On peut lui appliquer cette Strophe si connue de Roulleau;

*Et ne mesurons point au nombre des Années,
La trame des Héros*





E L O G E

DE

M. D E B O R C K.



Georgspard Guillaume de Borck, fils de George Matthias, Chancelier de la nouvelle Marche, & d'Elizabeth Marie de Blanckenbourg, de la Maison de Friedland dans la Grande Pologne, nacquit à Gersdorff le 30. Août 1704.

Si nos Mémoires ne devoient estre leus qu'en Allemagne, nous ne parlerions point ici de la Famille de Borck; tout le Monde sçait le rang qu'elle y tient. Les Historiens de Poméranie les plus célèbres prétendent que, dès le V. Siecle, elle estoit établie dans cette Province, qu'elle défendit pendant plus de 600. ans contre les Venedes. Son origine se perd dans ces tems, où la Baroarie ne conservoit aucune Epoque.

Depuis que la Poméranie devenue Chrétienne eut quelque connoissance des Lettres, on trouve le nom des Borck dans tous les anciens Monumens, & on les y voit jouir de plusieurs des Droits de la Souveraineté.

Les guerres qu'ils entreprirent en Pologne, & contre les Ducs de Poméranie, leur furent funestes; ils perdirent leurs Villes & leurs Chateaux, & furent réduits dans un état, où leurs ennemis n'en eurent plus

plus rien à craindre. Depuis ce tems, le mérite & la vertu ont sans cesse concouru à rendre à cette famille son ancienne splendeur. Les Borcks, devenus sujets de la Maison Régnante, ont toujours occupé les premières charges de l'Etat & de l'Armée.

Celui dont nous parlons maintenant, Gaspard Guillaume, eut à peine achevé ses Etudes, qu'il fut destiné aux Affaires Etrangères, & nommé presque en même tems pour aller à la Cour de Dannemarck. Dans une grande jeunesse il avoit tous les talents du Ministre; mais cette Cour pria le Roi d'en envoyer un, dont l'âge les supposât.

En 1731. il fut envoyé à Brunswick, féliciter le Duc Louis Rodolphe sur son Avénement à la Régence, & fut bientôt après chargé de négocier le mariage du Prince Royal, avec la Princesse Elizabeth Christine, aujourd'hui notre Reine.

Il fut depuis continuellement employé dans diverses Négociations, tantôt à la Cour de Dresde, tantôt à celle de Brunswick, jusqu'à ce qu'en 1735. il partit pour l'Angleterre. Il fut peu agréable dans cette Cour, & peu utile à son Maître. Il n'y a gueres d'Art, où le Talent suffise pour réussir; mais celui du Négociateur dépend encore plus des circonstances qu'aucun autre.

Il fut nommé en 1738. Ministre Plénipotentiaire à Vienne, où il demeura, jusqu'à ce que les justes prétentions du Roy sur la Silésie ayant brouillé les deux Cours, il fut rapellé à Berlin, & placé aussitôt dans le Ministère de tous le plus important.

Toute l'Europe aujourd'hui ne forme qu'un corps, par la relation qu'ont entr'eux les différens Etats qui la composent. Mais dans ce corps, chaque partie a ses intérêts propres, & n'est occupée que de son aggrandissement. Elle voudroit l'acquérir aux dépens de toutes les autres, devenir la Tête, ou le Corps entier. De quel désordre une telle ambition ne seroit-elle pas suivie, si une sage Politique n'en arrêtoit l'impetuosité; ne tenoit toutes les forces dans un certain équilibre, & tous les Membres dans une juste proportion. Le Génie heureux, à qui il est permis de s'élever jusques là, semble partager

avec la Divinité l'Empire du Monde. Ce fut dans cette science que M. de Borck eut le bonheur de trouver un Maître tel que le Roy, & un Collegue tel que M. le Comte de Podewils. Le nouveau Ministre y apportoit une parfaite connoissance des interêts de toutes les Puissances, une imagination féconde en expedients, & un grand courage d'esprit.

Il avoit fait dans sa jeunesse d'excellentes Etudes, qu'il avoit cultivées à travers toutes ses diverses occupations. Les heures qu'il donnoit aux Muses, ont valu à sa Nation des Traductions estimées de la Pharsale de Lucain, & de quelques pieces du Theatre Anglois. L'Histoire moderne de l'Europe qu'il possédoit, est du ressort du Ministre: mais il y joignoit toute l'erudition d'un Savant dans l'Histoire & les Langues de l'Antiquité. Il eut pu être Ministre de Cesar, sans acquérir de nouvelles connoissances, & presque sans s'appercevoir, qu'il changeoit de Maître.

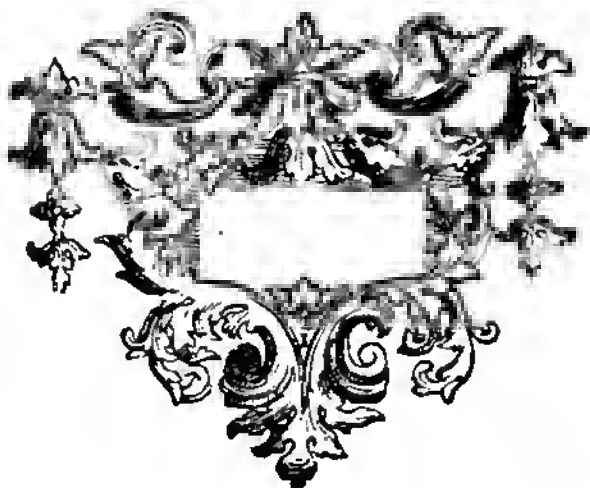
Lorsque l'Academie en 1744. prit une nouvelle forme, il en fut un des quatre Curateurs. Ce ne fut point pour lui un vain Titre; son amour pour cette Compagnie, & son goût pour toutes les Sciences qui en sont l'objet, l'attirerent souvent dans nos Assemblées, où ses lumieres nous étoient aussi utiles, que la Sagesse de son Administration.

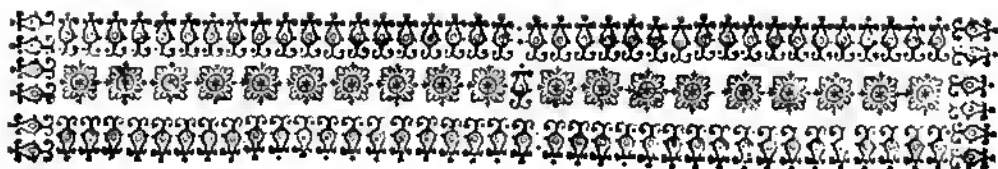
Nous n'avons encore parlé que des Talens, parlons maintenant de l'Homme. L'Etat, & l'Academie, savent ce qu'ils ont perdu; c'est ici que je sens toute la perte que j'ai faite.

Je n'examine point, s'il est vrai qu'il y ait d'autres principes pour les Hommes d'Etat que pour les Particuliers; si, quand l'interêt de toute une Nation pourroit justifier de telles exceptions, elles ne seroient pas toujours, pour l'Etat même, plus préjudiciables qu'utiles. Ce qu'il y a de sûr, c'est qu'en cas qu'on en admette l'usage, il doit se tenir étroitement renfermé dans sa Sphère, & ne jamais se répandre dans la Societé. Dans ce métier périlleux, où il est si difficile de marquer les bornes entre la Prudence & la Disimulation;

lation; où le Public même paroît prêt à pardonner l'habitude de les confondre, M. de Borck conserva le cœur le plus droit & le plus franc. De ce Cabinet impénétrable, où son Éprit s'étoit occupé des soins les plus importants, & des spéculations les plus pénibles, il sortoit avec la sérénité que donne la satisfaction d'un travail heureux. Le Ministre disparoissoit; on ne trouvoit plus dans le reste de la journée que l'homme de la meilleure compagnie, & du commerce le plus sûr.

Au commencement de Mars 1747. il fut attaqué d'une inflammation d'entrailles. Il connoissoit la dépendance où est ce foible corps que nous animons, de tout le reste de l'Univers: il supporta ses douleurs, & vit arriver la Mort, en homme accoutumé à sacrifier ses intérêts à des intérêts supérieurs.





ELOGE

DE

M. JEAN BERNOULLI.



ous nous écartons de notre usage, en faisant l'Eloge d'un Academicien Etranger; mais cette distinction est bien due au grand Bernoulli, sur le tombeau duquel toutes les Compagnies savantes de l'Europe, dont il a fait pendant si longtems un des principaux ornemens, doivent s'empresse à jeter des fleurs.

JEAN BERNOULLI, Docteur en Philosophie & en Medecine, Professeur en Mathematique, Membre de l'Academie R. des Sciences de Paris, de celle de Prusse, de l'Academie Imp. de S. Petersbourg, de la Societé R. de Londres, & de l'Institut de Bologne, naquit à Bâle le 27. Juillet, vieux Style, de l'Année 1667. Il fut le dixieme de onze enfans de *Nicolas Bernoulli*, Membre du Grand Conseil &c. & de Marguerite *Schönauer*.

Il fut élevé avec beaucoup de soin, & se trouva en état de commencer ses etudes Academiques dans l'Automne de 1682. Ce n'étoit pourtant pas le dessein de son Pere de le pousser dans les Sciences; il le destinoit au Commerce, & l'avoit même envoyé à Neuchâtel,

châtel pour s'y former. Mais la Providence avoit des vuës superieures sur lui. Son ardeur pour l'etude, & ses talens précoces, ne permirent pas à son Pere de persister dans ses vuës. Il salut laisser entrer le jeune Bernoulli dans une carriere qu'il parcourut à pas de Geant. Il fut reçu Maître ès Arts en 1685, & soutint à cette occasion une These Latine, *de Igne lambente*, & une These en Vers Grecs, sur la question; *Que le Prince est pour les sujets*.

Il s'attacha ensuite à la Medecine, & donna un échantillon de ses progrès en 1690. dans une Dissertation qu'il défendit publiquement; *De effervescencia & fermentatione*. Il n'étoit pourtant point encore dans son élément; une secrete vocation l'appelloit à des connoissances plus sublimes. Il avoit devant les yeux l'exemple de son frère aîné, *Jacques Bernoulli*, qui tenoit déjà le rang qu'il a constamment occupé, celui d'un Geometre du premier ordre. Quelque avance que cet illustre frère eut sur lui, il entreprit de l'atteindre; qui fait même, s'il fut longtems, sans penser à le devancer. Du moins après avoir passé quelque tems, pour ainsi dire, sous ses aîles, il prit l'essor; & planant ensemble dans les régions superieures, ces deux aigles s'y rencontrèrent plus d'une fois, & y furent même assez vivement aux prises. On peut voir dans le Commerce Epistolaire de Mr. de *Leibnitz*, bien des traits de la rivalité de ces illustres frères; rivalité, qui sembloit tenir quelquefois de l'inimitié, & que Mr. de *Leibnitz* travailloit sans cesse à tenir renfermée dans ses justes bornes. On sait les droits que ce grand Homme s'étoit aquis sur Mrs. *Bernoulli*, par l'amitié constante dont il les avoit honoré, par la part qu'il leur donnoit à routes ses découvertes, en un mot par les services en tout genre qu'il ne cessoit de leur rendre. On sait aussi qu'il a trouvé en eux les appuis les plus solides de sa gloire; & surtout dans notre célèbre défunt, un des défenseurs les plus zelés des ses intérêts, dans une Controverse, où il s'agissoit de revendiquer l'honneur, sinon de la plus importante, au moins de la plus brillante découverte, à laquelle l'esprit humain soit parvenu, celle qui assujettit l'Infini même à la mesure & aux calculs. Dans cette dispute, dont tout le monde

sait

ſçait l'Histoire, le ſuffrage de Mr. *Bernoulli* tint celui d'une nuée d'oppoſans tout au moins en équilibre; & ſ'il y eut quelque apparence de déſavantage pour M. de *Leibnitz*, dans les déciſions publiques, il put toujours dire :

— — — *ſed viſta Catoni.*

En mettant tout d'un coup M. *Jean Bernoulli*, à côté de ſon frère, & de M. de *Leibnitz*, j'ay anticipé ſur le reſte de ſa vie, ou plutot, j'en ai déjà fait l'Histoire. Excepté quelques faits qui me reſtent à rapporter, ſon Histoire, ce ſont ſes travaux & ſes découvertes. Il faudroit donner trop d'étendue à cet Eloge, pour en fournir un ſimple précis, ni même la Liſte. La belle Edition que le Libraire *Bousquet* a donné de ſes Oeuvres, nous en exemte d'ailleurs la peine; un coup d'oeil ſur les quatre Volumes dont elle eſt compoſée, fera ſuffiſamment connoître, & admirer, la variété, l'étendue, la profondeur, des Méditations de notre grand Academicien.

Vers la fin de 1690. Mr. Bernoulli fit un voyage à Geneve, & peu ſ'en ſalut qu'une chute dangereuſe de cheval, arrivée en route, ne coupât tout d'un coup la trame d'une ſi glorieuſe vie. Il fit dans cette Ville des liaiſons avec les Savans les plus diſtingués, qui ſ'y trouvoient alors, & en particulier avec Mrs. *Fatio*, Mathématiciens renommés. Il paſſa de là en France, & arriva à Paris peu avant la fin de 1691. Auſſi-tot il fut admis à la connoiſſance, & même à l'etrote familiarité du P. *Malebranche*, de Mrs. *Casſini*, de la *Hire*, *Vavignon*, &c. Il paſſa quelque tems chez le Marquis de l'*Hopital*, dans une Campagne auprès de Blois, & il ſ'y fit admirer d'un homme, que peu de gens alors étoient en état d'admirer. Rappelé dans ſa Patrie en 1692. il regretta la perte de ces utiles liaiſons; mais il trouva un puiffant dédommagement dans la correſpondance, qu'il entama alors avec M. de *Leibnitz*, & qui a duré ſans interruption juſqu'à la mort de celui-ci, en 1716.

Il eut en 1693. la Vocation de Professeur en Mathématique à Wolffembutel. Mais il fut détourné de l'accepter par diverſes conjonctures,

jonctures, qui l'attachèrent à sa Patrie. La principale fut le mariage qu'il contracta le 6 Mars 1694. avec Mlle. *Dorothée Falckner*, qui lui a survécu après une union de 53. ans & dont il a eu neuf enfans. Il en reste six, & entr'autre deux fils, qui soutiennent dignement le nom qu'ils portent, Mr. *Daniel Bernoulli*, Docteur en Phil. & en Med. Prof. d'Anat. & de Botan. & Mr. *Jean Bernoulli*, Docteur en Droit & en Phil. & Prof. en Mathématique. Leur aîné, Mr. *Nicolas Bernoulli*, après avoir professé trois ans le droit à Berne, fut appelé à l'Académie Imper. de St. Petersbourg, & y mourut en 1726. Le savoir, & les verrus, sont véritablement héréditaires dans cette famille.

Peu avant son mariage, Mr. Bernoulli avoit reçu le degré de Docteur en Medecine, ensuite d'un Acte public *sur le Mouvement des Muscles*. Il prêta pourtant l'oreille aux sollicitations de l'Université de Groningue, s'y rendit avec son Epouse en 1659. & fut solennellement installé le 28. Novembre de cette Année là. C'est de là que sa reputation s'est répandue partout, & qu'on a vu les preuves de son rare savoir accroître coup sur coup les richesses de la République des Lettres. Aussi toutes les Academies des Sciences voulurent-elles orner leur liste de son nom. Il fut aggregé à celle de Paris avec son frere en 1699. & il faisoit tout à la fois une grande supériorité, & une grande égalité de talens, pour ouvrir en même tems à deux freres l'accès à un honneur, dont on ne fait part qu'à huit Etrangers. La Société Royale de Berlin fit cette précieuse acquisition, étant encore au berceau, dès le 11. Juillet 1701. L'invention du Barometre lumineux, que Mr. *de Leibnitz* fit valoir auprès de Frideric I. attira cette distinction à Mr. Bernoulli, & elle fut encore assaisonnée d'une Médaille d'Or du poids de 40. Ducats, que ce Monarque, né pour l'encouragement des Sciences & des Arts, lui envoya. La Société Royale de Londres élut Mr. Bernoulli en 1712. l'Institut de Bologne en 1724. & l'Académie Imperiale de Petersbourg en 1725. Tous ces Corps ont été libéralement récompensés de leur choix par les excellentes Pieces de Geometrie & de Physique, dont Mr. Bernoulli a enrichi leurs Memoires.

L'Université d'Utrecht voulut enlever à celle de Groningue le Trésor qu'elle possédoit. Mais le Magistrat de celle-ci entendoit trop bien ses intérêts, pour ne pas serrer d'autant mieux les liens qui y retenoient Mr. Bernoulli, comme il le fit par une augmentation considérable d'appointemens. Aussi paroissoit-il déterminé à y fournir toute sa carrière, & une Profession de Grec qu'on lui avoit offerte dans sa Patrie, ne l'avoit point ébranlé. Mais des sollicitations plus pressantes le fléchirent, ce furent celles du sang; il ne put résister aux pressantes instances de sa famille & de celle de son Epouse, & Bâle le revit dans l'enceinte de ses murs, en 1705. Utrecht, sur le bruit de son départ, avoit pourtant fait un dernier effort pour l'aquerir; il balancoit même, étant à Amsterdam, sur le parti qu'il prendroit, mais la mort de son frère qu'il aprit alors, termina sans retour ses irrésolutions, il crut devoir dédommager sa Patrie de la pette, autrement irréparable, qu'elle venoit de faire; & y ayant été reçu à bras ouverts, il prit possession de la place de Professeur en Mathématique, le 17. Novembre, par une Harangue inaugurale, qui renfermoit l'Histoire du nouveau Calcul Analytique, & de la Geometrie sublime.

Ne lui faisons pas quitter la Hollande, sans dire que pendant son séjour dans cette contrée, il ne put entierement echaper aux tracasseries des Theologiens. Il y eut plusieurs Dissertations polemiques soutenuës publiquement à ce sujet, & imprimées, de même qu'une Harangue que Mr. Bernoulli fit en qualité de Recteur de l'Université, & qui étoit une Apologie, comme il l'appelloit, *pro sua fama, bonore & religione*. Il n'a pourtant pas voulu que ces Pieces fussent comprises dans le Recueil de ses Ouvrages, quoique toute cette Dispute Theologique eut entierement tourné à son honneur, puisque le Magistrat n'y intervint que pour imposer silence à ses Adversaires.

Revenons à Bâle. Mr. Bernoulli y a passé 42. ans dans l'exercice de sa Profession, & cet espace de tems, quelque long qu'il soit; paroîtra court, si on le compare à tout ce qu'il a fait pour le bien des Sciences, & même pour perfectionner les instructions publiques. Il n'étoit

n'étoit point de ces gens, qui, sous prétexte qu'ils sont livrés à de sublimes spéculations, demeurent inutiles à la Société. Chargé par le Magistrat de présider aux arrangemens Scholastiques, il entroit dans les derniers détails, & alloit visiter tous les jours les Classes. Il étoit comme on en peut juger par là, extrêmement exact dans ses propres fonctions, & il a donné jusqu'à sa mort ses Leçons avec une telle régularité, qu'il falloit des causes tout à fait importantes, pour l'y faire manquer. Il fut deux fois Recteur Magnifique; & il étoit à sa mort, pour la neuvième fois, Doyen de la Faculté Philosophique.

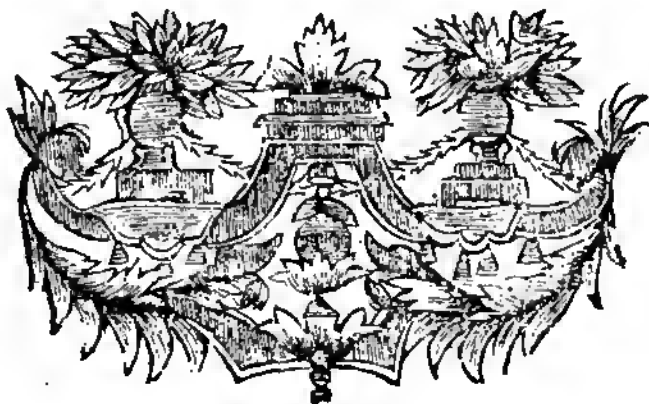
Toutes ces occupations ne l'empêchoient pas d'avoir un commerce de Lettres fort étendu. Nommer ceux avec qui il l'entretenoit, c'est faire le Catalogue des premiers Savans de l'Europe. On y trouve *Newton, Leibnitz, le Marquis de l'Hopital, Mrs. de Maupertuis, de Wolf, de Fontenelle, Euler, de Moivre, de Mairan, de Montmort, Renau, de Tschirnhaus, Michelotti, Craige, Chayne, Peleni, de Croufaz, Cramer, Bülfinger, s'Gravesande &c.* Tous le chérissoient comme un Ami inestimable, & la plupart l'ont révééré comme un véritable Père, dont ils recevoient les lumières les plus utiles, & les conseils les plus salutaires.

C'est ainsi que s'est écoulée la longue mesure de jours, que Mr. Bernoulli a eue en partage. Il avoit eu en 1704. à Groningue une fièvre, qui l'avoit mis à deux doigts du tombeau. Mais s'étant remis de cette violente secousse, son tempérament se fortifia, & fut toujours excellent depuis. Il a été jusques à la fin en état de sortir, & d'aller consécutivement en plusieurs endroits, dans les saisons les plus rigoureuses, se plaignant seulement quelquefois d'un peu de toux.

Sa dernière attaque se fit sentir environ quinze jours avant sa mort. Elle consistoit en dégoût, & en douleur d'intestins. Il n'en faisoit pas grand cas, & cela ne l'empêchoit pas de lire tous les soirs jusqu'à minuit. Mais la dernière nuit de l'année 1747. les souffrances augmentèrent si considérablement, qu'il s'aperçut de sa fin prochaine, & s'y prépara Chrétieunement. Le mal fit de rapides progrès
le

le lendemain, premier jour de l'an 1748. & après un assoupissement de quelques heures, cette Ame toujours occupée ici-bas du Vrai & du Bon, les alla puiser à la source. Mr. Bernoulli expira à sept heures du soir, âgé de 80. ans, & cinq mois, moins cinq jours.

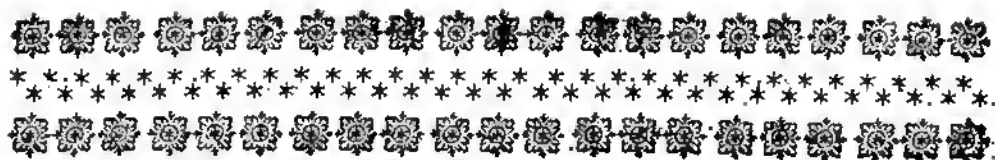
Les qualités de son coeur n'étoient pas moins estimables que celles de son esprit. Il étoit juste, droit, sincère & pieux. Il a témoigné toute sa vie un profond respect pour la Religion, qu'il connoissoit parfaitement; & l'on a trouvé un Journal des principales circonstances de sa vie, plein des expressions de la plus vive gratitude pour les bienfaits dont Dieu l'avoit comblé. Le grand fonds de vivacité qu'il a toujours possédé, étoit même en lui un principe de zèle, dont les mouvemens pouvoient paroître outrés à ceux qui ne connoissoient pas le fonds de son coeur. Mais il étoit aisé de se convaincre bientôt de la droiture de ses intentions, & de la bonté réelle de son caractère. Tout concourt donc à justifier les regrets universels que sa perte a causés.



MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES

CLASSE DE PHILOSOPHIE
EXPERIMENTALE.

* * *



DISSERTATION
PHYSICO-CHYMIQUE,
SUR
LA SÉPARATION DE L'OR D'AVEC L'ARGENT
PAR LA PRÉCIPITATION QU'ON NOMME
SÉPARATION SÈCHE
PAR MR. ELLER.

Traduit du Latin.



DEPUIS que le luxe des hommes, par une vaine ostentation, a trouvé le secret d'envelopper & de revêtir le metal précieux de l'Argent du metal plus précieux encore de l'or, l'industrie des Chymistes a eu pour principal objet de séparer les restes de l'or d'avec les vases & les fils d'argent, qui sont usés, & de les ramener sous la forme d'un or pur; car, sans quelque operation propre à produire cet effet, l'or demeure caché, & comme perdu dans l'argent, après sa fusion.

Ils arriverent en partie à leur but, en se servant des esprits acides, que l'on tire par le moyen du feu des sels quelconques des mineraux; invention due aux Arabes. L'Experience leur montra que l'esprit de nitre ou de salpêtre, mettoit l'argent en solution, sans toucher à l'or qui s'y trouvoit mêlé, & qui se séparant de la sorte, se ramassoit au fonds du vase, où la dissolution d'argent s'etoit faite, &

après avoir été lavé & fondu, retournoit à son premier état d'or. Mais les fraix requis pour la préparation de l'Esprit de Nitre, absorboient à peu près le profit de cette manoeuvre.

Cependant, depuis que la coutume de dorer l'argent s'est introduite, on n'a jamais eu d'autre voye d'en procurer la séparation. Comme en la suivant, il arrive souvent de travailler à perte, je ne doute pas qu'on n'ait souvent pensé à trouver une methode plus facile, & qui opérât la séparation à moins de fraix. C'est dans cette vûe qu'on a fait diverses experiences, pour essayer, si l'or adhérent à l'argent, mis en liquefaction par le feu, pouvoit estre précipité par le mélange de quelques corps avec ces métaux fondus. Mais quelque grand que soit le nombre des procédés que nous trouvons là dessus dans les Ecrits des Chymistes, l'évenement n'a pas répondu à leur dessein.

Le premier que je sache qui ait fait par cette voye quelque chose qui en valût la peine, étoit un Orfevre de Quedlimbourg, nommé *Pfannenschmid*. Vers la fin du siècle passé, cet Ouvrier, laissant là sa profession, se livra tout entier à cette séparation que le hazard lui fit découvrir. Son Fils, qui étoit Medecin, & qui herita de son secret, le perfectionna, en y joignant de nouvelles manoeuvres; de sorte que pendant plusieurs années la Saxe, & Goslar en particulier, ont tiré un grand profit de l'argent doré qu'on y apportoit de toutes parts pour la séparation des ces deux métaux.

Environ le même tems, un Chymiste de Leipzig, nommé *Stolle*, très habile Essayeur, executa les mêmes travaux avec le même fruit, perfectionnant de plus en plus le secret qu'on prétend qu'il avoit appris de *Pfannenschmid* le père; & il tira de grands profits de cette séparation des métaux alliés. Le peu d'Ouvriers, qui y travaillent actuellement en Allemagne, ont acheté leur Art de ces Inventeurs.

J'ai pensé depuis longtems avec attention aux moyens d'opérer cette séparation, & après avoir fait là dessus plusieurs Experiences différentes, j'ai trouvé que le fondement de cette séparation consistoit dans la précipitation par le moyen des Corps qui ont de l'affinité. On sait que les Chymistes, par cette sorte de précipitation, entendent

tendent l'opération par laquelle un Corps dissous dans un menstrie, ou fondu au feu, est comme jetté au fonds du vase, par le mélange d'un autre Corps. En effet l'Experience fait foi, que les Corps métalliques, dissous dans leurs menstries, en sont chassés par l'addition d'autres Corps, & gagnent tour doucement le fonds du vase en forme sensible. C'est ainsi, par exemple, que l'argent dissous dans l'esprit de nitre, ou dans l'eau forte, se précipite, lorsqu'on y jette du cuivre; parce que cet esprit de nitre, trouvant le cuivre plus facile à dissoudre, l'attaque & le pénètre, en laissant aller les molécules d'argent qu'il avoit auparavant absorbées, & qui se réunissant légèrement par une espece d'attraction mutuelle, se rassemblent sous leur ancienne forme d'argent. Que si, dans la solution du cuivre produite par ce moyen, on jette de petits morceaux de fer, il arrive au cuivre ce qui étoit auparavant arrivé à l'argent, l'acide dissolvant saisit le fer, & le cuivre tombe au fonds. Le fer éprouve le même sort, en jetant dans sa solution de la terre alcaline &c. Mais ce sont là des choses connues même des Ecoliers en Chymie.

Ce sont ces Phénomènes de précipitations, qui arrivent aux differens métaux dissous dans leurs menstries, qui ont fourni occasion aux experiences faites pour séparer l'or d'avec l'argent. Je savois bien que le soufre mineral commun, mêlé aux métaux en fusion, s'y insinuoit, se méloit avec eux, & les dissolvoit en partie, à l'exception seulement de l'or le plus pur, qui rejette tout mélange au feu avec le soufre. J'ai donc pensé que si de semblable argent, impregné d'or, étoit mis en fusion au feu, en y mêlant du soufre, il en résulteroit que le soufre, le pénétrant par tout, & s'y unissant intimement, ne toucheroit pas aux molécules d'or, que celles-ci se sépareroient de l'argent fondu, impregné de soufre, & qu'abandonnées à elles-mêmes, on pourroit, en y joignant un autre metal, mis aussi-tot en fusion, les rassembler & les entraîner au fonds du creuset. Les diverses experiences que j'ai faites, conformément à ces vues, ont parfaitement réussi.

Comme la séparation dont il s'agit a été mise jusqu'à présent au nombre des secrets connus de très peu de personnes, j'en vais ensei-

guer la maniere avec toutes les précautions & les circonstances, qui peuvent mettre chaque personne du métier en état d'en faire autant avec le même succès.

Mais, comme les fraix sont à peu près égaux, soit qu'on prenne une moindre, ou une plus grande quantité d'argent doré à séparer, il est à propos de déterminer le poids à cent marcs, ou 50 à 60 livres, parce que c'est précisément le poids qui peut être commodément fondu dans un grand creuset de Passau ou de Ratisbonne, & qu'on peut ensuite travailler cette masse ultérieurement pour arriver à notre but.

Supposons donc une telle masse d'argent dont il faille séparer l'or; qu'on mette alors un creuset de grandeur convenable au feu du fourneau de fusion, & quand le creuset paroitra ardent par les charbons enflammés, qu'on y introduise successivement l'argent. Qu'ensuite ayant placé le couvercle sur le creuset, on le couvre de toutes parts de charbons, & qu'on lui donne le degré de feu nécessaire pour faire voir toute cette masse d'argent en liquescence. La chose étant à ce point, qu'on ait sous la main un vaisseau de bois assez grand, d'un ou deux pieds de hauteur, rempli d'eau; que quelqu'un remue sur le champ cette eau avec rapidité, & en rond, afin que l'argent fondu qu'on y verse, puisse se convertir en petits grains. Et pour que l'opération réussisse mieux, il est nécessaire de prendre avec des pincettes un petit creuset rond, qu'on a fait rougir auparavant, & d'y vider à diverses reprises l'argent fondu dans le grand creuset, pour le verser de là, peu à peu, dans l'eau qu'on remue toujours avec vitesse, jusqu'à ce que la dernière portion, qu'on ne sauroit vider de cette manière, puisse être tout-à-fait jetée dans l'eau, hors du grand creuset même qu'on tire du fourneau. En procédant adroitement de la sorte, on voit toute la masse d'argent convertie en assez petits grains, de manière qu'on peut les mêler commodément avec le soufre pilé, pour en être plus intimement pénétrés dans la fusion suivante, que je vais décrire.

Avant que l'argent réduit en grains, qu'on a tiré de l'eau soit sec, on y mêle une huitième partie de soufre minéral commun réduit en poudre, qui s'attache mieux aux surfaces de l'argent, lorsqu'elles

qu'elles sont encore mouillées. Ce mélange peut s'exécuter commodément dans un grand plat de bois. On prend ensuite cet argent & ce soufre réunis, & on les introduit successivement dans le creuset, qu'on avoit remis au fourneau, & entouré de charbons, après la conversion de l'argent en grains. Le creuset doit demeurer, jusqu'à ce que le soufre ait brûlé, ce qui étant fait, on y met le couvercle, & on y pose des charbons, de manière que toute la masse fonde dûment. Le meilleur signe qu'on puisse avoir d'une fusion parfaite, c'est lorsqu'en levant un peu le couvercle, on voit la surface du métal fondu colorée, principalement de rouge & de jaune, & que ces couleurs vont & viennent, comme si quelque chose les entraînoit. Quand ce phénomène paroît, il est tems de passer à la précipitation, requise pour séparer l'or; & voici comment il faut s'y prendre.

Que de l'argent réduit en grains par la première fusion, on sépare une certaine quantité, par exemple, une livre ou deux, avant le mélange du soufre; que l'on y joigne la moitié de Litarge, & la huitième partie de sel de verre, le tout pulvérisé, & qu'on le mêle bien avec les petits grains d'argent. On ajoute cette litarge, ou scorie vitrescente de plomb, & ce sel, pour réduire plus promptement le métal en fusion; & cette composition forme un précipitant du premier ordre.

De ce mélange il faut prendre autant de lots, ou demi-onces, qu'il y a de livres de métal fondu dans le creuset, & en faire ensuite trois portions qu'on met à trois reprises dans la masse en fusion, en prenant garde de mettre cinq ou six minutes au moins entre chaque injection de cette mixture précipitante, afin que la portion de métal exemte de l'action du soufre qu'on ajoute, puisse en se fondant mieux entraîner les molécules d'or au fonds du creuset.

Après la troisième injection, on remet le couvercle au creuset, & l'ayant couvert de charbons, on le laisse au feu de fusion pendant un demi-quart d'heure. Ce tems écoulé, on prend avec des pincettes un petit creuset ardent, & l'on y vuide successivement hors du grand creuset les deux tiers de l'argent souffré, jusqu'à ce que le poids du grand creuset permette de le tirer du fourneau, pour
verser

verser le reste de ce metal. Mais comme la partie inferieure du creuset contient le régule du metal, sur lequel l'argent souffré (furnage en forme de scories, il faut etre bien attentif, en veriant, à prendre garde au moment où cette portion de metal en régule se manifeste; & il n'est pas difficile de s'en appercevoir, car sa couleur de fer ardent la distingue de l'argent souffré qui furnage, & qui est d'un brun plombé. Aussi-tot donc que ce régule coulant plus lentement, s'approche, après qu'on a versé les scories d'argent, par l'orifice du creuset penché, il faut redresser le creuset, & détacher de son coté avec une spatule de fer cette partie metallique qui devient roide, en la retournant, afin de pouvoir la retirer plus commodément, après qu'elle est refroidie. Cette masse bien purifiée des scories d'argent souffré, doit etre nommée *le Régule de la premiere précipitation*.

Mais comme cette premiere opération ne sépare pas tout l'or de l'argent, il est nécessaire de réiterer le travail. Après avoir donc pesé l'argent souffré qu'on a versé, il faut le jeter dans un nouveau creuset proportionné à la masse, & le remettre fondre au fourneau; les charbons ardents ne doivent pas passer l'orifice du creuset, parce qu'un mediocre degré de feu fond l'argent souffré, & qu'une plus forte chaleur meut trop & disperse ce metal fondu. D'abord donc que cette masse se montre en liquefaction, la précipitation se fait, comme ci-devant, à trois reprises, par le moyen du même mélange précipitant, dont on met une demi-once par livre de metal, en observant aussi la précaution de laisser ecouler 7 à 8 minutes entre chaque injection, pendant lequel tems on recouvre le creuset. Après que le tems de la troisieme précipitation est ecoulé, on vuide succesivement l'argent souffré qui furnage, & on le verse, jusqu'à ce que le régule, teint des couleurs que j'ai indiqué ci-dessus, arrive de nouveau à l'orifice du creuset penché, où se roidissant après la diminution de la chaleur, on le separe du coté du creuset jusqu'au fonds avec une spatule de fer, & on le tire dehors, pour le garder sous le nom de *second régule*.

Cette même opération doit etre recommencée pour la troisieme fois sur l'argent souffré qu'on a versé, en le rémettant au fourneau dans

dans des vaisseaux déjà ardents, & en procédant exactement comme ci-dessus, soit en précipitant, en versant, ou en séparant les régules de l'argent souffré. Il y a pourtant certe différence à observer qu'à la troisieme fusion: il faut un autre précipitant. Car comme la masse précipitante employée jusqu'à présent, arrête une grande partie de l'argent en grains imbu d'or, si dans cette troisieme précipitation, nous la mêlions de nouveau à l'argent souffré, déjà dégagé de tout or: ne seroit-ce pas ajouter de nouvelles molecules d'or? Ainsi, dans cette derniere précipitation, nous prenons du cuivre pur & net, sondu au feu, mêlé avec une partie egale de plomb, & réduit en grains. Les proportions du poids sont les mêmes que dans le mélange précédent, & on le jette aussi à trois reprises. Tout cela étant bien executé, l'experience prouve que tout l'or s'est parfaitement séparé de l'argent. Pour vous en assurer, prenez de cet argent souffré, précipité pour la quatrieme fois, par exemple, une demi dragme; mettez-la dans une petite coupelle placée entre trois ou quatre briques, & couverte de charbons ardents; ensuite y ajoutant trois ou quatre parties de plomb en grains, continuez le même degré de feu, jusqu'à ce que le plomb ait entraîné avec soi toutes les particules etrangeres qui estoient mêlées avec l'argent. Prenez ce grain d'argent que vous avez trouvé de cette maniere au fonds de la coupelle, dissolvez le dans l'eau forte; dèsqu'il ne paroît aucunes molecules noires au fonds de la solution, vous avez une pleine certitude que tout l'or est bien séparé d'avec l'argent. Mais si quelques particules noirâtres indiquent encore la présence de l'or, il faudra répéter encore une précipitation avec le cuivre, après laquelle il ne restera plus aucun vestige d'or dans l'argent. Mais ce dernier cas n'arrive que quand on a pris, pour operer la séparation, de l'argent fort chargé d'or.

Si le poids de l'argent employé la premiere fois, est de plus de 50 livres, ou 100 Marcs, ou qu'on n'ait pas sous la main de creusets de pareille capacité; alors, après la premiere précipitation, ou séparation du premier regule, il faut diviser l'argent souffré en deux portions égales, & faire séparément sur chacune d'elles les précipitations que nous avons enseignées, pour rendre l'operation plus com-



mode, & arriver au but qu'on se propose, c'est à dire, à une séparation plus exacte de l'or et de l'argent.

Ce premier travail étant fini, il est manifeste que tout l'or qui se trouvoit dans la masse entière d'argent employée au commencement, est à présent contenu dans les régules qui s'en sont séparés. Il faut donc recourir à une nouvelle opération, qui diffère néanmoins peu de la précédente, pour arriver à une séparation ultérieure & complete de ces métaux. Cette opération s'exécute de la manière suivante.

Tous les régules formés depuis la première séparation, ayant été rassemblés, & leur poids marqué, on les remet dans un nouveau creuset, & après les avoir mis dûment en fusion au feu du fourneau, on les verse peu à peu, dans de l'eau contenue dans un vaisseau net, & qu'on a soin de remuer, afin que cette masse métallique se réduise en petits grains. Mais, avant que d'aller plus loin, il est bon d'avertir que ces régules doivent être exactement purifiés de tout argent souffré. En effet l'expérience nous a appris, que lorsqu'il reste du souffre adhérent au métal, il cause, quand on jette la masse dans l'eau, de grands mouvemens, qu'il eclate de toutes parts avec perte, & lance à la ronde de petits grains métalliques. Si donc les régules en liquéfaction montrent encore quelque portion d'argent souffré à la surface, ce qu'on distingue aisément à la couleur, il faut l'enlever soigneusement avec une cueillere de fer, & la séparer de ces scories, de peur qu'en négligeant cette précaution on ne perde du métal le plus précieux, en versant la masse dans l'eau. Il arrive presque la même chose, quand on presse par une trop forte chaleur le métal en liquéfaction; & l'on doit bien prendre garde que ce degré de chaleur ne soit trop fort, dans le tems que l'on jette dans l'eau la masse, afin de la convertir en petits grains.

Ces opérations étant faites, & ces précautions prises, il reste à mêler de nouveau ces petits grains recueillis des régules, avec du souffre pilé, en observant la proportion susdite, savoir d'une huitième partie de souffre, on de deux onces par livre de métal. Ce métal ainsi resouffré, doit être mis successivement avec une cueillere de fer
dans



dans un creuset ardent ; ce qui étant fait , un feu modéré le fera fondre d'abord, le soufre s'embrasant auparavant. Ensuite lorsqu'il paroît une diversité de couleurs à la surface du metal fondu, on doit réitérer la précipitation de la même maniere, & avec les mêmes précautions que dans la premiere opération, savoir en jettant à trois reprises le mélange précipitant, composé d'argent en grains, de litarge & de sel de verre, dans la proportion d'une demi-once par livre. Un quart d'heure après la troisieme précipitation, il faut verser le metal souffré avec attention, afin que la partie réguline, qui en versant arrive à l'orifice du creuset penché, puisse après s'être durcie, être séparée, comme on l'a enseigné ci-dessus, avec une spatule de fer, & tirée du creuset. C'est dans ce régule que la plus grande partie de l'or se trouve concentrée. Le travail étant poussé jusques là, l'on pourroit le purifier dans la coupelle, par le moyen du plomb, & séparer ensuite dans l'eau forte le reste de l'argent d'avec l'or. Mais la theorie de la précipitation que nous avons fournie, menera plus loin celui qui y fera attention, & le conduira jusqu'à l'entiere séparation de l'or, sans le secours de cet acide corrosif.

Pour séparer plus aisément l'or de cette masse de régule d'argent, il est nécessaire de lui donner de l'extension, & de la rendre plus fusible, en y incorporant du plomb. Après avoir donc noté le poids du régule, on le met au creuset, & quand on le voit bien ardent, une huitieme partie de plomb epuré qu'on y ajoute le met aussi-tot en flux. D'abord qu'on s'en apperçoit, il faut remuer la masse avec une verge de fer froide, & la verser peu à peu dans l'eau froide, afin qu'elle se convertisse en petits grains. Si le degré d'ardeur du feu se trouve trop grand, de petits grains éclateront avec fracas hors de l'eau ; de sorte qu'il faut s'arrêter à un moindre degré de liquéfaction.

Ces grains métalliques, tirés de l'eau encore mouillés, doivent être pesés, & mêlés avec le soufre mineral pilé, sur le pied d'une once & demie par livre de metal en grains. On met ensuite successivement ce mélange dans un creuset, qui est chaud, mais non embrasé, ni ardent ; & le soufre se consume alors peu à peu. Cela

étant fait, il faut augmenter le degré de chaleur, de manière à liquéfier toute la masse, la conserver ainsi en fusion, environ pendant une demi-heure, & séparer ensuite, en versant avec circonspection, le métal souffré qui se trouve au dessus, de la partie réguline de dessous, en sorte que celle-ci demeure attachée au creuset, car il est très difficile de détacher ces régules d'or des cotés du creuset.

En pesant de nouveau le métal souffré qui a été mis en fusion, ce qui se trouve manquer de la première masse, pesée avant qu'on y eut mêlé le soufre, doit être estimé le poids de ce régule demeuré dans le creuset. Mais si on remet ce creuset au fourneau, le régule retourne en fusion, & avec un médiocre degré de feu, se convertit en grains, en le versant dans de l'eau qu'on remue. Le poids étant marqué, on y remêle du soufre, dont une seizième partie suffit alors, savoir, une once par livre de métal en grains. Cette composition se remet dans un creuset non ardent, & la masse se fond, comme auparavant, après que le soufre est brûlé. On verse ensuite attentivement le métal souffré, il reste dans le creuset une partie réguline, qu'il faut nommer le *second régule d'or*, & qui se montre pour l'ordinaire sous une couleur jaune.

Mais, comme l'or contenu dans cette masse peut souffrir une plus forte concentration, & une plus parfaite séparation d'avec l'argent qui y est attaché, il sera expédient de fondre encore ce régule attaché au creuset, en déterminant toujours le poids, suivant la méthode enseignée ci-dessus. Cela fait, on ajoute aussi-tôt une once de cuivre à chaque livre de métal, & on leur donne le degré de feu nécessaire, pour les mettre bien en flux; après quoi, & en mêlant bien tout avec une verge de fer, la masse versée dans l'eau se convertit de nouveau en petits grains, de la manière qu'on a déjà décrite diverses fois.

Enfin on rassemble ces grains, on les mêle avec du soufre minéral bien pilé, & comme ce qui reste d'argent mêlé à l'or dans ce régule, se réduit à peu de chose, il ne faut qu'une once de soufre par livre de régule en grains. On remet le tout dans un creuset non ardent, au feu modéré, qui se nomme de cementation. Le soufre ayant



ayant brûlé peu à peu, on augmente le degré de feu, sans quoi l'or qui domine dans cette masse résisteroit à la fusion; laquelle s'ensuivant, on entretient l'état de liquescence, en continuant le degré de chaleur convenable, au moins pendant un quart d'heure, au bout duquel on verse la masse dans un culot rechauffé, & enduit de craye ou de suif; là se coagule au fonds le troisième & dernier régule d'or, séparé de l'argent & du cuivre qu'on y avoit joint. Après qu'il est refroidi, on le tire sans peine du culot, & tout comme le régule d'antimoine, il se sépare aisément des scories métalliques souffrées qui se coagulent au dessus. Si tout le travail que nous avons décrit jusqu'à présent a été bien conduit, c'est là le dernier régule d'or, & en limant un peu sa surface, il montre une couleur jaune semblable au leton; car autrement, & au cas qu'il parut encore trop pâle, il faudroit recommencer la dernière opération, en ajoutant seulement la moitié du cuivre, mais en procédant de même dans tout le reste.

Ces régules sont pour l'ordinaire à dixhuit carats, & contiennent trois quarts dor fin avec un quart d'argent qui s'y trouve encore mêlé, & en les purifiant à la coupelle par le moyen du plomb, on peut les vendre pour de l'or de ce titre.

Cet argent souffré, qu'on sépare des régules en versant, a coutume de contenir encore quelques petites molécules d'or; & si quelque essayeur les y trouvoit, après la purification de l'argent, non seulement on pourroit en donner la faute à l'ouvrier mais cela diminueroit le profit qui en revient. Cependant, comme pour dégager cette petite quantité d'argent de tout le reste d'or, il faudroit la même suite de précipitations & de purifications, qu'on employe pour l'argent doré fondu la première fois avec le soufre; il est à propos, & le profit de l'Ouvrier demande, que cette portion d'argent souffré, où il reste encore un peu d'or, soit jointe à une nouvelle quantité d'argent de 40 à 50 Livres, destinée à la séparation, & déjà mise en liquescence avec la portion convenable de soufre. On recommence alors l'ouvrage de la séparation, suivant la méthode, & avec toutes les précautions, dont j'ai donné le détail.

De plus il faut remarquer ici, que cette maniere d'opérer la séparation, convient à l'argent doré qu'on rencontre le plus communément, & dont le Marc contient environ une dragme d'or. Mais si l'on travailloit à la séparation sur de l'argent, dont le Marc renfermât une once ou deux d'or, il suffiroit alors de proceder sur cet argent si riche, comme sur les regules tirés de l'argent souffré par la premiere opération, parce que l'or n'étant pas si dispersé dans cette masse, ne demande par tant de souffres, ni tant de précipitations.

Un avis qui reste à donner, c'est que pour fondre de l'argent pur, il ne faut point se servir de creusets, dans lesquels on a déjà fondu de l'argent souffré; autrement le metal en fusion s'écarteroit avec grand fracas, & on ne pourroit le ramasser sans perte. La meme chose arrive, en touchant, même légèrement, la surface de l'argent pur & non souffré, qui est en liquescence, avec des pincettes, ou avec une verge de fer, qui soient imbuës de semblables scories souffrées. L'argent pur rejette absolument tout commerce avec celui qui a été comme souillé de souffre.

Pour nettoyer donc exactement ces deux métaux précieux, & très purs de leur nature, (qu'on n'a pu séparer qu'en y mêlant des corps moins purs,) on a besoin de manoeuvres que je vais décrire succinctement, & qui produisent cette purification. Voici d'abord celles qui concernent l'or.

Après avoir arrangé en demi-cercle sur un foyer quelques briques formées en rond, si l'on en peut avoir de semblables, qu'on place au centre un petit morceau de brique d'environ un pouce de hauteur, sur lequel on posera un plat de terre qui ne soit point verni, de la meilleure sorte; dans ce plat, on en mettra un plus petit, & l'on placera dans ce dernier un creuset avec son couvercle. Tous ces vaisseaux doivent être proportionnés à la quantité d'or, qu'on se propose d'y purifier. Qu'on pese le régule d'or, & qu'on le mette dans le creuset avec le double d'antimoine crud, réduit en petits morceaux. Les charbons allumés qui couvrent de toutes parts ces vaisseaux, mettront bientôt l'or en liquescence
par

par le moyen de l'antimoine qui y est joint. Il faut tenir la masse en fusion, au moins un quart d'heure, afin que l'antimoine pénètre d'autant mieux l'or, & que son souffre absorbe l'argent qui y est attaché. Alors que l'on prenne le culot bien chauffé, & enduit de suif ou de cire, & qu'on y verse sur le champ cette masse fondue. L'or qui se place au fond du culot, se détache aisément, après qu'il est refroidi, & il ne faut qu'un coup ou deux de marteau, ou de quelque piece de fer, pour le séparer des scories qui occupent la partie supérieure. Ces scories qui se fondent aisément à un moindre degré de feu, doivent être de nouveau mises en fusion au même creuset, & jettées dans le culot, d'où après leur refroidissement il s'en sépare un régule d'or beaucoup moindre. Le travail doit être répété deux ou trois fois de la même manière, pour mettre l'or rassemblée dans ces régules en état d'être purifié ultérieurement.

On ôte donc le creuset, & après avoir nettoyé par le vent d'un soufflet le plat de terre ardent qui étoit dessous, des cendres de charbon, on y jette un petit morceau de borax, & on le couvre avec un ou deux grands charbons, de manière qu'il reste au dessus un espace creux, qui permette à celui qui travaille de regarder en dedans. Alors en peu de tems, au moyen d'un degré convenable de feu, le petit morceau de borax couvre la surface du plat d'une incrustation de vernis. Dès qu'on l'apperçoit, il faut mettre successivement dans ce vaisseau tous les régules que l'on a recueillis auparavant par l'antimoine, & lorsqu'après les avoir bien environnés de charbons ardents, ils se montrent en liquescence, on dirige continuellement le vent d'un soufflet, qu'on fait jouer d'une manière égale, vers le centre du Metal fluide. Le souffre d'antimoine aussi bien que la partie réguline, s'élèvent de cette manière en une épaisse fumée, se dissipent par ce soufflet, & s'envolent, laissant l'or qui devient toujours plus pur; mais comme il est fort difficile de l'entretenir en flux, après le départ successif de l'antimoine, il est à propos de rassembler de petits charbons ardents, immédiatement sur l'or, & de le tenir continuellement en action par le moyen du soufflet, afin que cette manœuvre donnant une agitation circulaire & non inter-



rompue à l'or en flux, dissipe le reste de l'antimoine. Quand il est enfin tout à fait évaporé, l'or résistant entierement à tout le degré de feu qu'on lui avoit communiqué par la voye susdite, & à toute l'action du soufflet, se coagule au centre du plat, & se montre d'abord sous une couleur verte, & ensuite sous la sienne propre.

On ôte alors le plat du feu, & l'on en détache l'or, que l'on met dans un creuset neuf, auparavant chauffé, & incrusté par le borax. On le place ensuite sur le second plat, qu'on avoit mis sous le premier dans l'opération précédente. Le poids de l'or ayant été marqué, avant que de le mettre dans le creuset, on ajoute à chaque once d'or une dragme de nitre dépuré le plus sec; & ensuite ayant mis le couvercle au creuset, on le couvre, & on l'environne de toutes parts de charbons ardens, & par le moyen du soufflet on procure le degré de chaleur propre à mettre bien l'or en flux. Le nitre emporte alors, en brulant, les restes de l'antimoine; ce qui étant fait, on verse aussi-tôt l'or fondu, & ainsi dépuré, dans une lingotiere, enduite auparavant de suye de chandelle. Le plat, qui est sous le creuset, sert à recevoir l'or, en cas que l'action du soufflet causât quelques fentes au creuset; c'est pourquoi il faut bien prendre garde que le creuset ne soit jamais dégarni de charbons, surtout dans l'endroit vers lequel on dirige continuellement l'air du soufflet.

L'or étant ainsi dûement purifié par le moyen du nitre, il arrive néanmoins qu'il demeure quelquefois encore dur & fragile, parce que la moindre partie de régule d'antimoine qui reste, suffit pour détruire la flexibilité de l'or. On remédie à cet inconvenient, en le remettant dans un creuset net, où il rentre fort bien en flux, moyennant un degré de feu plus fort. On jette alors dessus un peu de Mercure sublimé, & du plus sec, mais peu à peu, & en prenant bien garde qu'il ne frappe les narines. Quand la fumée cesse, on couvre le creuset, & mettant des charbons dessus, on presse le feu, de maniere à conserver l'or dans un flux léger pendant 5 à 6 minutes. On le verse enfin dans la lingotiere, & après qu'il est refroidi, on y trouve la flexibilité requise.

Toutes

Toutes les opérations qu'on a enseignées jusqu'à présent étant soigneusement exécutées, l'or recueilli de cette masse entière d'argent de 50 à 60 Livres, qu'on avoit d'abord employée, se trouve tout réuni. Mais les derniers régules, tirés de l'Antimoine, ont encore précipité avec eux quelque argent qui s'y est attaché, & quiqu'il ne s'en trouve qu'une très petite quantité, cela ne laisse pas de diminuer la bonté de l'or à l'essai. Si l'on souhaite de l'épurer encore d'avantage, & d'arriver à cet or, qu'on appelle communément or de séparation, (*Scheide-Gold*) & qui sert de nouveau aux Ouvriers pour dorer l'argent, il faut seulement prendre le plus grand régule, précipité de la première fusion par l'antimoine, le mettre dans le plat, faire agir le soufflet, en procurer la dépuración par le nitre, & lui rendre la flexibilité par le Mercure sublimé; ce qui le conduira au degré de pureté que les essayeurs nomment de $23\frac{1}{2}$ Carats. Les trois ou quatre petits régules restans, recueillis de la nouvelle fusion par l'antimoine, comme on l'a dit ci-dessus, & dépurés de la même manière, n'atteignent que 18 carats, ce qui fait l'or, nommé vulgairement *Crobnen-Gold*; & pour le conduire à la valeur du précédent, il faut le fondre de nouveau avec deux parties d'antimoine, & le dépurer ultérieurement de la manière susdite; mais ceux qui veulent travailler à quelque nouvelle séparation d'argent doré, gardent ces petits régules de moindre prix, pour une autre dépuración d'or, afin de ne pas perdre leur tems & leur peine.

Nous avons enseigné jusqu'à présent avec une parfaite sincérité la manière de séparer l'or d'avec l'argent, & de lui rendre sa première splendeur & son prix, & nous avons rapporté toutes les manœuvres nécessaires pour cette opération, sans omettre la moindre circonstance. Mais comme l'argent, metal non moins recommandable, après avoir été séparé de l'or, est demeuré engagé dans les impuretés du souffre commun & de l'antimoine, & semble y avoir perdu son degré de perfection, il est juste de travailler à lui rendre sa pureté précédente; je vais donc enseigner succinctement la voye la plus abrégée d'y réussir, sans perte de metal.

Les opérations précédentes ont fait voir, que tout l'argent employé au commencement pour la séparation de l'or, avoit été réduit en une espèce de scories souffrées par son mélange avec le soufre mineral, & que de ces scories, après des fusions & des précipitations successives & réitérées, on avoit recueilli l'or dégagé de soufre, & concentré dans des régules d'où il avoit été tiré en travaillant à la parfaite purification par le moyen de l'antimoine crud. En effet le soufre commun, qui abonde dans l'antimoine, après s'être saisi de la quantité d'argent, qui étoit encore mêlé avec l'or dans les régules, donne la partie réguline à l'or, & le reste se change en scories. Mais comme ces scories recueillies des régules peuvent encore receler quelques molécules d'or, il faut les purifier à part, & voici comment se fait cette séparation, que les Allemands appellent *Stock-verblasen*, ou dissipation des scories d'antimoine au soufflet.

Les scories antimoniales imprégnées d'argent, se mettent entre les briques où la purification de l'or a été précédemment faite, dans un plat de terre proportionné qu'on y avoit déjà placé, & fait rougir. Pour préserver ce plat de la chute des charbons, il est bon de le couvrir d'une voute de la même terre que lui, façonnée en forme d'hémisphère, & chauffée au feu. Dans la partie antérieure de cette voute, on laisse une ouverture carrée d'environ deux pouces, afin que celui qui travaille puisse y regarder commodément, & diriger le vent du soufflet vers le centre du plat.

Cette disposition étant soigneusement faite, on met dans le plat avec des pincettes, ou une cueillère de fer, les scories antimoniales, brisées en petits morceaux; & comme elles entrent facilement en fusion, elles ne demandent pas un fort grand degré de feu, il suffit que le plat & la voute deviennent d'un rouge obscur; un plus grand degré de feu, qui rendroit les vaisseaux embrasés, met la matière fondue dans un trop violent mouvement, & il se perd du métal, par les petits grains innombrables qui éclatent de toutes parts.

Lorsqu'on voit les scories entièrement fonduës dans le plat, on y mêle environ une dixième partie de plomb réduit en grains, ou petits morceaux, lequel en se fondant d'abord, augmente
la fumée

la fumée sulphureuse que jettent les scories ; mais, pour la faire bientôt passer, on dirige le vent d'un petit soufflet vers le centre du plat. Cette manœuvre met les scories dans un flux léger, & les molécules d'argent qui y sont dispersées, se trouvent en état d'entrer dans le plomb. Cependant on continue le travail avec un moindre degré de feu, jusqu'à ce que l'on voye la masse métallique prendre un flux plus consistant, comme si elle vouloit durcir, ce qui arrive en effet à proportion que le souffre se dissipe ; c'est pourquoi le degré de feu doit être augmenté de manière qu'il renaisse une fumée plus abondante, & une plus grande agitation dans la matière. Enfin, quand les fumées sulphureuses disparaissent, il se forme des scories de souffre brûlé & de plomb, (ce qu'on appelle *fleurs d'argent*;) & on les reconnoit à ce phénomène, c'est que la surface de l'argent, mêlé encore avec quelque partie de plomb, & parfaitement fluide, est teinte de diverses couleurs, qui se succèdent alternativement, paroissant & disparaissant avec beaucoup de rapidité ; preuve certaine qu'il ne reste plus d'antimoine parmi le métal qui reste dans le plat. Et comme c'étoit là tout le but du travail, il faut ôter le feu, & quand le plat est refroidi, en détacher l'argent.

Pour dégager entièrement cet argent du plomb qui y reste, & le rendre tout à fait pur, il faut encore le mettre dans une coupelle proportionnée à la quantité de métal qu'on veut purifier. Nous verrons plus bas les détails de cette opération, en parlant de la purification de l'argent souffré. Tout ce qu'il est à propos de remarquer ici, c'est qu'il reste encore dans cet argent quelque quantité d'or, qui a été entraînée par l'antimoine, lorsqu'on l'a employé pour la purification de l'or. On a donc coutume de conserver cet argent, imprégné en quelque sorte d'or, pour un autre travail de séparation, en le mêlant alors à la nouvelle masse d'argent doré, sur laquelle on veut opérer.

Au bout de ce travail, c'est à l'ouvrier à rendre son premier éclat & sa pureté à tout cet argent, qui a souffert la séparation d'avec l'or. Nous avons vû que, dans le premier travail entrepris pour cette

séparation, on a joint une quantité assez considérable de soufre minéral à l'argent, afin de procurer sa séparation d'avec l'or; & cela, parce que les molécules d'or, dispersées dans l'argent, rejetant tout mélange avec l'acide pur du soufre, peuvent d'autant mieux se séparer, & gagner le fonds du vase, tandis que cet acide s'est emparé de la masse d'argent qu'il a rendue fort disposée à fluër, & mise dans une demi-solution. Pour débarrasser donc ce précieux metal d'un adversaire, qui gêne beaucoup tous les corps minéraux, dans lesquels il se trouve, on a tenté diverses sortes d'expériences. De concert avec le raisonnement, elles ont enfin appris aux Chymistes, que l'opération ne pouvoit mieux réussir, qu'en mêlant à cet argent chargé de soufre, & fondu de nouveau au feu, un autre corps qui eut plus d'affinité avec l'acide du soufre, & qui put en être dissous plus aisément que l'argent. Or on a trouvé que le fer, metal très avide de soufre, convenoit parfaitement à ce but. Et afin de procurer par ce moyen la dépuration de l'argent, le travail doit être dirigé de la manière suivante.

Qu'on mette au fourneau de fusion un creuset noir de *Passau* ou d'*Ips*, d'une grandeur convenable au poids de l'argent, & lorsque les charbons placés à la hauteur du creuset seront embrasés de toutes parts, qu'on fasse entrer successivement dans le creuset l'argent soufré, qui aura été conservé en gros morceaux, en y mêlant une troisieme partie de lames, de cloux, & autres petits morceaux de fer, de quelque figure que ce soit, pourvu seulement qu'ils ne soient pas rouillés. Autant que cela se peut, il faut disposer l'argent & le fer par couches alternatives. Si le poids de l'argent va à 25 livres ou 50 Marcs, celui du fer ne doit être que de 8 à 9 livres. Cela fait, & le couvercle étant adapté au creuset, on l'environne de toutes parts de charbons, & comme il faut un degré de feu véhément pour mettre le fer en fusion, il est nécessaire de remettre de nouveaux charbons à la place de ceux qui sont consumés, une seconde, & même une troisieme fois. Mais comme la force avec laquelle l'acide fulphureux agit sur le fer, a coutume d'exciter de grands mouve-

mens,

mens, accompagnés de sifflement, & qu'alors les grains de métal se dispersent; pour ne pas faire une semblable perte, il faut couvrir les métaux mis au creuset d'une poignée ou deux de poussière de charbon: car le *phlogiston* du charbon empêche la trop prompte scorification du fer, qui dissipe les métaux fondus, en leur causant une trop violente agitation.

Quand on s'apperçoit donc que les charbons mis pour la seconde, ou pour la troisième fois, sur le couvercle du creuset, sont consumés, l'air nécessaire ayant été introduit par la grille du fourneau, il faut lever le couvercle, & les métaux paroîtront fluides. Aussi-tot on les mêle & on les remue en rond, avec une verge de fer ardente. Mais afin que l'argent puisse mieux se dégager du soufre, on mêle au métal fondu environ une sixième partie de plomb brûlé, ou de litarge; ce qui donne une plus grande fluidité à la masse, & avance la vitrification ou la scorification du fer. J'avoie bien que quelque partie des cendres de plomb, réduite en métal par l'inflammable, est propre à attirer avec avidité l'argent dégagé du soufre, mais pour prévenir ce cas, il faut partager en trois ce produit du plomb, & le jeter à trois reprises dans la masse fluide, en la remuant bien après chaque injection, avec un baton de fer recourbé & ardent. Le couvercle étant ensuite remis sur le creuset, on l'environne de toutes parts de charbons, & en employant le degré de feu convenable, tout le métal se met parfaitement en flux; sur quoi, on prend aussi-tot une lingotière large & enduite de suif, & l'on y verse avec circonspection la matière métallique. Dès que celle-ci a perdu la rougeur que le feu lui avoit donnée, on renverse la lingotière, pour faire tomber ce qu'elle contient dans un vaisseau rempli d'eau, où sur le champ les scories de fer se séparent tout à fait de l'argent. On remet le creuset dans la braise, afin qu'il se refroidisse peu à peu, & qu'on puisse s'en servir encore quelquefois pour la même opération.

Ce travail débarrasse donc l'argent du soufre, & le purifie de toutes ses impuretés; mais la trop grande roideur qu'on y observe encore, marque qu'il y reste bien des parties hétérogènes, qui em-

pêchent sa ductilité. Pour extirper celles - ei, comme les precedentes, & rendre à ce métal l'homogeneité qui lui est propre, il faut entreprendre sa derniere purification à la coupelle. En effet on fait par l'experience, que le Saturne des Chymistes, ou le plomb, mêlé avec les métaux, & mis à un certain degré de feu, les dissipe tous, & les emporte avec soi, sans toucher aux plus parfaits, tels que sont l'or & l'argent. Il est connu par la même voye de l'experience, que ce metal rapace, excité par l'action du feu, pénètre tous les vaisseaux, tuileaux, ou creufets, avec quelque art qu'ils soient fabriqués, les fend, & laisse echaper par les fentes, & tomber dans le fourneau, les metaux précieux qu'on se proposoit de purifier. On ne sauroit réprimer cette action que par les cendres des animaux & des vegetaux bien préparées. Pour cet effet on les ramasse, & on les entasse fortement dans un plat de terre assez profond; on fait ensuite à la surface de ces cendres entassées un petit ereux, propre à recevoir les metaux fondus. C'est alors qu'on employe la coupelle, nommée en Allemand *Test*, & pour la faire, on procede de la maniere que je vais détailler exactement.

On prend des cendres d'un bois un peu tendre, ou plutot de cette cendre blanchâtre & legere, qui est la portion la plus pure des cendres, on la fait passer par le crible, en versant dessus de l'eau, qui facilite le passage des cendres les plus subtiles, & arrête les petits morceaux de charbon dans le crible. La poussiere de cendre etant ainsi passée, on verse encore de l'eau nette bouillante, en remuant avec une baguette de bois, afin que le sel alcali renfermé dans les cendres, se détache, & entre dans l'eau. Après que la cendre s'est posée tranquillement, on verse l'eau trouble qui surnage, on en met de nouvelle, & l'on continuë de la forte, jusqu'à ce que l'eau qui surnage, devienne claire, & tout à fait insipide. Alors vous versez successivement toute la cendre lessivée, qui a été remuée dans l'eau, dans un vase net; & remettant de nouvelle eau, vous continuez de même jusqu'à ce que la cendre la plus legere versée avec l'eau, ait déposé au fonds du premier vase le sable & les parties grossieres qu'il falloit en séparer.

Ces

Ces cendres ainsi dégagées de tout sel & de toute graisse huileuse, desséchées, & désormais inaltérables au feu, sont ce qu'il y a de plus propre pour faire les Coupelles. Dans ce dessein on choisit un pot de terre non vernissé en dedans, d'une grandeur & d'une profondeur qui répondent au poids de l'argent qu'on veut purifier. Mais comme il arrive assez souvent, que des vases de cette grandeur ne sont pas propres à résister à l'action violente du feu, mais qu'ils contractent des fentes, par lesquelles le metal s'échape, l'ouvrier fera mieux, s'il se procure des anneaux d'environ un pied, ou du moins de 8 pouces de diametre, faits d'une lame de fer large de 3 à 4 doigts. Le bas de ces anneaux, destiné à en faire la base, doit être plus convergent, afin qu'après le travail on puisse avec moins de peine pousser les cendres, & les faire sortir par le bord supérieur, qui est le plus large. Un semblable anneau étant posé sur un aîx, on le remplit de cendres, qu'il faut auparavant humecter en versant de l'eau dessus presque goutte à goutte, & les presser ensuite fortement entre les doigts, de manière qu'elles prennent une légère cohérence. Ces cendres ainsi rassemblées au dedans de l'anneau, se pressent encore de toutes parts avec les doigts, ou avec un pilon dentelé; on les frappe même ensuite de la circonférence au centre, à petits coups de marteau appliqués dans la direction spirale; ce qui leur donne enfin le degré de cohésion, dont on a besoin. Cela fait, avec un couteau recourbé, on détache de la surface un segment sphérique large, mais peu profond, qu'on égalise ensuite de tous côtés avec une boule de bois, qu'on roule sous la paume de la main. Si l'on a des cendres d'os d'animaux, & surtout de veau ou de mouton, brûlés, calcinés, & réduits en une espèce de farine, on peut les répandre de toutes parts en criblant au dessus de ce creux, & les appliquer de nouveau fortement à la coupelle par le moyen de la boule de bois.

Pour empêcher que les charbons ne tombent parmi le metal fondu dans la coupelle pendant l'ouvrage de la purification, il convient d'y mettre le couvercle que les Artistes appellent *voute de la coupelle*, & en Allemand *Muffel*. C'est un hemisphere, dont le diametre à l'ouverture est égal au diametre de l'anneau de fer, sur lequel il doit

repp-

reposer; on le fabrique comme les pots, en prenant de la meilleure argille, des cailloux calcinés, & du sable. Et afin que pendant l'opération, l'ouvrier puisse regarder jusqu'au centre de la coupelle, la voute a une ouverture d'environ trois pouces de largeur & de hauteur, qu'on y pratique, en la fabriquant, par le moyen d'une parallele tirée de la base au sommet, qui la coupe deux fois à la distance d'environ deux pouces. Lorsque l'argille est encore molle, on ne détache pas cette portion de la partie supérieure, mais on la leve seulement, on la fait avancer en dehors, & on la soutient de côté, en étendant de l'argille sous les bords de l'ouverture, de maniere que cela représente des battans suspendus. On se propose d'empêcher par ce mécanisme, que les charbons posés au sommet de la voute ne tombent dans la coupelle, & ne dérangent le travail. La voute faite de cette maniere, & séchée à l'air, se cuit au feu de charbon entre des briques.

La coupelle, & la voute, étant ainsi préparées, on doit avant que de procéder à la dépuracion de l'argent, faire choix d'un lieu qui y soit bien convenable. Si l'on a dans son laboratoire un foyer assez spacieux, il faut placer la coupelle sur son aire, ou plan horizontal; mais comme on a besoin d'un degré de feu assez véhément pour mettre l'argent en liquesfaction & l'y entretenir, il faut rassembler de toutes parts le feu autour de la coupelle, de maniere qu'il dirige la force de son action vers le centre, & l'on y réussit de la maniere suivante. On fait des briques de la longueur & de l'épaisseur ordinaire, mais un peu recourbées, de maniere que six ou huit de ces briques, posées l'une auprès de l'autre, & jointes ensemble, forment un cercle. L'on environne de semblables briques la coupelle, placée, comme je l'ai dit, sur le foyer, mais avec la précaution de laisser une distance de trois ou quatre doigts entre la coupelle & les briques, pour y placer les charbons. On met sur ces briques un second rang de briques placé de la même maniere, & cela de sorte que chacune des briques supérieures repose sur deux moitiés des briques inférieures, pour les couvrir & les retenir dans leur situation. Dans ce second rang, on doit laisser à la partie antérieure un espace, qui réponde à l'ouverture de la voute, & qui conserve à l'ouvrier le moyen
de

de voir l'opération du feu sur la coupelle, & de la diriger à souhait. Enfin, sur le second rang de briques on en met un troisième & un quatrième, toujours de la même maniere, en resserrant pourtant un peu leurs cercles, & les rendant plus étroits, à mesure qu'ils s'élèvent par dessus le sommet de la voute de la coupelle. Par ce moyen ils forment au dessus de cette voute, une espece de chambre hemispherique, qui sert à augmenter l'action du feu. La partie superieure, ainsi retrécie, demeure ouverte, pour jetter & placer les charbons. Une remarque qu'il est à propos d'ajouter, c'est que les briques doivent etre placées de maniere que leurs extremités ne se touchent pas exactement, mais qu'il reste toujours entre chacune un espace de deux ou trois lignes, pour laisser passer l'air nécessaire à l'entretien du feu.

Cette disposition etant faite avec exactitude, il faut remplir de charbons l'espace menagé entre la coupelle & sa voute, & les allumer avec de la braise ardente qu'on place au sommet de la voute. Par ce moyen la coupelle s'échauffe peu à peu, & l'humidité qu'elle avoit contractée à l'air, se dissipe. Alors, si au bout d'environ une heure, pendant laquelle on a toujours remplacé les charbons, à mesure qu'ils se consumoient, l'on voit la coupelle bien ardente, on y met le plomb avec circonspection, & cela dans la proportion d'une troisième ou quatrième partie avec l'argent que l'on veut dépurér. Si l'on fait pourtant qu'il y a beaucoup de cuivre parmi l'argent, il faut augmenter la proportion du plomb. Mais pour empêcher que le fonds de la coupelle ne soit offensé, en y jettant des morceaux de plombs assez gros & anguleux, il convient de verser auparavant ce metal en fusion dans une boîte de bois, enduite de craye, & de l'y secouer, afin qu'il se convertisse en petits grains; & c'est dans cet etat qu'on le met avec précaution dans la coupelle, en se servant d'une cucillere de fer. Il se fond d'abord, & l'on y jette successivement les morceaux d'argent; ce qui etant fait, on bouche avec un gros charbon l'ouverture menagée dans la voute, afin que le degré de feu s'augmente au dedans; & pour le même effet on répare continuellement les charbons qui s'usent, &

l'on remplit souvent de pieces de charbon l'espace qui est au dessous de la voute, entre les briques & la coupelle, pour entretenir le degré convenable de feu.

Aussi .tot que nous voyons la masse métallique en ébullition dans la coupelle, & exhalant de la fumée, il faut oter le charbon qui bouchoit l'ouverture, car l'introduction de l'air devient fort nécessaire pour dissiper la fumée du plomb. Le reste de ce métal purifiant entre dans les pores de la coupelle, sous l'apparence de scories vitrescentes, semblables à une huile qui fume au dessus de l'argent. Le plomb emporte avec lui toute matiere étrangere, & surtout les métaux imparfaits. Ces scories vitrescentes, s'épaississant quelquefois aux bords de la coupelle, y sont recueillies sous le nom de litarge. L'on doit pourtant prendre garde qu'il ne tombe dans la coupelle des charbons, qui réduisent par leur *pblogiston* le plomb en metal, ce qui allonge le travail.

En continuant l'opération avec le degré de feu que nous avons indiqué, on voit bientôt paroître à la surface de l'argent de larges taches de différentes couleurs; c'est ce qu' on nomme *fleurs d'argent*. Dès qu'on les apperçoit, il est nécessaire de remuer quelquefois la masse avec une verge de fer un peu recourbée & ardente, pour écarter une certaine quantité de plomb, qui se cache en quelque sorte au centre de la coupelle, & la dissiper, après qu'elle s'est de nouveau mêlée avec l'argent. Ce mouvement produira à la surface de l'argent une scorie subtile, ou une mince cuticule de litarge, qui aura les couleurs éclatantes de l'arc en ciel, & fera dans une agitation continuelle, paroissant & disparoissant alternativement, ce que les Essayeurs Allemands appellent *blicken*. On doit continuer alors un violent degré de feu, en tenant bouchée pendant quelques minutes l'ouverture de la voute à l'aide d'un charbon, jusqu'à ce qu' enfin l'on apperçoive la surface de l'argent coagulé d'une pureté resplendissante, & pnuissant quelque fois des rameaux comme par une espece de végétation. Une chose encore bien essentielle à remarquer, c'est que le degré de feu dans tout ce travail doit répondre à la

la

la quantité du plomb. Dans le commencement un feu assez foible fuffit, pour que la masse se mette en flux, & que doucement agitée elle jette une fumée tranquille. Un degré de feu plus fort causeroit une trop grande agitation au métal, chasseroit la fumée avec impetuofité vers le fommet de la voute, & écarteroit de toutes parts les petits grains de metal avec perte. Quand on voit cela, on ôte aufli tot les charbons de coté & d'autre, afin que le metal rentre dans un flux tranquille; mais, à mefure que la quantité de plomb diminuë fuccesfivement, il faut augmenter le feu, de peur que l'argent, furtout vers la fin de l'opération, ne roidiffé trop tot, & ne renferme encore des impuretés, dont il faudroit le débarrasser.

C'est en fuivant cette methode qu'on parvient à avoir l'argent le plus pur, & le mieux nettoyé de toute fouillure de métaux imparfaits; & fi le travail s'exécute duëment, avec toutes les précautions indiquées, l'ouvrier ne fera pas la moindre perte du metal précieux. Mais ceux qui n'ont que peu de livres, ou de marcs, d'argent à feparer d'avec l'or, après avoir emporté le fouffre de l'argent par le moyen du fer, peuvent aifément, & par une voye plus abregée, rendre la pureté & la flexibilité requifes au metal, en fe servant du nitre, & du fimple régule d'antimoine. En effet, en fondant de femblable argent au creufet, on y mêle de la poudre du régule fufdit & de nitre; & le tout étant fondu, on remuë bien la masse avec un crochet de fer chaud; aufli-tot, le régule qui eft fort avide de fer, absorbe toutes les molecules de ce metal, qui font cachées dans l'argent, & qui le rendent fragile; enfuite dequoi, par le moyen du nitre, il fe convertit lui-même, & les particules heterogenes femblables, en scories, laiffant l'argent purifié dans la partie inferieure du creufet.

Mais comme dans les scories de fer, qui contiennent le fouffre feparé de l'argent, il peut, à caufe de leur confiftence tenace dans la fufion, refter, par ci par là, beaucoup de particules d'argent cachées, l'ouvrier eft intereffé à ne pas les jeter avec les scories, mais à les ramener de nouveau à leur forme metallique. Pour cet effet il faut piler les

scories dans un mortier de fer, & y mêler la moitié de litarge; ce qui étant achevé, on fait rougir au fourneau de fusion un creuset d'*Ips* d'une grandeur convenable, dans lequel on met cette masse, on y pose le couvercle, & l'on donne ensuite pendant une heure un degré de feu très violent. Alors la litarge convertie de nouveau en plomb par le *phlogiston* du souffre, absorbera en se fondant toutes les molécules d'argent cachées dans les scories du fer. Toute la masse bien fondue, & versée dans le culot, donne à la surface des scories de fer dégagées de tout argent, & au dessous on trouve le plomb imprégné d'argent. Mais ce plomb même est d'un grand usage pour dépurér l'argent à la coupelle; car à l'argent qu'on dépure de cette manière, se joint aussi-tot celui que ce plomb avoit tiré du fer, & par ce moyen il ne se perd rien de ce précieux metal.

J'ai découvert une autre voye encore plus abrégée que les précédentes, par laquelle un seul & même travail délivre l'argent de l'impureté du souffre mineral, & le purifie entierement, sans qu'il soit besoin de recourir à l'ennuyeuse opération de la séparation du souffre par le fer. Pour y réussir, on excite par le secours des soufflets un feu de bois, qui produit une grande & puissante flamme, propre à dissiper le souffre suivant notre intention. On fait pour cet effet dans l'aire du foyer du laboratoire une cavité, où l'on place la coupelle, renfermée dans un anneau de fer, de la façon que nous avons enseignée ci-dessus. Mais comme le souffre mineral, que nous avons dessein de séparer de l'argent, étant violemment agité par le feu, pénètre trop les cendres, & en réduit une trop grande quantité dans une espede de bouillie, d'où s'ensuit de la perte de metal pour l'ouvrier, il faut à cause de cela choisir à la place des cendres une autre matiere qui résiste à la corrosion du souffre, & n'endure aucune alteration, même au feu le plus violent. L'expérience à appris que ce qu'il y avoit de plus convenable pour faire une coupelle, telle qu'on la souhaite dans cette occasion, c'est de la poussiere très menüe de briques, avec la moitié de verre pilé le plus fin, & une très petite quantité d'os calcinés. En humectant ce mélange
il faut

il faut en remplir l'anneau, au lieu de cendres, de la maniere susdite, & cela forme une coupelle dont on couvre la surface de poussiere d'os calcinés que l'on crible au dessus. On la met ensuite dans la cavité que l'on a creusée dans l'aire du foyer, en l'affermissant de tous cotés avec des cendres criblées, de maniere que la coupelle ne débordé point, mais qu'elle conserve la même situation horizontale avec le reste du foyer. Cela étant fait, on prend un soufflet double, fait comme ceux des forges, mais moindre, & on le place de maniere que le tuyau passant par le mur, élevé à la hauteur d'un pied ou deux, puisse être dirigé à souffler obliquement embas, & à frapper fortement la cavité de la coupelle; & l'on peut connoître si cela arrive exactement, lorsque le souffle qui part du tuyau du soufflet, dissipe tout à fait les cendres qui étoient tombées sur la coupelle. On couvre la coupelle desséchée de charbons, qui s'allument successivement en mettant de la braise ardente dessus. Mais afin que l'action du feu ne s'écarte pas trop, les briques rangées autour de la coupelle à 4 ou 5 pouces de distance, arrêteront la flamme excitée par le soufflet, & en renverront l'effet vers le centre de la coupelle. Aussi-tot que la surface de celle-ci paroît obscurément embrasée, on écarte les charbons, on met dans la coupelle les morceaux d'argent souffré, & en ajoutant de petites pieces de bois, & de gros charbons, surtout à la partie postérieure de la coupelle, qui répond au tuyau du soufflet, il faut exciter un souffle modéré, afin que l'argent se mette en flux, & que la fumée du souffre brûlé se dissipe tranquillement. Lorsque la masse entière d'argent souffré, mise dans la coupelle, aura été en liquescence, & agitée par l'air du soufflet pendant quelque tems, la plus grande partie du souffre se trouvera dissipée. Alors il faut augmenter l'action du soufflet, en le chargeant d'un poids, afin que toute l'impureté du souffre se dissipe entièrement, & que ce que la litarge réduite en plomb a joint de ce metal à la masse d'argent, depuis la précipitation de l'or, s'insinué dans le creuset, & laisse l'argent purifié. On s'en convaincra, en fourrant un fil de fer humide dans l'argent fondu, & en examinant avec le marteau, si ce qui

s'y est attaché, est ductile. Quand on s'est procuré cette certitude, on ôte le feu, & après avoir laissé refroidir l'argent dépuré, on le sépare de la coupelle, en le nettoyant par-dessous des parties de la coupelle qui peuvent s'y être attachées.

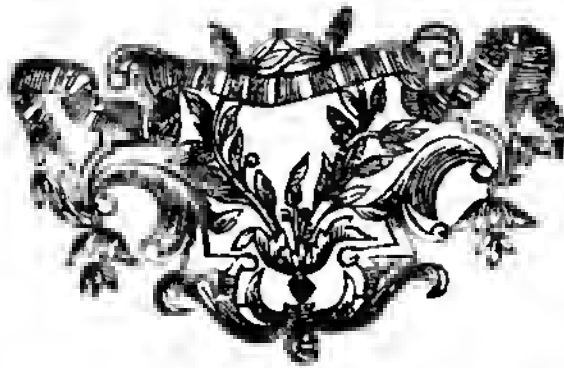
Cette dépuration a lieu, & se fait d'une manière profitable, si l'on s'est uniquement servi pour la séparation, de ces fils d'argent doré qui servent à couvrir la soye. Mais quand il est question de vases d'argent doré, nous savons qu'il y a dans l'argent une quatrième, une cinquième, ou une sixième partie de cuivre, & que chaque partie de cuivre, pour être séparée de l'argent, demande à la coupelle seize parties de plomb. Afin donc de pouvoir employer cette grande quantité de plomb, qui doit se séparer de l'argent avec le cuivre en scories vitrescentes, on a besoin d'une coupelle faite uniquement de cendres, dans lesquelles ces scories fonduës s'imbibent comme de l'huile, en abandonnant l'argent purifié. La disposition de la coupelle sur le foyer est la même que dans le travail précédent, il y faut pareillement employer le soufflet, donner le même degré de feu, & la même structure au foyer. Mais le travail diffère en ceci, c'est que la coupelle étant échauffée, il faut mettre le plomb le premier, & cela dans un poids égal ou même sous-double de l'argent; & quand ce plomb fondu entre en ébullition dessus la coupelle, on y jette successivement, & par morceaux, l'argent souffré, après l'avoir fait auparavant chauffer. En faisant ensuite agir le soufflet, lorsque la plus grande partie du souffre s'est consumée & dissipée en fumée, on ajoute de nouveaux morceaux d'argent souffré. En prenant cette précaution, on prévient que la coupelle ne s'entr'ouvre, ou ne fonde & que le métal précieux se mêlant parmi les scories qu'on veut en séparer, ne s'échappe parmi les cendres. Mais si le travail se fait exactement de la manière que nous venons de décrire, on trouvera dans la coupelle l'argent aussi pur que celui de l'opération précédente, & l'on pourra l'en séparer à la fin du travail.

La séparation de l'or d'avec l'argent étant ainsi faite par la voye qu'on appelle *séparation sèche*, en fondant les métaux dans des creusets,

fers, & autres vaisseaux de terre, il reste quelques mots à ajouter, qui concernent certaines choses qu'on ne pourroit négliger dans l'opération, sans diminuer beaucoup le profit qui en revient. En effet l'expérience nous apprend, que les vaisseaux dont on se sert pour fondre les métaux, arrêtent par ci par là de petites portions, ou molécules, qui s'attachent aux pores ou aux inégalités de la surface de ces vaisseaux. De plus; il arrive souvent que les métaux fondus, étant trop agités par le feu, ou par un effet des autres choses qu'on y mêle, se mettent à étinceler, ou à fulminer, & qu'il se disperse ainsi de petits grains, ou dans les fourneaux, ou autour des coupelles: c'est pourquoi il faut ramasser & conserver soigneusement toutes les cendres qui se trouvent dans les fourneaux de fusion, ou autour des coupelles, les mettre dans un vaisseau de bois convenable, y verser de l'eau, & les remuer. Alors la cendre la plus pure & la plus légère, à force de laver & de verser l'eau, se sépare de la poussière métallique qui est plus pesante. On fait ensuite dessécher celle-ci, & en la mêlant avec deux parties de litarge, elle se fond au creuset, se forme en masse métallique, & tout ce qui s'y trouvoit mêlé de terrestre, changé en scories par le moyen de la litarge, reste attaché à la partie supérieure du creuset refroidi. De la même manière, les creusets, voutes, couvercles &c. qui sont usés ou fendus, peuvent être dégagés de ces parties métalliques, si on les racle avec des outils de fer propres à cet effet; après quoi, ces molécules de métal pilées au mortier, criblées, lavées, & desséchées, se rassemblent & se purifient, étant mises en fusion avec la litarge. La masse métallique pleine d'argent qui en procède, peut être mêlée avec de semblable métal à la coupelle, & y être de nouveau purifié. Mais comme ce genre de travail est suffisamment connu, il me paroîtroit superflu d'en dire davantage, non plus que de l'opération, par laquelle on dégage les coupelles du plomb & des autres métaux imparfaits vitrifiés, dont elles sont imbuës, dans le fourneau de réduction, que les Allemands appellent *Strich-Ofen*, & par le moyen de la poussière de charbon

on

on rend à ces matieres leur premiere substance metallique , de maniere que le plomb qu' on en tire, peut servir de nouveau à purifier l'argent dans la coupelle. Tout cela nous jetteroit dans un trop grand détail; cependant un ouvrier ingénieux peut bien trouver encore des moyens de faire ces opérations avec moins de peine & à moins de fraix qu'elles n'ont été faites jusqu' à présent, & en examinant plus soigneusement toute la poussiere que les Orfevres négligent le plus souvent, il en tirera exactement les parties de métal précieux, qui y sont encore cachées, & y trouvera un assez bon profit.





M É M O I R E

SUR LA MANIERE DE DISSOUDRE L'ETAIN DANS LES ACIDES DES VEGETAUX, ET SUR L'ARSENIC, QUI S'Y TROUVE ENCORE CACHE', AVEC LES EXPERIENCES QUI SERVENT DE PREUVES, PAR MR. M A R G G R A F.

Traduit du Latin.



I.

Qu'entre les divers métaux que les hommes employent à leur usage, l'Etain ait toujours été regardé comme le moins nuisible, c'est ce que prouve la quantité d'utensiles qu'on en fait, tant pour manger que pour boire, comme plats, assiettes, cruches, gobelets, caffetieres, pots à Thé. On peut tirer la même conséquence de la coutume d'étamer les vaisseaux de cuivre & de fer. Enfin les Chymistes ont plusieurs instrumens destinés à la distillation & à la codtion, qui sont d'étain.

II. Ce qui a généralement engagé à se former une telle idée de ce métal, n'est autre chose, à ce que je crois, que l'opinion où l'on est que les acides des vegetaux ont beaucoup de peine à le ronger. Car quoique le savant Professeur, Mr. *Schulz*, dans sa Dissertation de morte in olla, imprimée à Altorff, n'ait pu nier la solubilité de l'étain, & qu'il ait même à cause de cela déconseillé l'usage des vaisseaux

de ce métal ; il n'a pourtant en vuë que les especes d'etain, qui sont mêlées de plomb, ou d'autres métaux, & nullement l'etain pur, comme on peut s'en convaincre en jettant les yeux sur les §.s. XXVI. & XL. de sa Dissertation.

III. Par rapport aux corps métalliques qu'on mêle ordinairement en Allemagne avec l'etain, le plus ordinaire est le plomb, dont les uns mettent une livre sur six, les autres sur dix livres d'etain pur ; & cette masse étant réduite en fusion, on en fait divers utensiles. Cè mixte porte en Allamand le nom de *Probe-Zinn*. L'etain pur souffre par ce moyen une grande alteration, parce que le plomb qu'on y mêle le rend beaucoup plus facile à être rongé par les acides que l'on garde dans des vases d'etain ; & cela rend l'usage de ce métal plus dangereux. Je n'entrerai point ici dans le détail des autres compositions de ce genre, où l'on fait entrer le cuivre, le léton, le régule d'Antimoine, ou le Bismuth, & même le plus dangereux de tous, l'Arfenic, ou en nature, ou mêlé déjà suivant diverses proportions avec les autres corps métalliques susdits. Il n'y a qu'à lire là dessus la Dissertation que j'ai citée, & les Leçons de Mr. *Neumann*.

IV. Je ne dirai rien non plus de toutes les autres especes d'etain alteré, & mêlé avec d'autres corps métalliques, & je m'en tiendrai uniquement à mon but ; c'est de faire voir, que l'etain même le plus pur & le plus fin qu'on nous apporte des Fonderies, 1. peut être rongé & dissous par les acides des vegetaux, 2. que dans ce même etain très pur & très fin, il reste encore une quantité considerable d'Arfenic.

V. Il n'y a personne qui ne sache, ce que c'est que l'Etain ? Il seroit donc superflu d'en donner ici une description étendue. Ainsi je me bornerai à dire que par les mots d'etain pur & fin, j'entens l'etain auquel on n'a joint aucun métal, & tel qu'on le tire de son minéral, après l'avoir seulement fait fondre seul & sans addition, en l'approchant des charbons ardens. Il y a trois especes principales, connues & employées, de cet Etain, savoir ;

1. L'Etain des Indes Orientales, dit de Malac, qui passe pour le meilleur.

2. L'Etain

2. L'Étain d'Angleterre; &

3. L'Étain de Saxe ou de Bohême.

VI. Les acides des végétaux rongent & dissolvent toutes ces espèces d'étain; quoique Mr. *Neumann* l'ait formellement nié. * Mr. le Professeur *Juncker* avoué à la vérité cette solution, mais ce n'est qu'à l'égard de l'étain réduit en cendres en le brûlant. † La chose est néanmoins au dessus de toute contestation, & les expériences suivantes vont montrer de la manière la plus claire cette solubilité de l'étain.

* *Præd.*
Chym. p. 1713.
† *Junckeri*
Chymie Part.
I. p. 965.

VII. J'ai pris les trois espèces d'étain susdites, & j'en ai fait faire trois vases d'égale capacité, savoir l'un d'étain de Malac, le second du meilleur étain d'Angleterre, nommé en Allemand *Block-Zinn*, & le troisième d'étain de Saxe. J'ai versé dans chacun de ces vases une quantité égale, savoir deux onces, de vinaigre de vin pur & filtré; & les ayant placés dans un endroit chaud d'un poêle, au bout de quelques heures le vinaigre parut tout trouble, & prit un goût métallique: mais au bout de quelques jours, il étoit devenu si trouble qu'on ne voyoit plus le fonds du vase, & il s'étoit posé au fonds une certaine quantité de poudre blanche, qui n'étoit autre chose que de l'étain à demi-rongé.

VIII. Au lieu de vinaigre crud, je versai ensuite dans les mêmes vases, après les avoir bien nettoyés, du meilleur vinaigre de vin distillé, & il arriva précisément la même chose. Ce vinaigre, détachant d'abord de l'étain, devint trouble, & quelques parties gagnèrent le fonds. Au bout de quelques jours, après avoir filtré ce vinaigre, je l'ai éprouvé par l'addition de plusieurs solutions salines, & j'ai observé, que la solution de sel commun, celle d'Alkali volatil, & celle de sel Alkali fixe, y causoient peu de précipitation, quoique les dernières solutions alcalines l'aient plus fortement précipité.

IX. J'ai mis ensuite dans ces mêmes vaisseaux, toujours bien nettoyés auparavant, d'autres sucres acides de végétaux, par exemple, du jus de citron, du jus de groseilles filtré, du Vin du Rhin &c. & j'ai observé que tous ces sucres acides attaquoient l'étain. Le Jus de Citron à la vérité ne paroissoit pas trouble; cependant la simple vue indiquoit

que l'etain en avoit été rongé. Les suc^s rouges perdoient en peu de tems leur couleur, pour en prendre une bleuâtre ; & si quelcun veut prendre la peine de faire évaporer les acides en question, d'en bruler le reste, & de l'éprouver ensuite sur le charbon, en excitant la flamme par le moyen du tuyau à souder, l'etain s'y découvrira à ses yeux d'une manière bien sensible.

X. Mais pour m'affurer mieux, combien il se dissolvoit d'etain dans une certaine quantité de vinaigre, j'ai mis dans la cucurbite deux onces d'etain pur de Malac, tourné au tour, sur lesquelles j'ai versé une mesure de bon vinaigre de vin distillé, & un peu dégagé du phlegme ; j'ai mis le tout en digestion, en me servant d'un feu, d'abord plus doux pendant une nuit, & ensuite augmenté quelques heures durant jusqu'à la coction ; l'ayant laissé refroidir, je l'ai filtré, & distillé par la retorte au bain marie, jusqu'à ce qu'il restât environ quatre onces. A ce qui restoit de vinaigre ainsi distillé, j'ai joint une quantité égale de vinaigre frais, j'ai versé de nouveau le tout dans le même vase d'etain, j'ai fait suivre la digestion, la coction, la filtration, la distillation, comme ci-devant, & j'ai réitéré cette opération sept à huit fois. Enfin, ayant pris la solution d'etain qui étoit demeurée dans la retorte, après ces extractions réitérées, je l'ai versée dans une plus petite retorte, & ayant fait l'abstraction du vinaigre, en distillant jusqu'à sécheresse, j'ai brisé la retorte, & en ayant raclé, autant qu'il étoit possible, le résidu sec, je l'ai mis dans une retorte encore moindre, & en l'appliquant au récipient, j'en ai fait sortir par la distillation tout l'acide qui pouvoit encore y être mêlé, & cela par un feu poussé jusqu'à l'embrasement de la retorte. Tout cela étant fait, j'ai trouvé, outre la noirceur huileuse du vinaigre, une quantité, très petite à la vérité, de sublimé qui s'étoit élevé dans le cou de la retorte sous l'apparence de petits points blanchâtres ; ce qui n'est à mon avis autre chose que l'arsenic dissous en même tems. Le reste étoit une cendre métallique d'etain, à demi réduite, dont une partie, fondue à la flamme du charbon par le moyen du tuyau à souder, confluait en un grain d'etain. Par rapport au poids, j'ai trouvé trois dragmes & quelques grains de cette cendre d'etain ; de sorte que le vinaigre avoit
dissous

dissous de deux onces, un peu plus que 3 dragmes d'étain ; & celui qui étoit resté après la solution, étoit rongé par-ci par-là, & tout entouré d'une poussière blanche. Peut-être même qu'en réitérant plus souvent l'affusion du vinaigre distillé, on dissoudroit encore plus d'étain.

Ce qui est encore digne de remarque ici, c'est que cette poussière blanche & subtile, produite dans la digestion, & qui par la solution retombe dans l'étain, empêche fortement que l'étain déjà rongé par le vinaigre de vin distillé, continué à l'être davantage. Ajoutez encore ceci ; c'est que la solution d'étain, faite dans le vinaigre de vin, distillée, & bien filtrée, si l'on procède à de nouvelles digestions & distillations, perd insensiblement l'acide du vinaigre, & laisse tomber au fonds une pareille poussière blanche.

XI. Après toutes ces opérations, quoiqu'il ne me restât aucun doute sur la solution de l'étain dans les acides des végétaux, & que je fusse d'ailleurs certain que l'étain que j'avois employé étoit très pur ; pour arriver cependant à un plus grand degré de certitude, j'ai recommencé tout le travail, en prenant de l'étain tiré de son minéral le plus pur, (nommé en Allemand *Zinn-Graupen*), en le faisant fondre, & en m'en servant pour la solution dans les acides des végétaux. Ce n'étoit point une peine inutile, puisque je m'assurois pleinement par là, que l'étain tiré du plus pur minéral étant fondu, ne contenoit au moins point d'Arsenic. C'est sur quoi je m'étendrai d'avantage, en parlant plus bas de l'existence de l'Arsenic dans l'étain.

J'ai donc pris des minéraux d'étain des plus purs & des plus riches, tels qu'on en trouve souvent dans les mines près d'Akerberg en Saxe. On les distingue des autres, en ce qu'ils sont aplatis par le haut, & ne présentent pas une figure pyramidale, comme la plupart des minéraux d'étain de Bohême. Je sai par une infinité d'expériences qu'elles ne contiennent jamais aucun minéral d'Arsenic, (dit communément *Mispickel*), ou du moins que la chose est très rare. Ayant réduit au marteau ces minéraux en particules d'une extrême petitesse, je les ai examinés chacun à part au microscope avec toute l'exactitude possible, pour voir si je pourrois y découvrir quel-

que matiere etrangere. En ayant mis deux onces dans une retorte de tetre, & y ayant adapté le récipient, je l'ai distillé pendant quelques heutes à un degré de feu très violent; mais après le refroidissement, & la tetorte etant brisée, bien loin de trouver quelque chose qui ressemblât à de l'Atsenic, il n'y avoit rien absolument dans le col de la retorte; d'où j'ai conclu que ces minéraux d'etain étoient parfaitement exemts d'Atsenic. Malgté cet extreme degré de feu, je n'ai pas trouvé le moindre déchet par rapport au poids; seulement ces minéraux paroissoient un peu plus clairs & plus transpatens. Les ayant ensuite bien broyés, j'en ai mis une once avec deux dragmes de fuye, embrasée à un feu couvert, dans un creuset bien luté, & je les ai mises pendant une heure à un feu de fusion; après quoi, le tout etant refroidi, & le creuset brisé, je n'ai trouvé aucun régule d'etain. De plus, ce mixte joint à une once de sel de Tatre, ayant été mis en fusion dans un creuset fermé, j'en tirai le plus beau régule d'etain, qui surpassoit le poids d'une demi-once, je le réduisis en lames minces, sur une desquelles je versai du vinaigre distillé, & les effets de la solution furent les mêmes, qui avoient eu lieu sur l'etain tiré des Fonderies, & que j'ai rapporté ci-dessus.

XII. Les experiences rapportées jusqu'à présent font donc voir, que le vinaigre dissout l'etain. Et il ne faut pas même toujours du vinaigre le plus fort pour cette solution; un vinaigre mediocre produit le même effet, & sans qu'il soit besoin d'une digestion particuliere.

XIII. Je passe à présent aux preuves de l'existence de l'Atsenic dans l'etain. Entre tous les métaux, l'etain est un de ceux auxquels l'Arfenic s'attache le plus volontiers, & il est assez difficile de l'en sépatet, comme l'Experience suivante va le montrer.

J'ai mis dans une retorte de verre une demi once d'etain de *Malac*, mêlée avec une portion egale d'Arfenic blanc, & ayant adapté le récipient, j'ai distillé ces matieres dans une coupelle remplie de sable, à un feu augmenté pat degrés jusqu'à l'embrasement, & poussé à la fin jusqu'au point où la tetorte de vette pouvoit le souffrir sans fusion. Alors l'Atsenic s'est élevé dans le col de la retorte sous l'apparence

parence métallique d'un régule arsenical; dont, après avoir brisé la retorte, j'ai tiré deux dragmes & demie d'Arfenic bien séparé. L'etain demeuré au fonds de la retorte s'étoit changé en une cendre blanchâtre, dont j'ai trouvé cinq dragmes & demie, & malgré la violence du feu, il y étoit encore resté une dragme & demie d'Arfenic. Mais l'Arfenic avoit oté à l'etain son *phlogiston*, & s'en étant revêtu lui-même, s'étoit élevé dans le col de la retorte sous une forme demi-métallique. J'ai pris cinq dragmes & demie de cet etain réduit en chaux par le moyen de l'Arfenic, je les ai mises dans une retorte de terre lutée, & y ayant adapté le récipient, je me suis servi d'un feu poussé par degrés jusqu'à une extrême violence; ce qui étant fait, après le refroidissement, j'ai trouvé dans le récipient un peu de liquide, qui avoit l'odeur du Phosphore, & dans le col de la retorte, très peu, environ un demi scrupule, d'Arfenic noirâtre, & en bas quelques grains pesant d'Arfenic blanc crystallin. Le reste s'étoit changé de nouveau en une cendre blanchâtre d'etain, dont la partie supérieure étoit poreuse, & la partie inférieure, qui avoit touché la retorte de terre, y tenoit en partie fortement, & eu partie paroïssoit tout autour former une masse semblable à du verre tirant sur le brun; tout ce que j'en ai pu racler, s'est réduit à une demi-once: pour le reste, que je n'ai pas pu séparer, si j'en soustrais le poids du sublimé, & que je mette pour le sublimé & pour le liquide trente grains, cela fera au moins encore une dragme; & il en résultera conjointement avec la substance réduite en poussière, le poids d'une once & d'une dragme; d'où il paroît, que même après le feu le plus violent, il étoit resté encore une dragme d'Arfenic dans l'etain.

XIV. Toutes ces opérations étant faites, j'ai encore pris ces deux dragmes & demie d'Arfenic qui s'étoit d'abord élevé dans la retorte de verre; sous une apparence métallique, avec le peu que j'avois encore tiré de la retorte de verre par la violence extrême du feu; j'ai mêlé de nouveau le tout avec une once d'etain limé, & j'ai fait une distillation pareille à celle qui est rapportée dans le §. précédent, dans une coupelle remplie de sable, avec un feu aussi violent que le verre pouvoit le soutenir. Cette opération a fait
 elever

elever une demi-dragme d'Arſenic ſous l'apparence métallique. Le reſte de l'etain, comme ci-devant, ſ'étoit changé en une pouſſière blanchâtre, & j'en ai trouvé le poids d'une once & deux dragmes. Si l'on ajoutoit donc à cette demi-dragme d'Arſenic ſublimé encore une demi-once d'etain, & qu'on procédat de la même manière, cette quantité d'arſenic y reſteroit infailliblement mêlée, & ainſi une demi-once au moins d'Arſenic ſ'attacheroit à deux onces d'etain; ou, pour tout dire en deux mots, deux onces d'etain peuvent encore contenir une demi-once d'Arſenic.

XV. Examinons à preſent ce qui ſe paſſe, quand cette chaux d'etain impregnée d'Arſenic, eſt mêlée avec un *phlogiſton*, & enſuite réduite. J'ai donc mêlé une once & demie de cet etain fourni d'Arſenic, avec trois dragmes de fuye & une once & demie de ſel de Tartre, & mettant le tout dans un creuſet recouvert, j'ai eſſayé d'en faire un régule; mais, après la réfrigération, je n'ai trouvé qu'une maſſe ſpongieuſe, noire, & pleine de grains métalliques. Ayant voulu la brifer le lendemain, elle ſ'eſt conſidérablement échauffée, juſqu'au point même que je ne pouvois plus toucher le mortier. J'y ai joint de nouveau ce mélange formé de deux parties de Tartre, & d'une de nitre, qu'on nomme vulgairement *Schwartzzer Fluſs*, & j'ai réduit le tout par la fuſion en un régule, qui, après la ſéparation des ſcories, reſſembloit à du Zinc, & étoit extrêmement fragile. En le fondant encore à un feu doux, pour en ſéparer les ſcories qui y étoient demeurées, j'en ai tiré le poids de ſept dragmes.

XVI. Ce qui m'a engagé à rapporter le détail de cette Expérience, c'eſt uniquement le deſſein de montrer combien l'Arſenic eſt étroitement uni avec l'Etain, & avec quelle facilité par conſéquent il peut ſe mêler à ce métal, quand on en fond les minéraux. En effet il eſt conſtant que la pluſpart des minéraux d'Etain contiennent de l'Arſenic en quantité, comme cela paroît bien clairement quand on les brûle. Mais comme on ne les fait pas brûler pendant un eſpace de tems allez long, que d'un autre côté l'Arſenic eſt ſi étroitement uni à l'etain, & que de plus il ſe trouve encore d'autres minéraux (*),

mêlés

(*) En allemand, *Miſſpicklichte und eiſenſchüſſige Berg-Arten.*

mêlés parmi ceux d'étain, qui peuvent favoriser l'entrée de l'Arsenic dans la terre d'étain, enfin que la fusion ne peut se faire sans que les charbons touchent immédiatement ces minéraux; toutes ces raisons doivent nous convaincre, qu'il se glisse nécessairement une partie considérable de ce mineral nuisible, par la métallisation de la terre d'étain, dans le métal même qui en résulte; & qu'ainsi l'étain même le plus pur, tel qu'on nous l'apporte des Fonderies, en doit contenir encore une assez bonne quantité. De là vient que les Portiers d'étain se plaignent si souvent, que leur etain est dur & fragile, & qu'ils ont beaucoup de peine à le travailler; ce que j'attribue principalement à l'Arsenic.

XVII. Mais, pour m'approcher de plus en plus de mon but, je vais démontrer, que dans notre etain pur même (*) il y a de l'Arsenic caché. Mr. *Geoffroy*, célèbre Professeur de Paris, a déjà observé, dans les *Memoires de l'Acad. des Sc.* de l'année 1728. que l'étain jette pendant la calcination de la fumée, qu'il croit n'être autre chose que l'Arsenic. Mais Mr. le Conseiller *Henckel* a démontré plus évidemment encore l'existence de l'Arsenic dans l'étain le plus pur, en indiquant l'Experience suivante. * C'est de dissoudre une demi-dragme de limaille d'étain dans une demi oncé d'Eau regale préparée avec le sel ammoniac, d'arrêter la vapeur en y appliquant un couvercle de papier, & aussi-tot qu'il paroît des flocons noirs, de proceder à la décantation de la liqueur, accompagnée d'une fort mediocre évaporation; après quoi il paroît des crysiaux blancs, qui ne sont autre chose que le pur Arsenic.

* *Respon. Mineral-Geist.* p. 211.

XVIII. Quoique cette Démonstration soit conforme à la verité, comme elle n'est pourtant pas rapportée avec toutes les circonstances, & tous les procedés qui y appartiennent, je suis assuré qu'elle ne réussira point à quiconque voudra la faire, sans être plus au fait de ce travail. A cause de cela, & parce que les Experiences précédentes, que j'avois faites dans la même vuë, ne me réussissoient pas trop bien, j'ai pris d'autant plus de peine & de soin, pour bien découvrir la verité de celle-ci. J'ai donc observé,

Memoires de l'Academie Tom. III.

F

I. Qu'il

(*) Dit communément; *Berglauter - Hütten - Zinn.*

1. Qu'il faut préparer soi-même l'Eau forte qu'on veut y employer, parce que les especes d'Eau forte qui se vendent, préjudicient le plus souvent à la réussite de cette opération.

2. Qu'il faut aussi que chacun recherche la proportion du sel ammoniac, que *Mt. Henckel* n'a pas marquée.

3. Qu'il ne faut pas se borner à une si legere exhalation, mais qu'il faut aller jusqu'à une évaporation un peu plus forte.

4. Qu'il faut jeter la limaille d'étain peu à peu, & toujours en très petite quantité, de six à dix grains, & de loin à loin, dans l'Eau regale, afin qu'elle ne vienne pas à s'échauffer.

5. Qu'il n'est pas nécessaire de faire attention à ces floccons noirs, parce que toute forte d'étain n'en donne pas de tels.

6. Que la décantation est aussi bonne, faite sur le champ que renvoyée au lendemain; & qu'il est indifférent, qu'elle soit filtrée, ou ne le soit pas.

XIX. A l'égard donc de l'Eau forte, qui convient à cette Experience, je la prépare à la maniere accoutumée, de parties égales de Vitriol calciné jusqu'à jaunir, & de Nitre dépoté, en appliquant le récipient, & en distillant d'une retorte de verre, par un feu que j'augmente insensiblement, sept livres du mélange susdit, sur lesquelles on a jetté trois livres d'eau distillée. En mêlant à une once de cette distillation, une demi-dragme de sel ammoniac, on a l'Eau regale propre pour cette operation.

XX. J'en verse quatre onces dans un verre, qui ne se trouve rempli par là que jusqu'à la moitié, j'y jette à diverses reprises, separees par un demi-quart d'heure d'intervalle, un demi scrupule d'étain, & je recouvre aussi-tot l'orifice du verre avec un papier. Alors l'étain se dissout avec force, & il tombe au fonds une poussiere blanche, qui represente l'Arsenic désiré. Mais en ajoutant une nouvelle quantité d'étain, il se fait une nouvelle solution; & en continuant à jeter de l'étain jusqu'à la concurrence d'une demi-once, vous avez une solution claire sans sédiment. Si l'on sépare la poussiere blanche susdite du liquide qui surnage, & qu'on la fasse dissoudre dans l'eau, & un peu évaporer cette solution, il faut moins de
tems

tems pour trouver l'Arfenie renfermé dans l'étain; mais on dépense plus d'eau forte.

XXI. Qu'on verse cette solution d'étain, citée au §. précédent, dans un vase de verre, dont l'orifice soit ample, (communément dit *Zucker - Glas*,) en sorte que ce liquide remplisse à peu près le tiers du verre; qu'on le couvre d'un papier gris, mais sans l'ajuster fort étroitement, qu'on mette ce verre sur du sable chaud, & qu'on se serve d'une chaleur douce, de manière pourtant que le liquide puisse s'évaporer; si cette évaporation se fait ainsi, de la manière la plus douce qu'il soit possible, outre les parties aqueuses, il s'élèvera quelques vapeurs blanches; & quand elles paroissent, il faut bien prendre garde de ne pas trop augmenter le feu. En procédant ainsi, pendant la durée de l'évaporation, il paroîtra des cristaux. Alors il faut d'abord ôter le verre du feu, & le placer dans un lieu médiocrement froid, après quoi, les cristaux désirés se formeront en plus grande quantité. Au bout de quelques jours, on peut faire la décantation du liquide, & mettre sécher les cristaux sur un papier plié en double.

De cette manière une demi-once d'étain de Malac vous donnera à peu près une demi-dragme de ces cristaux, & les autres espèces d'étain, celui de Saxe surtout, en fournissent encore davantage. Tout dépend de bien faire l'évaporation; car si vers la fin, vous donnez le feu un peu trop fort, toute la liqueur débordera aussi-tôt le vase, & vos peines seront entièrement perduës; quand même il resteroit quelque chose au fond du verre, vous n'en tirerez jamais de cristaux.

XXII. En dissolvant de la manière déjà rapportée §. XX. une once d'étain dans quatre onces d'Eau regale, cela donne une solution tirant sur le brun, dont il est beaucoup plus difficile de produire des cristaux, parce qu'il n'est presque pas possible d'empêcher la liquer de déborder le vase; mais si, au lieu d'Eau regale, préparée avec le sel armoniac, on en prend qui ait été faite avec une once d'eau forte & une dragme d'esprit de sel, il n'y a plus rien à craindre du

débordement; mais, d'un autre coté, les cristaux se séparent beaucoup plus difficilement, & comme ils tirent fort aisément l'humidité de l'air, la séparation ne sauroit presque avoir lieu, parce que les cristaux sont d'abord dissous par le reste de la solution.

XXIII. Ces cristaux, à dire la vérité, ne sont que de l'Arsenic tout pur. Car j'en ai distillé une dragme dans une petite retorte de verre, en y appliquant le récipient, & en augmentant le feu jusqu'à l'incandescence; alors tout s'est élevé dans le col de la retorte, de maniere qu'il n'en est demeuré que très peu. J'ai distillé de nouveau ce sublimé, mêlé avec une quatrième partie de sel de Tartre, en y donnant un feu violent; alors l'Arsenic s'est élevé sous une forme blanche transparente, & ce sel de Tartre avoit entièrement absorbé les sels acides, qui lui étoient encore attachés. L'Experience suivante ne laissera aucun sujet de douter, que ce sublimé soit de pur Arsenic. 1. Si on en met une portion sur une lame de cuivre échauffée, elle s'évanouit en fumée, laissant une tache blanche; & pendant la fumée, il se répond une odeur d'ail, comme celle de l'Arsenic; laquelle fumée, quand on tient au dessus une lame froide, s'y attache en forme de poussière blanche, semblable à l'Arsenic, 2. Si on mêle une portion du même sublimé avec une quatrième partie de soufre, & qu'on procède à une nouvelle sublimation, le tout s'élèvera sous la forme de cet Arsenic jaune, qu'on appelle vulgairement *Realgal*.

XXIV. J'ai repeté toutes les operations rapportées §. XX. XXI. en me servant d'étain tiré des plus purs minéraux, & fondu; mais je puis assurer, que je n'ai découvert par ce moyen aucun Arsenic dans cet étain; ce qui me confirme dans mon opinion, savoir, qu'il peut y avoir de l'étain exempt de ce dangereux demi-métal, & que l'arsenic n'est pas absolument requis pour former le mélange, d'où résulte l'étain pur.

XXV. Je me suis encore servi de diverses autres manieres propres à tirer l'Arsenic de l'étain, & j'ai observé que le sel armoniac est ce qui aide le plus à réussir. J'en parlerai une autre fois avec plus d'étendue, en traitant des rapports de l'étain avec le sel armoniac, m'étant

m'étant proposé d'examiner d'une façon particulière les rapports de l'étain avec tous les autres Corps.

XXVI. Le Mercure peut servir au même but. J'ai amalgamé trois parties de Mercure avec une partie d'étain pur; pendant l'espace de plusieurs jours consecutifs, je l'ai trituté avec l'eau, j'en ai lavé la noirceur, j'ai séché à la fin cette poussière lavée, qui a beaucoup de peine à gagner le fonds, par la décantation dans l'eau claire, & je l'ai distillée dans une retorte de verre à un feu violent. Alors, outre le Mercure, qui s'est insensiblement élevé dans le col de la retorte, j'y ai aussitrouvé des fleurs brillantes, semblables à l'Arfenic, & que je crois en effet, autant que j'ai pu les examiner, n'être autre chose que de l'Arfenic. A la fin de l'évaporation, il restoit bien quelque chose de crySTALLIN; mais il ne m'a pas encore été possible de déterminer à quel genre il falloit le rapporter. Car ce n'est point un volatil, & par conséquent on ne sauroit le comparer à l'Arfenic. En attendant, je promets d'examiner tout cela à la première occasion.

XXVII. Personne, à ce que j'espère, ne pouvant conserver présentement de doute sur la solution de l'étain dans l'acide des végétaux, ni sur l'existence de l'Arfenic mêlé à ce métal; il est aisé d'en conclurre, combien l'usage perpetuel de l'étain, employé à tant d'utilenciles, doit faire de tort au Corps humain, surtout s'il arrive d'y garder des choses aigres, ou tirant sur l'aigre. C'est surtout l'Arfenic qui s'y trouve mêlé, qui le rend extrêmement nuisible. Le tems ne me permet pas d'en dire d'avantage pour cette fois; je renvoye le reste au même tems, auquel j'ai promis de rendre compte des rapports de l'étain avec tous les autres Corps.





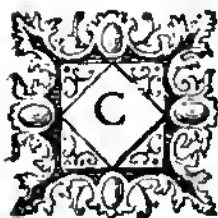
EXPERIENCES PYROTECHNIQUES

S U R

LA TOPAZE DE SAXE

PAR MR. POTT.

Traduit du Latin.



ceux qui ont employé jusqu'à présent le secours de la Chymie, pour pénétrer dans le sanctuaire de la Nature, n'ont fait qu'un très petit nombre d'Experiences pyrotechniques sur les Pierres précieuses ; rebutés en partie par leur prix excessif, en partie par l'opinion vulgaire, que le feu n'a aucune prise sur des corps aussi solides & compacts. Il y a pourtant quelques Chymistes, qui ont fait des essais sur les Pierres colorées, dans la vuë d'en séparer les parties où réside la couleur, & de les appliquer à quelque usage de Medecine.

Néanmoins, & malgré toute la variété de leurs menstrues, ils ont pour l'ordinaire manqué leur but ; puisque les Teintures qu'ils ont extraites, ne tirent presque toujours leurs couleurs que des mortiers de fer, de cuivre, de leton ou de pierre, dans lesquels ils pilent & réduisent en poudre leurs Pierres précieuses, ou des parties oleagineuses, qui étoient cachées dans le menstreuë dont ils se sont servis.

La route que j'ai suivie, en travaillant à la résolution des Pierres précieuses, mêlées avec des pierres & des terres sèches, & exposées à un feu violent, est telle que, bien loin d'avoir étre employée avec succès par d'autres, il y en a même très peu, à qui elle soit seulement venue dans

dans l'esprit. Cependant le celebre *Henckel*, qui a tant aquis de réputation dans les matieres métalliques, ne se laissant rebuter, ni par le prix des Pierres précieuses, ni par le préjugé dont j'ai parlé, mit la main à l'œuvre, & tenta par le moyen de diverses Experiences de se mettre mieux au fait de la nature de ces pierres. C'est sur quoi on trouve plusieurs choses remarquables, dans son petit, mais curieux, *Traité de l'origine des Pierres*. Je vais suivre son exemple dans l'esperance d'ouvrir une voye, & d'indiquer une methode à d'autres Curieux de la nature, qui plus riches que moi, pourront etre engagés à soumettre d'autres Pierres précieuses aux mêmes épreuves, & à répandre ainsi un plus grand jour sur cette partie de la Physique.

Ayant choisi la Topaze pour l'objet de mes recherches, il suffira d'indiquer ce que ceux qui ont écrit sur les Pierres précieuses, en disent d'un commun accord de plus remarquable.

Les Anciens ont confondu la Topaze avec le Chrysolithe & le Chrysopathion, suivant qu'elle étoit plus jaune, ou qu'elle tiroit du jaune au verd. Comme cela ne se rapporte point à mon but principal, on peut consulter là dessus *Boonius*, & d'autres Auteurs.

On dit que cette pierre tire son nom de l'île de *Topazos* dans la Mer Rouge, où elle se trouve en assez grande abondance; mais elle se rencontre aussi aujourd'hui dans divers autres endroits des Indes, dans l'île de Chitis auprès de l'Arabie Heureuse, en Ethiopie, au Perou &c.

On la distingue en especes Orientales & Occidentales; mais les dernieres sont beaucoup moins précieuses, plus molles, & ne jettent pas le même éclat que les autres. On en trouve beaucoup de cet ordre en Boheme.

Volckmann donne l'énumération des lieux de Silesie qui en fournissent. * Tels sont les Montagnes des Geans, ou *Riesengebürge*, auprès du grand Lac, le mont *Kommer*, ou *Gomberg*, auprès de *Schreibersau*, le mont *Kynast*, derriere le Chateau, & au dessous de *Kynast*, près de *Hermstorff*, à la colline, nommé *Zeisigen-Hügel*, dans le voisinage de *Schmiedeberg*, & dans les rivières d'*Yser*, & de *Zacken*.

Siles. Subterr.
p. 27.

Parmi

Parmi les especes de Boheme principalement, il s'en trouve plusieurs si molles qu'on pourroit les ranger parmi ces matieres, qui portent le nom de *Fluor*. Et quoique quelques unes des especes Silesiennes, dont on vient de parler, ayent assez de dureté & d'eclat, cependant elles ne se trouvent pas en aussi grande quantité qu'en Saxe, où on les a decouvert, il n'y a pas longtems. Mr. *Henckel* en parle dans le Traité que nous avons cité, * & dans le Recueil intitulé *Acta Physico-Medica*. † Il y dit qu'elle se trouve assez abondamment dans le Vogtland, à la montagne nommée *Schneckenberg*, auprès de la colline de *Tanneberg*, à deux milles d'*Auerbach*, où elle se tire d'entre une marne jaune, & le crystal de roche, & se rencontre dans les fentes d'un rocher si dur, qu'on peut se servir de morceaux de ce rocher pour entamer & briser même la Topaze. La couleur de cette Topaze est plus ou moins jaune, à peu près tirant sur un petit vin pâle. Le côté d'embas qui est attaché au rocher, est pour l'ordinaire plus trouble & plus obscur; mais vers la pointe, la couleur devient plus nette & plus transparente. Le tissu en est fort compacte, & disposé par lames; ce qui lui est commun avec le Diamant & le Saphir. La figure en est prismatique, à quatre angles inégaux. Enfin l'eclat & la dureté en sont telles, que suivant *Henckel*, & au rapport même de ceux qui polissent les pierres, cette Topaze ne cede en rien à l'Orientale. On l'appelle communément *Schneckenstap*, à cause de son lieu natal.

* p. 44.

† Vol. IV.

p. 316.

Comme on peut se procurer une quantité assez considerable de Topazes de cette espece, je l'ai choisie pour en faire le sujet des Experiences suivantes. Pour parler d'abord de ses qualités exterieures, il faut savoir que sa couleur ordinaire est d'un jaune pâle, quoiqu'il s'en trouve aussi de verdâtres, & que quelques unes ayent si peu de jaune, qu'on ne les distingue des Crÿstaux que par une legere noirceur & par leur dureté singulière.

A l'égard de cette dureté, ce n'est pas une chose inconnue qu'elle résiste à la lime, & même qu'après le Diamant, le Saphir & le Rubis, cette pierre passe pour la plus dure. Aussi se vitrifie-t-elle très difficilement, & en la traitant comme le Cry-

stal

stal de roche, au lieu de se vitrifier, elle panche plutôt à la calcination.

On s'apperoit d'abord de cette dureté, si l'on met au feu, soit pour la digestion, soit pour l'extraction, un Crystal brun qui ait l'apparence de la Topaze.

Etant aussi fort difficile par la même raison de briser cette pierre, & cette opération détachant une quantité considérable de parties du mortier de métal, il faut séparer ces parties, qui se sont jointes à la poussière de Topaze, en se servant de l'eau forte, ou de l'esprit de vitriol, & bien édulcorer le reste, si l'on veut avoir une poussière bien nette. Ou bien, ce qui vaut encore mieux, il faut rougir à plusieurs reprises la Topaze dans un feu violent, & l'éteindre chaque fois dans l'eau froide; ce qui la fait éclater insensiblement en petites lames, & la rend plus friable & feuillée, de manière qu'on peut ensuite la réduire plus aisément en poudre dans un mortier de fer bien net & bien poli.

Après ce qu'on vient de dire, il est aisé de conclure, que le feu même le plus violent ne sauroit réduire notre pierre dans un état de fluidité. Cependant sa consistance en est considérablement altérée; car en, l'exposant seulement à un feu véhément, & continué pendant long tems, elle perd toute sa transparence & tout son éclat, sa couleur devient semblable à du lait trouble, la cohésion de toutes ses parties se déränge, elle s'effeuille, elle devient friable, & l'on peut y trouver quelque rapport avec le *Gypse*, ou le *Spalb*. Mais il arrive les mêmes choses au Diamant & au Saphir, lorsqu'on les foumet de même à l'action du feu.

Dans les Experiences donc que je vais rapporter, je n'ai employé que de la Topaze de Saxe, que j'ai pulvérisée, après l'avoir rendu friable en la calcinant & l'éteignant à diverses reprises; & je l'ai mise à un feu véritablement violent, & continué pendant un assez long espace de tems.

Comme le sel alcali dépuré montre ordinairement assez d'efficacité dans les opérations de cette nature, j'en ai d'abord fait un mélange avec la Topaze, en mettant des parties égales, mais je n'ai pu le

conduire à la fusion; cela se réunissoit seulement sous une couleur d'un jaune pâle. Deux parties d'alcali avec une de Topaze ont pareillement résisté à la fusion. Trois parties d'alcali caustique faisoient verdir la masse, mais sans ramollissement. Quatre parties d'alcali n'ont encore produit rien de liquide, mais il en est résulté une legere réunion d'une couleur tirant sur le bleu. Avec huit parties d'alcali, la fonte a commencé de s'exécuter, quoique foiblement, & sous l'apparence externe d'albatre blanc. Enfin une partie même de Topaze avec dix parties d'alcali, n'ont pu parvenir à un flux transparent, la plus grande partie de l'alcali s'étant échappée à travers le creuset, au lieu de former avec la Topaze la concretion désirée.

Je n'avois pas lieu de m'attendre à cette issue, puisque tous ceux qui ont écrit quelque chose sur cette matiere, assurent que les pierres même les plus dures, pourvu qu'on les mêle avec une quantité suffisante de sel alcali, donnent à la fin par la force du feu une masse qui confluë parfaitement. J'ajoutai aussi à ces mélanges une partie de sel commun, avec tout aussi peu de succès. Mais il en est tout autrement quand, à une portion de sel alcali, on mêle quelque quantité de Borax calciné; car en suivant cette methode, la Topaze peut être parfaitement liquescée, & prend la forme d'Agathe blanche. La partie qui est au fonds du creuset, est au reste beaucoup plus transparente que celle de dessus, pourvu seulement qu'on ait employé des portions egales de Topaze, de sel alcali & de Borax. Deux parties même de Topaze avec une partie de sel alcali, & une partie de Borax, parviennent à une entiere fusion, d'une très belle transparence & d'une couleur qui tire sur le jaune. Que si l'on ajoute à la même proportion un peu de cristaux de verd de gris, alors la masse après la fusion revêt l'apparence d'Agathe blanche, & il paroît en même tems quelques grains de cuivre réduit. Quatre parties de Topaze avec deux de sel alcali & une de Borax, confluënt aussi parfaitement. A quoi si l'on joint une très petite portion de Zaffer, il en résulte une couleur, tantôt brune, tantôt noirâtre. Le Borax est donc, pour ainsi dire, le lien de réunion entre ces deux extrémités, ou ce qu'on appelle, le *moyen d'appropriation*. Il arrive précisément les mêmes

mêmes choses à la Topaze jointe au nitre ; quelque proportion qu'on y emploie, ces matieres résistent à la vitrification. Mais quand on joint à ce mélange le Borax dans une proportion convenable ; alors il se fond, & se réunit parfaitement. Par exemple, une once de Topaze avec une demi-once de nitre, & six dragmes de Borax, ne confluënt pas encore dans une union parfaite, à moins qu'il n'y survienne quelque chose de métallique. D'où vient que deux onces de Topaze avec une once de nitre & une demi-once de Borax, en y joignant 45 grains de crystaux de verd de gris, & vingt grains d'hématite, confluënt parfaitement, quoique la masse prenne une couleur rouge dénuée de transparence. Si, au lieu de verd de gris & d'hématite, vous y melez un peu de pourpre d'or, le produit rougit de même sans transparence, mais les grains d'or, réduits sous une forme brillante, occupent la surface de la masse. De plus, en exposant à un feu convenable des portions égales de Topaze, de nitre & de Borax, elles se réunissent en une masse d'un beau jaune ; mais il faut que le creuset soit d'une bonne capacité, autrement cette matiere le débordé aisément. De même encore, si l'on mêle ensemble huit parties de Topaze, & autant de nitre, avec quatre parties de Borax & une partie de crystaux de verd de gris ; après que ces matieres ont conflué, il se présente une masse rouge fort semblable à de la Cire d'Espagne.

Il y a plus ; le Borax seul suffit pour mettre la Topaze en flux. Car deux parties de Topaze avec une partie de Borax calciné, commencent déjà à se liquéfier, & se convertissent en une espece d'écume, prenant la couleur de porcelaine blanche. Si, par exemple, à six dragmes de Topaze & trois dragmes de Borax, je mêle deux dragmes de verd de montagne, alors la masse se teint d'une couleur verte, mais elle débordé facilement le creuset. Des parties égales de Topaze & de Borax confluënt en une masse assez belle & transparente, d'une couleur tirant sur le jaune. L'effet est encore plus parfait, & la transparence plus grande, quand il y a deux parties de Borax contre une de Topaze.

Le *Sel merveilleux de Glauber* a peu de pouvoir sur le sujet que nous examinons. Trois parties de ce sel mêlée avec une partie de Topaze résistent entierement au flux; mais en y joignant quelque portion de Borax, le tout confluë & s'unit etroitement, sous une couleur pareille à celle de la Porcelaine.

Le *Sel fusible du Microcosme* attaque assez promptement la Topaze. Car deux parties de ce sel, mêlées avec une partie de Topaze, s'unissent déjà assez bien par le moyen du flux. En ajoutant à ce mélange un peu de *Zaffer*, il prend une couleur de lait bleüâtre; si au lieu de *Zaffer*, on se sert de cuivre précipité dans l'eau forte par le sel alcali, alors il en résulte une couleur verdâtre, & les petits grains de cuivre réduit se montrent à la surface du mélange.

Mais, en faisant fondre une once & demie de Topaze avec six dragmes de ce sel, & trois dragmes de verd de montagne, toute la couleur verte s'évanouit, & il lui succede une couleur de lait, tirant sur le jaune. Si vous employez des parties égales de Topaze & de ce sel Microcosmique, la colliquation se fait d'autant plus promptement & mieux; & de la même manière avec le *Zaffer*, ou la *Smalte*, il prend une couleur bleuë.

Ayant substitué au *Zaffer* de la pourpre d'or, il en résultoit une couleur d'un blanc jaunâtre, & la flamme vive ne lui donnoit aucune augmentation de couleur, comme cela arrive ordinairement au Rubis en flux; on voyoit aussi l'or réduit en petits grains. Au contraire deux parties de ce sel avec une partie de Topaze, confluèrent à la vérité parfaitement, mais elles ne parurent pas aussi transparentes que les premiers, & revêtirent l'apparence d'Agathe blanche.

Par rapport à la composition de la Topaze avec les diverses especes de verres, sans m'arrêter aux plus communes, j'ai d'abord mêlé de la Topaze avec une égale portion de verre d'Antimoine. Il s'en est formé une masse jaunâtre qui s'élevoit en forme d'écume, & d'une si grande dureté, que frappée contre l'acier, il en sortoit des étincelles. Deux parties de verre stibié avec une de Topaze jaunissoient de même, & la masse s'élevoit beaucoup. Mais la chaux de plomb montre ici une beaucoup plus grande efficacité; car deux parties de

de Topaze avec une partie de *Minium*, confluënt en une masse blanche comme de la porcelaine, & rendent des etincelles. Les même matieres, parties egales, confluoiënt pareillement, mais sous une couleur plus jaunâtre. Enfin, deux parties de *Minium* avec une de Topaze se changerent en une masse jaune & transparente, qui donne encore assez d'etincelles. A ce mélange j'ai joint une portion de cuivre precipité de l'eau forte avec le sel alcali, d'où provenoit une masse en flux assez liquide; mais la couleur étoit d'un rouge sans transparence, & l'on voyoit à la surface des grains de plomb réduits. Comme *Glauber* recommande singulierement dans ses Ecrits la chaux de plomb foulée par l'acide du vitriol, comme un moyen très propre à la fusion des Pierres précieuses, j'en ai donc foulé du *Minium* par l'abstraction d'une partie egale d'huile de vitriol; après quoi une partie de cette chaux avec deux parties de Topaze n'ont formé qu'une liaison très mediocre; & il en a été de même de parties egales. Enfin, deux parties de cette chaux avec une partie de Topaze, ont conflué à la verité d'une maniere assez liquide, & ont pris une couleur jaune assez transparente, mais on y appercevoit pourtant quelques trous. Cependant, en comparant ces Experiences avec les précédentes, les produits n'en étoient par meilleurs qu'avec le *Minium* seul; ils étoient même d'une moindre bonté. Cela me détermina à faire un essai avec l'Arsenic fixé par l'huile de vitriol, dont je mis une partie avec deux parties de Topaze, ou même des parties égales; je mêlai aussi deux parties de chaux d'Arsenic avec une de Topaze; mais aucun de tous ces mélanges ne voulut se réduire en flux, encore moins aquerir de la transparence; & ces compositions demurerent toutes trois légèrement unies, seulement elles acquirèrent une extrême blancheur. J'envelopai aussi des Topazes entieres & non brisées, de cette chaux d'Arsenic, & je les mis au feu, mais lorsque je les en tirai, les Topazes étoient à la verité d'une parfaite blancheur, comme de la craye, mais elles devinrent friables, & se fendirent en pures feuilles. Ce *Minium* faisant un si bon effet, je crus qu'il étoit à propos de faire des essais avec d'autres chaux metalliques. La Topaze avec une egale portion de cendre de cuivre, conflua parfaite-

faitement, mais cela donna une couleur rouge comme celle des dernières scories du cuivre, qui se manifestent ordinairement dans l'extraction sèche de l'argent par le plomb. De même encore, une once de Topaze, avec une demi-once de sel alcali, & trois dragmes de verd de montagne; ont donné un flux parfait, mais la couleur en étoit blanchâtre avec des taches jaunes, & il y avoit par-ci par-là des trous.

Au contraire, la Topaze avec une demi-partie de *Lune cornée*, produit une masse d'un jaune tirant sur le rouge, mais qui ne peut être mise en flux. Pareillement, deux parties de Topaze avec une partie d'argent, qui a été précipité de l'eau forte par le sel alcali, en les remêlant, paroissent unies d'une manière assez étroite, mais elles refusoient de se mettre parfaitement en flux, & la masse offroit un spectacle agréable, par l'argent réduit en très petits grains, dont elle étoit parsemée.

Les rapports de la Topaze avec les Terres primitives meritoient encore quelques essais. J'ai donc mis au feu une partie de Topaze avec deux parties de craye lavée; mais ces matières n'ont fait que s'unir étroitement, sans vouloir se mettre en flux. Mais il en est survenu un assez considérable avec trois parties de craye; la couleur en étoit en partie blanche, en partie d'un blanc jaunâtre, sans transparence pourtant, & la masse étoit toute remplie de trous. J'ajoutai au même mélange quelque quantité de *Lune cornée*, qui donna pendant le flux une couleur verdâtre, & rendit promptement des étincelles, mais on appercevoit l'argent réduit en petits grains. J'ai encore mis dans ce mélange du verd de montagne avec un peu de Borax, & il en est résulté en partie un beau verd, en partie du jaune, mais qui n'étoit pas parfaitement transparent. Au contraire la Topaze avec quatre parties de craye ou de marbre, n'a souffert aucun changement. Et une partie de Topaze avec trois parties de pierre spéculaire, (*Marient-Glass*,) n'ont fait que prendre quelque liaison sous une couleur blanche.

Quatre parties de Topaze, autant de craye d'Espagne, & six parties de sel alcali, n'ont pu se liquéfier; mais trois parties de Topaze
avec

avec trois de sel alcali, & une partie de craye d'Espagne, se font beaucoup mieux mis en flux, en formant cependant une espèce d'écume. Pareillement, deux parties de Topaze, de craye d'Espagne, & d'alcali, avec une partie de Borax calciné, ont conflué, sous l'apparence d'Agathe d'un blanc cendré, mais avec plusieurs trous. Enfin six parties de Topaze avec six parties d'alcali, deux de Borax, & une partie de craye d'Espagne, ont été réduites en un flux parfaitement coulant, & l'apparence étoit celle d'une belle Agathe blanchâtre.

Quelque chose de beaucoup plus efficace, & plus prompt encore, c'est le *Spath* fusible (que nous nommons *Flus-spath*. Quand on en mêle deux parties avec une de Topaze, elles se mettent en un flux tendre, & le produit prend une couleur de blanc cendré; le flux est encore plus parfait, en prenant des parties égales, & la masse ressemble à l'Agathe la plus consistente. Deux parties même de Topaze avec une partie de ce *Spath* mises au feu, réussirent mieux encore que les opérations précédentes, & prirent une couleur jaune assez transparente.

Une autre fois, j'ajoutai à ce dernier mélange une quatrième partie de cristaux de verd de gris; & cette masse assez bien liquéfiée prit l'apparence d'Opale & d'Agathe.

Au même mélange je joignis de nouveau quelque quantité de pourpre d'or; le flux se fit tout de même, mais le produit ressembloit à de l'Agathe blanche, sans que la flamme vive pût le teindre en rouge & l'on voyoit à la surface les grains d'or réduits. J'ai déjà eu d'autres occasions dans la Lithogéognosie, de remarquer ce Phénomène curieux, dans lequel l'or, qui est d'ailleurs le plus pesant de tous les corps, lors qu'on l'expose à une forte fusion de cette nature & à la violence du feu, s'élève tellement, qu'il occupe toute la superficie de la masse, & s'y arrête, quoique toutes les autres choses qui entrent dans ce mélange n'aient aucune proportion de pesanteur avec lui.

Pour conclurre, j'ai pris quatre parties de craye lavée, & trois parties de notre *Spath*, que j'ai mêlées fort exactement, & ayant ensuite brisé deux parties de ce mélange avec une partie
de

de Topaze, je les ai exposées à un feu ordinaire, auquel elles se sont mises assez promptement en flux, en donnant un produit de couleur de lait, & ressemblant à l'Opale. Des parties égales de ce mélange & de Topaze ont aussi donné un flux parfait d'un jaune transparent par en haut, mais par embas d'une couleur de lait tirant sur l'Opale. Enfin, une partie de ce mélange contre deux parties de Topaze, donnoit le plus beau de ces trois produits, d'une ferme consistance, & d'une belle transparence jaune, si ce n'est que vers le bas il tiroit un peu sur la couleur de lait.

Je me flatte, que les Experiences que je viens de rapporter seront propres à guider dans la solution des Pierres précieuses au feu, & qu'elles serviront en même tems à prouver que les plus dures d'entre ces pierres ne sont pas aussi intraitables & indomtables qu'on se l'imagine vulgairement. On pourra se convaincre par le même moyen, que *Kunckel*, d'ailleurs si exact, & si expérimenté dans ces sortes de travaux, s'est trompé, lors qu'il avance dans son *Art vitraria*, qu'il est impossible de conduire des Pierres précieuses dures à une véritable vitrification, & que leur poussiere tout au plus peut s'entremêler parmi les Frittes du verre. J'ai montré au contraire dans mes Experiences precedentes, qu'il y a, non une seule, mais plusieurs methodes différentes pour donner à ces pierres un flux parfait, & en faire une masse de la plus grande transparence; ce qui est la vraie marque caracteristique d'une parfaite solution au feu.

Il ne faut pourtant pas disimuler, qu'il est impossible d'exécuter ces Experiences au fourneau ordinaire de vitrification. Le feu de ce fourneau est trop foible, quand même on y exposeroit les matieres en question pendant un long espace de tems.



EXAMEN PYROTECHNIQUE DE LA PIERRE NOMMÉE PAR LES ANCIENS STEATITES, ET EN ALLEMAND SPECKSTEIN, PAR MR. POTT.

Traduit du Latin.



Ayant traité dans l'Ouvrage Allemand, que j'ai publié sous le titre de *Lithogeognosie*, des quatre principaux genres de Pierres & de Terres simples, suivant leurs rapports au feu, aux mesurées, aux sels, aux verres, & aux terres; j'ai cru ne pouvoir rien faire de plus propre à éclaircir ultérieurement mon sujet, & à fournir une application particulière de mes principes, que d'examiner à présent une espece singulière de Pierre, & de faire part au Monde sçavant des Phénomènes, que j'ai observés dans cet examen.

Le sujet que j'ai en vûe dans ce Mémoires est une production naturelle, peu connuë encore dans les Ecoles des Physiciens & des Medecins, de sorte que son nom, quoique très ancien, se rencontre fort rarement. Son nom Grec *Steatites*, vient de *στάσις*, *graisse*, *lard*, & désigne en effet une pierre adipeuse en forme de lard, ou bien une terre sebacée. Ce sont ces apparences qui lui ont fait donner par les Allemands, le nom de *Speckstein*, ou *Schmeerstein*. Parmi les Anciens je ne trouve que *Pline* qui en fasse une mention expresse; c'est dans l'endroit où il parle des pierres, dont les noms sont dérivés de quelque partie du corps humain; il met de ce nombre *Steatiten*, *ab animalium adipe numerosa*, * parce qu'en effet cette pierre est extérieu-
rement molle & gluante comme la graisse. Les descriptions qu'en donnent *Boetius* dans son Traitté de *Gemmis*, † & après lui *Aldrovan-*
L. XXXVII.
C. XI.
† L. II. c. 13.

mus dans son Musæum, portent que c'est une pierre duriuscule, dont la substance ressemble au suif, d'un brun tirant sur le rouge, & qui lorsqu'on en frotte le bois, y laisse des traces blanches. Tous ces caractères conviennent en effet au Steatite, excepté la couleur d'un brun rouge; qui ne s'y trouve pas assez fréquemment, pour que Boetius ait été autorisé à la lui attribuer comme perpétuelle. Aldrovandus

** Musæum tombe aussi dans l'erreur, quand il affirme * que la pierre Steatite a quelque ressemblance avec le Dactylus Idæus. Je ne vois point cette*

† ibid. p. 665. ressemblance, & Aldrovandus dit lui même plus bas † que le Steatite

ressemble fort au Galactite, au Thyre & au Melitite, que sa substance molle peut être comparée au suif, que c'est une pierre duriuscule, &c.

Theophraste ne parle pas explicitement à la vérité du Steatite, mais je ne doute pas, qu'il ne l'ait en vue, quand il dit: qu'on trouve des pierres qui peuvent être travaillées en sculpture & au tour; & ailleurs: Il

y a des pierres qui peuvent être taillées; d'autres qui sont propres à être sculptées & tournées; plusieurs même souffrent toutes sortes d'opérations, témoin ce fossile rond & semblable à une motte de terre qui se

trouve à Siphne, & qu'on creuse à trois stades de la mer. La mollesse de sa consistance permet au Sculpteur & au Tourneur de s'en servir.

Quand on le brule, & qu'on le délaye dans l'huile, il devient fort noir & solide. On en fait de la vaisselle de table. On peut comparer à ce pas-

*† LXXXVI. sage cet autre de Pline: * Il y a à Siphne une pierre que l'on creuse & que l'on tourne pour en faire de la vaisselle de cuisine & de table, comme nous savons qu'on en fait de la pierre verte de Come en Italie; mais*

c. 32. ce que la Pierre de Siphne a de singulier, c'est qu'étant naturellement très molle, si on l'échauffe dans l'huile, elle devient noire & dure.

† 10. LXXVI. Isidore de Seville s'exprime de même. † L'un & l'autre se mépren-

c. 4. nent pourtant en attribuant à l'huile la vertu de durcir cette pierre, qui ne procède que du feu.

Il y en a qui croient que Hippocrate même a déjà fait mention de notre Pierre, parce qu'il parle en quelques endroits de Smettis, ou de Terre smettique, c'est à dire, propre à nettoyer comme le savon.

En particulier Henckel, toutes les fois qu'il parle du Smettis, en di-

vers endroits de son *Traitté de la génération des Pierres*, n'entend pas autre chose, que le sujet dont nous traitons ici. C'est à lui seul pareillement qu'on peut rapporter la description que *Lemery* donne du *Smeclis*, dans son *Dictionnaire des Drogues*. Il me paroît pourtant plus vraisemblable, qu'*Hippocrate* a eu en vûe dans ces passages cette espece d'Argille grasse & savonneuse, qui ressemble à ce qu'on appelle *Terre de foulon*. Mais comme notre pierre possède la même propriété de nettoyer, je crois, qu'on pourroit l'appeller assez bien *Smeclite*, ou encore mieux *Smeclidite*.

Agricola, * & quelques Anglois, comme on peut le voir dans la *Pharmacologie* de *Sam. Dale*, appellent notre matiere *Terram Cimoliam*, parce qu'on la tiroit autrefois de l'île de *Cimole*, une des *Cyclades*. La *Terre de Cimole*, dit ce dernier Auteur, † *est une substance argilleuse, onctueuse, grasse & pesante, d'une couleur blanche, qui se tire des mines d'Angleterre, (savoir de Cornouaille.)* *Galien* même & *Érastien* rendent la *σμηκτιδα γην* d'*Hippocrate* par *Cimoliam*, & on lit dans *Galien* τῆς σμηκτιδος κίμωνος. Mais *Dioscoride*, *Theophraste*, après eux *Plin*, & ensuite *Ortobasius*, la décrivent comme une Terre blanche, & *Plin* dit positivement, * *qu'on se sert de la Terre de Cimole pour les vêtements, qui ont été auparavant souffrés.* Il paroît de là c. 17. que la Terre de Cimole est cette espece d'argille propre à nettoyer, qui enleve les taches & la graisse des habits & de la laine, & à laquelle les Allemands ont donné à cause de cela les noms de *Seyffen Erde*, *Füller-Erde*, & *Walcker-Erde*. *Dioscoride* avoit aussi déjà parlé de *Terre de Cimole*, & blanche, & couleur de pourpre, & l'on peut juger, qu'il faut les rapporter aux simples terres bolaires, de ce qu'il ne dit point qu'elles soient compactes, & qu'elles ayent quelque affinité avec les Pierres. C'est aussi le sentiment d'*Agricola*. † Voici ce que dit *Mercatus*; * *La Terre de Cimole, dite aussi σμηκτις γη est savonneuse comme le Bolus blanc.* *Marcellus Empiricus* fait aussi mention de cette craye de Cimole, qui, suivant *Aldrovandus*, dans son *Musæum*, se trouve près de la ville de *Clipa* dans les territoire de *Trente*, aussi bien que dans celui de *Vicence* auprès de la Ville de *Schiun*.

* *De Natur. fossil.* p. 395.

† p. 46.

* LXXXV. c. 17.

† *De natur. fossil.* p. 395.
* *Metallothec.* p. 17.

C'est sans doute à la même matière, qu'appartiennent les noms de *Morochtus*, ou *Leucogaa Leucographis*, de *Galaxias*, de *Grappida*, & de *Galactites*. Il est vrai qu'on attribue à tout ce qui est désigné sous ces noms la propriété de rendre un suc laiteux, ce qui ne convient à notre *Steatite*, que lors qu'il a été trituré au rasoir ou au mortier, & mêlé avec de l'eau, après quoi il forme aussi un suc laiteux, comme *Gesner* le témoigne. † Mais d'ailleurs toutes les autres circonstances se rapportent fort bien. Car on décrit le *Morochtus* & le *Galactites*, * comme une pierre blanche & molle, qui se fond aisément, dont on se sert pour blanchir les habits, & qui tient lieu de crayon pour tirer des lignes blanches de même qu'avec la craie. Mais *Pline* met la *Galaxie* & le *Galactites* au nombre des Gemmes. *Dioscoride* au contraire rapporte, que le *Morochtus* naît en *Egypte*, & que les foulons s'en servent comme d'une matière molle, & qui se fond aisément, pour blanchir les habits. Il le distingue de la pierre *Galactite*, qui rend un suc laiteux de couleur cendrée, & doux au goût.

D'autres appellent l'espèce à laquelle cette douceur convient *Melitite*, en Allemand *Honigstein*. *Albinus* nomme † *Morochtus*, la Terre de foulon, ou la Terre savonneuse verte. *Volckmann* * regarde le *Morochtus*, comme une espèce de lait de Lune, & *Dale* le range entre les espèces de *Marga Saxatilis*. *Agricola* est donc tombé dans une forte d'erreur, quand il pense, † qu'avec des pierres blanches & de chaux on fait le *Morochtus*, qui tire des lignes blanches comme la craie, ajoutant qu'il naît en *Egypte* & en *Saxe*, où on le tire de la terre près d'*Alfeld* d'un creux situé à l'orient d'*Éré*, sur le chemin qui va à la montagne de la forêt. On peut comparer là dessus *Laet* * & *Boo-*
† *Gesner* met au rang des mêmes Pierres, l'*Hepatite*, (*Leber-*
† *stein*,) lithargille molle au commencement, qui reçoit les caractères & les formes qu'on veut y imprimer, & ensuite se durcit ; espèce d'argille cendrée & duriuscule. Au fond toute cette Controverse est d'une très mince utilité.

Le sujet que nous examinons se rapporte aussi à la *Gemmabuja*, ou *Gemmabu*, que les Allemands appellent de même *Speckstein*. Le nom

nom de *Gemmabuja* est sans doute Chinois. Le premier Auteur où je le trouve est *Kentmann*, * qui attribué à la *Gemmabuja*, un *sediment* * *Nomenclat. ter. fossil. p. 50.* noir & cendré, & qui la met au rang des gemmes, disant qu'on en peut faire de fausses de coquilles, ou de verre blanc reins de ceruse. Après lui vient *Albinus*, qui fait de la *Gemmabuja*, une espèce de surdoine, qui n'est pas claire & transparente, mais de couleur de ronge, sur laquelle on peut faire des gravures, & qui s'appelle ordinairement *Gemmahu*, ou bien *Speckstein* à cause qu'elle est tendre & molle. *Gesner* † & *Agri-* † *De fig. lap. cola* la nomment *Gammenbu*, ou *Gemmabuja*, parce qu'on peut y graver plus aisément que sur les autres gemmes. *Schwenckfeld* s'exprime ainsi; * *La Gemmabuja est une Chalcédoine blanche, mais qui n'est pas claire. Les Ouvriers l'appellent SPECKSTEIN, GÄMELICHEN; De fossil. p. 379.* c'est une gemme moins dure & plus grasse que les autres, de couleur blanche; on en trouve dans le Duché de Neiss, & l'on s'en sert pour des gravures. *Volckmann* n'a fait que copier ce passage, † à cela près † *Silf. subterr. p. 28.* qu'il met cette gemme au rang des Onyx. Celui qui a jugé là dessus avec le plus de précision, c'est *Kundmann*, * qui parlant d'un vase de la * *Rav. Nat. Chine*, qu'il possédoit, dit qu'il étoit de la Pierre qu'on appelle de *La-* & *Art p. 667.* me, ou sur les lieux *Chamabuja* (*Speckstein*), après quoi il continué en ces termes; On la regarde comme une espèce d'Onyx, mais je lui trouve beaucoup plus de ressemblance avec la Pierre Néphritique, excepté qu'elle est plus transparente, & qu'elle a tout à fait la couleur de cire jaune, &c.

Ce qu'il y a de certain, c'est que le vrai nom de *Steatites*, en Allemand *Speckstein*, ne se donne plus aujourd'hui qu'à cette matière qui nous vient de la Chine, où on lui donne toutes sortes de figures, & d'où elle nous est ainsi envoyée toute façonnée. Quand à la nature & aux propriétés du sujet, il n'y a presque aucune différence entre nos espèces Européennes & celle de la Chine. On donne ordinairement à celles qui se trouvent dans nos contrées, des noms tirés des usages auxquels on les emploie. On en tire du territoire de Bareuth, qui s'appelle *Schmeerstein*. L'espèce la plus commune qui se rencontre ici chez les Drogues, y porte le nom de *Craye d'Espagne*,

Espagne, terme qu'il seroit inutile de chercher dans les Auteurs, ni même dans le Dictionnaire universel. Ce titre de craye lui vient de ce qu'elle sert comme la craye à tirer des lignes blanches, & pour cet effet on la fend avec une scie en petits batons longs & quarrés, dont les Tailleurs se servent ordinairement pour tracer des lignes sur le drap, parce qu'elles s'effacent plus aisément que celles qu'on fait avec la craye commune. D'ailleurs, quant aux principes de sa composition, elle n'appartient point aux veritables especes de craye, (quoique Pline y range la Terre de Cimole,) car elle ne contient point de Terre alcaline, ni de chaux, comme la craye ordinaire. Il est incertain d'où dérive le surnom d'Espagne; si c'est que la premiere nous ait été apportée de ce Royaume, ou que, par un usage assez commun, on joigne le titre d'Espagne à tout ce qui est étranger, ou qui a quelque sorte d'excellence, comme nous appellons nos Cantharides, *Mouches d'Espagnes*. Quoiqu'il en soit, il est incontestable que notre Craye d'Espagne ne vient point d'Espagne.

Les Physiciens connoissent un peu mieux aujourd'hui une autre dénomination prise pareillement de l'usage de cette Terre; c'est celle de *Lapis ollaris*, ou *Lapis lebetum*, en Allemand *Topffstein*, plus rarement *Schirbelstein*, *Pfannenstein*. *Scheuchzer*, *Brömel*, *Linnaeus*, & *Cramer* la produisent sous ce nom. Celle qu'on trouve chez les Grisons est extrêmement connue. C'est celle que *Pline*, & après lui

* *Exerc. Scaliger* * & *Gesner* † ont nommé Pierre de *Come*. Ce n'est pourtant pas de *Come*, c'est de *Purium*, Ville située auprès du Lac de *Come*, qu'elle vient; mais les vases qu'on en fait se portent ensuite à *Come*, comme à la foire la plus célèbre qui soit dans le voisinage. Voici ce que *Scaliger* rapporte de la maniere dont on la travaille. On fait avec la Pierre de *Come* des chaudières si minces, qu'elles semblent presque de métal battu; c'est en creusant la pierre en dehors qu'on lui donne la forme de chaudiere, & ils le font avec tant de dextérité, qu'ils détachent une enveloppe, puis une autre, puis une troisième, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il ne reste que les pots les plus petits qui soient possibles; ensuite de quoi ils portent tous ces vases aux foires, l'un dans

* *Exerc. Scaliger* * & *Gesner* †
cont. Card.

128.
† de *fig.*
Lapid. p. iii.

dans l'autre, & tellement contigus qu'ils ne semblent faire encore qu'une seule masse. Burnet confirme la même chose dans son *Voyage de Suisse*, ajoutant; qu'ils détachent ces vases les uns des autres par le moyen d'une meule à eau avec une roue à laquelle des couteaux sont attachés. Il dit aussi, qu'on cuit beaucoup plus vite dans ces pots, que dans des pots de metal, que le bas en demeure beaucoup plus chaud, que les viandes y ont un goût plus savoureux, que le feu n'y fait point de fentes, & que s'ils viennent à se casser, on peut les recoudre aisément avec un fil de fer. Il y a auprès de ce *Plurium*, Ville des Grisons, une montagne toute remplie de cette Pierre, qu'on en tiroit en si grande quantité, que cela faisoit, au rapport de *Scheuchzer*, un profit de 60000 Ducats par an. Mais il y a toute apparence que c'est en continuant imprudemment à creuser cette montagne pendant tant de Siècles, qu'on a attiré à la Ville la Catastrophe par laquelle elle fut enlevée sous la montagne en 1618. Car, suivant *Gulerus*, * cette montagne qui s'appelle *Conto*, avoit été travaillée & creusée sans interruption, presque depuis la naissance de Notre Seigneur. † Neanmoins *Scheuchzer* dit, * qu'on trouve encore aujourd'hui de semblable pierre, surtout aux environs de la Ville de *Clavanne*, & dans la Vallée de *Verzasche*, & qu'on en fait au tour divers vases, des pots, des écritoirs &c. qui sont d'une couleur cendrée ou verte, ayant d'abord beaucoup moins de consistance, que quand ils ont durci pendant quelque tems à l'air. *Seyfried* raconte, † qu'on trouve auprès du fleuve des *Amazones* une Terre verdâtre, qui est tout à fait molle sous l'eau, mais qui étant à l'air acquiert la dureté du Diamant. Je crois qu'il y a de l'hyperbole dans ce récit.

Mylius fait aussi mention * d'une semblable Pierre ollaire, que l'on creuse en Saxe dans la forêt de *Schmiedfeld* auprès de *Suhl*, qui d'abord est molle, mais qui étant mise au feu prend la dureté & la forme du verre. * *Memorab. Sax. sub. P.I.* P. 62.

Il ne faut pourtant pas confondre la Pierre ollaire avec l'*Ostracite* des Anciens, quoique quelques uns appellent à tort ce dernier *Topffstein*. Car *Dioscoride* dit, que l'*Ostracite* est une pierre crusteuse, & que

* *Rhatia* L. XIII. p. 195.

† *Voy. Aie. lin. Theatr.*

Europ. p. 97.

* *Hist. Nat. Helv. P. I.*

p. 177.

† Dans sa

Medulla mi-

rabilium na-

tura.

* Orykto-graph. Hil-def. p. 10.

† *Theſaur. ſub:err. Brunſ.* p. 95.

* *Chron. Miſn.* p. 163.

Et que l'on peut ſéparer en lames, ce qui ne convient point du tout à la notre. C'eſt plutôt ce qu'*Agricola* & *Lachmund* * ont appellé *Topffſtein*, *Scherbenſtein*. Il y a auprès d'*Hildesheim* une caverne creuſée dans une ſemblable pierre, nommé *Zwergböhle* & la couleur eſt rouge. Mr. *Brückmann*-† ne rend pas exactement *Lapidem Topbura* par *Topffſtein*; c'eſt peut-etre une faute d'impreſſion; car il auroit beaucoup mieux valu, pour éviter l'équivoque, dire *Toffſtein*, ou *Tuffſtein*. C'eſt auſſi ſans le moindre fondement qu'*Albinus* * appelle *Topffſtein*, une eſpece de Pierre de Chaux &c.

† p. 188.

* *Hiſt. Nat. Helv.* P. III. p. 101.

Le principal lieu originaire du ſujet que nous examinons, c'eſt le territoire de *Chiavenne* chez les Grilons en Suiffe. *Burnet* en indique trois mines dans ſon *Voyage*, 1. auprès de *Chiavenne*, 2. dans la *Valtelline*, 3. chez les Grilons, où on l'appelle *Lavezzi*, mot corrompu des vaiſſeaux nommés *lebetes* qu'on en fait. C'eſt peut-etre auſſi à ce genre qu'appartient l'eſpece de *craye verte* & *ſavonneuſe*, qu'on trouve dans la montagne de *Galand*, auſſi bien qu'auprès de *Kublitz* & de *Prettigow*, dont parle *Scheuchzer*. * Qu'on en tire abondamment de la Chine, c'eſt ce que prouvent tant de petites images & figures travaillées de toutes les manieres, & teintes extérieurement, qu'on apporte en Europe ſous le nom de *Figures* & de *Taſſes de la Chine*, qui ſont réellement faites du *Speckſtein* de la Chine. Seulement cette eſpece eſt pour l'ordinaire plus transparente que les autres.

† *Muſeum Worm.* P. 4.

En Angleterre on en trouve de toutes les ſortes. *Le Smeſſis* ou la *Terre ſavonneuſe* ſe trouve au détroit de l'*Ile Veſſis*, & dans les *Iles de Fer*, elle eſt aſſez dure, verte, & approche beaucoup de la pierre *Morochrus*. † J'en ai vu moi-même une eſpece d'un verd jaunâtre, qui venoit d'Angleterre, & qu'on y appelle *Terre de foulon*, une autre d'un blanc cendré qui vient de *Cornouaille*, ſous le nom de *Terre de Cimole*, & une troiſieme un peu noirâtre, qu'on tire de la même Province, ſous le nom de *Terre noire de Tripoli*. J'ai auſſi vu une Pierre ollaire aſſez dure, qui vient de *Penſylvanie*, & un *Bolus* d'un jaune tirant ſur le rouge, de la même contrée, & qui appartiennent l'un & l'autre à la matiere en queſtion.

Par rapport à la Hollande, j'ai lu dans un Manuscrit de *van Helmont* le jeune, qu'on tire du voisinage de *Tournai* une terre cendrée, que le feu rend d'un blanc merveilleux.

Je soupçonne qu'en France la *craye de Briangon* est quelque chose de semblable, au moins à en juger par cette Description qu'on en fait. C'est, dit-on, une *espece de Talc*, presque comme le *Talc de Venise*, qui est assez dur & ne se laisse pas séparer par tranches; il y en a de blanc & de verd; on le voit dans les carrieres qui sont près de *Briangon*; il sert à ôter les taches de graisse des habits, & les Tailleurs l'emploient à tirer des lignes sur le drap. Toutes ces propriétés s'accordent fort bien avec celles de notre sujet. Mais un échantillon que j'en ai reçu depuis, m'a appris, que c'est plutôt un *espece de Talc*.

Il n'en manque pas non plus en Norwege, comme on en peut juger par ce vase de *Pierre de Talc de Norwege*, épais, pesant, d'une couleur cendrée, avec une anse de fer, dont parle le *Museum Wormianum*: * ajoutant que c'est dans de semblables pots, que les Norwegiens cuisent leurs viandes, parce qu'ils soutiennent fort bien la violence du feu, & que la pierre dont ils sont faits, étant originairement molle, se laisse creuser, & reçoit toutes sortes de figures; jusques là qu'ils bariolent des fourneaux avec des lames compactes de cette pierre. Je vois aussi par la Mission de *Groenland* de Mr. *Egede*, † qu'il s'y trouve une pierre de cette espece d'une couleur mêlée. Il l'appelle pierre molle, *Weichstein*. Elle est abondante en *Groenland*, & les habitans en font des chaudrons & des lampes, quoique l'Auteur même veuille faire passer ces vases pour être de marbre.

* p. 350.

† p. 132.

Divers Auteurs * témoignent que la *Suede* fournit la même production, & en particulier *Brömel*, dont voici les paroles; † *Le Talg, Tulgsteen, ou Grytsteen*, est une matiere semblable à la pierre ollaire, qu'on peut fendre, tourner & travailler comme le bois, pour en faire diverses pieces de vaisselle de cuisine, qui s'échauffent au moindre feu. On en trouve auprès d'*Hundöhl* dans le *Femprland*. Elle sert aussi à faire des foyers, des fourneaux, & des briques. Il s'en rencontre une autre espece à *Kieremecki*, Paroisse de *Savola*, & à *Nerkie*. J'en ai reçu une espece beaucoup plus belle, verdâtre & à demi tran-

* *Hist. in Anledningem til Bergarterne, & Linnæus.*
† *Mineralog. Suec. p. 25.*

sparente, de Wermeland, & des mines de Sablberg. On dit que plusieurs Vaisseaux se servent des pots faits de cette Terre.

Nous avons déjà vu ci-dessus que les Montagnes d'Italie en renferment. Notre Allemagne en possède aussi. La contrée de *Bareuth* en Franconie en fournit assez abondamment, pour qu'elle se répande de là presque par toute l'Allemagne. On l'appelle sur les lieux *Schmeerstein*, ou *Meelbarz*, mais coupée en petits bâtons oblongs, les Marchands la nomment *Craye d'Espagne*. *Caspar Bruschius* est le premier qui en ait fait mention, il y a déjà près de 200 ans. *Tbierscheim*, dit cet Auteur, est un bourg situé sur la rivière de *Tittersbach*, à un demi-mille d'*Artzbourg*, moitié chemin entre *Egra* & *Wunsfel*. Il se fait tous les ans dans cet endroit une quantité prodigieuse de petites boules à jouer pour les enfans, & même de boulets pour les Canons de fonte. La matiere en est une Terre tenace & fraîche, que les habitans nomment *Schmeerstein*, & qu'ils creusent partout à l'entour de leur Bourg. Jeunes & vieux la travaillent, la font durcir au feu, & en envoient de pleins chariots chargés à *Nüremberg*, d'où le débit s'en fait par toute l'Allemagne. Il n'y a que ce negoce & l'agriculture, qui fassent subsister les habitans de ce lieu.

* p. 112. Un Auteur Anonyme, (*) dans la Description de la montagne de *Fichtelberg*, publiée à *Leipzig* en 1716. * confirme la même chose, mais il raconte en même tems; que *vint ans auparavant étoit mort le dernier homme qui eut le secret de durcir cette pierre au feu, de maniere à lui donner la consistance de la pierre, & à la mettre en état d'être polie pour en faire de petites boules, des boutons, & même des moules, dont on se sert pour jeter les Canons en fonte; sur quoi cet Auteur regrette, que l'art de préparer cette pierre soit perdu, vu que la matiere se trouve encore en quantité suffisante sur les lieux.* Mais le témoignage suivant prouvera que cet art n'est point du tout perdu, & qu'il consiste uniquement à savoir donner le feu convenable & à propos. C'est celui du D. *Brückmann*, † qui parlant de la même matiere

† *Magnal. Subterr.* p. 73.

(*) Cet Auteur s'est caché dans d'autres Ecrits sous le nom deguifé de *Polycarpe Chryssostome*. Son veritable nom étoit D. *Pachhelbl* à *Gehag*.

matiere dit, qu'on en fait des boëtes à poudre, des cruchès, des beauries, des tassès pour le Thée & le Caffé, en la préparant au feu; qu'il se trouve dans cette pierre des dentrites, où la figure de l'arbre se conserve au feu. Tout cela s'accorde avec l'expérience.

C'est pour l'ordinaire vers la surface de la terre qu'on rencontre cette matiere; elle n'existe gueres à une grande profondeur. Les especes diffèrent en couleur; il y en a de jaune, de cendrée, de blanchâtre, avec quelques veines melangées par-ci par là. L'espece blanchâtre est la seule qu'on appelle craye d'Espagne. La plus grande partie de cette pierre se transporte continuellement de l'endroit que nous avons indiqué, par toute l'Allemagne; & quoique cela soit en quelque sorte défendu, on ne laisse pas d'en voiturer la nuit des chariots entiers. Car, s'il s'en trouve en effet un peu dans d'autres contrées de l'Allemagne, ce n'est pourtant qu'un très petit objet au prix de l'abondance de celle-ci. Le celebre *Kramer*, p. ex. en recommandant un fourneau d'une espece singuliere, dit; * *Sa matiere est* * Commerce. Inter. Norimb. 1741. p. 224. *une pierre legere & molle, qu'on nomme pierre ollaire, mais qui est pourtant plus legere & d'une autre nature que la Pierre ollaire de Plin,* ou celles d'*Appenzell* & de *Clavenna* de Suisse, que *Scheuchzer* a fait connoître dans sa Description. On en creuse en abondance en Hesse, ou plutot dans le Comté de Nassau, aussi bien qu'en Thuringe pas loin d'*Ilmenau*, où l'on s'en sert principalement pour bâtir les maisons, parce qu'elle peut estre fondue & sciée.

Il s'en trouve aussi, quoique plus rarement, dans les mines de Saxe; on l'y appelle *Speckstein*; elle est un peu plus dure que la craye d'Espagne ordinaire, néanmoins du même genre, de couleur blanche, rouge, ou verdâtre, & quelquefois parsemée de taches pourprées & blanches. J'en ai reçu du Duché de Magdebourg une espece de couleur brune, mais elle s'est fondue à la seule ardeur du feu, à cause de la grande quantité de fer qui s'y trouve mêlée.

Il y en a une espece jaune & rayée comme le marbre, qu'on creuse auprès de la ville de *Neiss* en Silesie, quoiqu'assez rarement, & dont Mr. le D. *Adelung* m'a envoyé. J'ai compris par les Let-

tres d'un Ami, qu'on en rencontroit encore en d'autres endroits de Silesie, comme autour de *Hirfberg*, de *Liegnitz*, de *Goldberg*, & de *Strige*, aussi bien que dans les Montagnes de *Stirie* & du *Tirol*. Voilà ce que j'ai pu découvrir sur les divers lieux, d'où le sujet de nos recherches tire son origine.

Passons à la description, & à ses qualités. C'est une pierre molle, dont la surface est glissante, & qui à l'attouchement ressemble au Savon, mediocrement pesante, transparente, tantôt plus, tantôt moins, propre à être sciée & travaillée avec des outils de fer, d'une couleur blanche, plus ou moins cendrée, quelquefois verdâtre, ou marquetée de diverses taches, jaune aussi, couleur de safran, ou enfin noirâtre. Il est assez egal de rapporter cette matiere aux Terres, ou aux Pierres, en l'appellant Pierre molle, ou Terre durcie. Aussi n'est-on pas jusqu'à présent bien d'accord là dessus. *Cardan* l'appelle une espece de pierre de rasoir, mais il est dans l'erreur, &

* Voy. de
Suisse. p. 188.

Pisaurenfis l'a mieux designée par une espece d'Ophite. *Burnet* dit, * que c'est une pierre huileuse & écailleuse, qu'on peut ranger parmi les especes d'ardoise; mais il a pareillement tort. *Gesner* la donne pour une sorte d'Onyx ou de Chalcedoine, & Mr. *Bruckmann* s'exprime ainsi; † Ce qu'on a coutume d'appeller *Speckstein*, est une Chalcedoine blanche, non transparente, glissante au toucher & grasse. Cette sorte de pierre est ailleurs une espece d'albâtre, & on en apporte des Indes Orientales. Tout cela est fort éloigné de la réalité. Le même

† Epist. Iti-
ner. L. XIX.
p. 4.

* Ibid. L.
XXXVII. p. 3.
† Epist. XXV.

Auteur croit* que le *Morochibus*, ou *Milchstein*, est l'Agathe blanche, & ailleurs † il fait passer le *Spekstein* pour une espece de marbre & d'albâtre.

† Mineralog.
Saxe. p. 25.

Le Dictionnaire Universel compte le *Gemmabiu* pour une espece de Chalcedoine. *Wormius* en fait une espece de Talc. *Brömel* † une pierre de Chaux. Mais toutes ces opinions ont peu de rapport avec la verité. *Brömel*, Mr. *Linnaeus*, & ceux qui les suivent, forment une espece singuliere d'Apyres, & regardent la Pierre ollaire comme une des principales de cette espece; mais cela est destitué de fondement, & répugne au véritable usage, puisque toutes les

Terres

Terres blanches simples, qui ne sont point mêlées, ni imprégnées de sucs métalliques, sont apyres, c'est à dire, ne sauroient être mises en fusion par aucun feu.

D'abord il paroît par tous les Phénomènes de cette matière, qu'elle doit plutôt être rapportée au genre des argilles, puisqu'elle se durcit au feu, ce qui n'arrive qu'aux seules argilles. La seule chose en quoi elle diffère de l'argille pure, & de la Terre de foulon, ou de la Terre savonneuse, c'est qu'elle ne se délaye pas de même dans l'eau; d'ailleurs toutes les qualités sont les mêmes, & il n'y a de différence que dans le degré. Car en la pulvérisant & la lavant, elle se laisse en quelque sorte travailler à la rouë de potier, quoique moins bien que l'argille; réduite en pâte avec de l'eau, elle se durcit au feu, mais avec une moindre consistance que sans avoir été pulvérisée. Il résulte de là qu'elle contient moins de particules glutineuses que l'argille, & que la pulvérisation en diminuant encore le nombre, il faut y subvenir par l'addition de quelque autre matière. Ainsi toutes les pierres qui sont molles, de manière à être fendues au couteau, ou travaillées au tour, glissantes à l'attouchement, & surtout, qui se durcissent au feu, appartiennent à l'espèce du *Steatites*, ou *Smeclites*, car ce sont là ses vrais caractères. Par conséquent, la pierre serpentine dont on fait au tour tant de mortiers & autres vases à broyer, & qui acquiert une extrême dureté au feu, doit être rangée dans la même classe; elle est même remarquable par sa noirceur, ou son verd foncé, & l'on peut la regarder comme une sorte singulière de Pierre Ollaire; en la calcinant dans un vaisseau fermé, elle jaunit considérablement. L'espèce que nous examinons ici, a diverses différences de degrés, suivant qu'elle est plus dure, ou plus molle, plus ou moins transparente. Celle de la Chine est ordinairement assez claire, mais les petits morceaux de notre terre ordinaire blanche, paroissent aussi transparens vers les extrémités, & en y ajoutant des masses *vitrisfiables*, on peut augmenter cette disposition. Il y a aussi de cette Terre, qui devient plus compacte au feu, & plus propre à contenir l'eau, comme celle de Suisse & de la Chine, au lieu que la Terre de Bareuth reçoit plus aisément au feu des fentes, au travers desquelles l'eau suë ensuite. La Pierre Nephreti-

que, que les Anciens ont pris communément pour une espece de Jaspe verd, doit aussi estre rapportée à la notre, puisque ce n'est au fonds qu'une espece singuliere de Steatite, plus ou moins transparente & verte, mais qui surpasse de beaucoup toutes les autres en dureté. Que la principale partie de la Terre soit Steatitique, c'est ce qu'on ne sauroit contester, en voyant la maniere dont elle se durcit au feu, qui va jusqu'à la rendre propre à jetter des etincelles. Sa verdeur vient du cuivre qui y est mêlé; aussi, en y joignant du Borax, en ai-je tiré quelques parties de cuivre. La Pierre Nephretique de la Chine est du même genre, mais plus transparente & d'une couleur plus claire, au lieu que celle de Saxe est opaque & foncée. Quand la Terre du Steatites abonde en fer superflu, elle reçoit la dénomination de crayon rouge, (*Rötel-stein*;) & peut-estre que dans la suite on en découvrira encore d'autres especes particulieres.

A l'égard des propriétés de notre sujet, il rend une odeur grasse, au moins en le pulvérisant; on y apperçoit souvent, quand on le rompt, des particules brillantes de talc; l'air n'y cause d'autre changement que de le durcir un peu davantage. Si on le jette dans l'eau, il s'y en imbibe un peu avec sifflement, mais il ne s'y dissout pas comme l'argille ordinaire, parce que ses particules sont plus cohérentes, & que sa matiere glutineuse est plus durcie. Pulverisé, il forme avec l'eau une pâte qu'on peut pétrir assez aisément. Suivant les differens degrés de feu auxquels on l'expose, il se durcit jusqu'au point d'etinceler abondamment, lorsqu'on le frappe contre l'acier, & il devient d'un beau poli. Il blanchit pour l'ordinaire à un feu découvert, & c'est par cette blancheur que la Terre de la Chine l'emporte si fort sur les autres especes, mais un feu renfermé le jaunit. L'espece jaune de cette Terre rougit au contraire, ce rouge devient même vis, il en sort des etincelles, & son poli egale presque le Jaspe. Cela me fait soupçonner que ces Têtes excellemment gravées, ces Statuës, & ces autres monumens des anciens Ouvriers, dont l'Art, la durée & la dureté sont aujourd'hui l'admiration des nôtres, ne sont autres choses que des Ouvrages faits avec des Terres Steatitiques, sur lesquelles on a pu
tra-

travailler à fouhait, & qui ayant aquis au feu la dureté des pierres, ont finalement été embellies de la polissure qui y subsiste encore.

Mais je vais passer présentement à des Experiences plus particulieres, & je prie le Lecteur de remarquer, que toutes les fois que je ne donnerai point de nom particulier à la Terre dont je parle, il s'agit de celle de *Bareuth*.

Premierement donc, les Esprits acides agissent fort peu sur notre sujet tout pur, comme en général sur toutes les argilles pures; on n'y remarque aucune effervescence. L'Huile de Vitriol, tant par la digestion que par l'abstraction, suivie de la solution & de la précipitation, n'y touche presque point non plus, & beaucoup moins assurément qu'à l'argille. Cependant les especes de cette Terre qui sont plus colorées, & imbuës d'une teinture de fer, se dissolvent par rapport à cette partie là dans les acides. C'est ainsi qu'une espece jaune qui vient de *Neiss*, donne un extrait assez vif dans l'Eau Regale, où il naît une Teinture jaune, tandis qu'il reste une Terre blanchâtre. L'Eau forte tire de la Pierre Néphrétique une couleur verte, qui découvre le mélange des particules de cuivre; mais la poudre qui s'en précipite avec un sel alcali, paroît jaune, à cause du mélange des particules de fer. De là vient aussi qu'étant pulvérisée & calcinée dans un vaisseau fermé, elle jaunit.

En travaillant sur la craye d'Espagne mêlée avec divers sels, j'ai observé les Phénomènes suivans. La craye d'Espagne mêlée avec une sixieme partie de sel alcali, durcit à un feu violent, au point d'etinceler contre l'acier; la masse cependant s'enfle.

Cette même craye avec une partie égale de ce sel, devient coulante, & il en naît une masse blanchâtre, semblable à de l'Opale, avec des rayes rouges; pour l'ordinaire elle est pleine de petits trous, & si le feu n'a pas été assez fort, elle n'aquiert point de transparence. En y joignant deux parties de sel alcali, elle prend une couleur noire de poix. La craye d'Espagne réduite en pâte avec une solution de sel alcali, durcit merveilleusement au feu, de sorte qu'elle rend des etincelles, elle blanchit sans devenir transparente, & se sépare un peu en feuilles. Six parties de craye d'Espagne avec une partie d'alcali,

d'alcali, qu'on appelle caustique, blanchissent, & demeurent opaques, La même matiere avec une portion egale de Foye de souffre alcali, confluë en une belle masse, qui ressemble à l'agathe noir, & qui étincelle vivement ; au lieu que le même Foye de souffre avec une portion égale d'argille blanche, ne fait que durcir & blanchir, sans devenir transparent. Ce Foye encore avec autant de sable, s'eleve en une masse comme écumante. Mais trois parties de Nitre avec une de sable, & deux de craye d'Espagne, confluënt au feu en un beau verre jaune, semblable à l'ambre, mais qui n'est pas parfaitement pellucide. La craye d'Espagne avec autant d'Arsenic fixe, confluë avec succès en une masse jaunâtre mêlée de rayes blanches ; & en y ajoutant deux parties d'Arsenic fixe, la masse devient d'un beau jaune. Notre craye avec autant de sel fusible Microcosmique, forme en confluant une masse semblable à l'agathe, d'un blanc cendré ; mais avec autant de Borax calciné, elle a une merveilleuse ressemblance avec l'Aigue marine. La Pierre Néphrétique avec autant d'alcali, forme une masse noirâtre, & qui n'est pas disposée à la fusion ; mais la même Pierre avec autant de Borax, confluë en une masse d'un beau rouge, opaque comme l'agathe, & j'ai remarqué un grain de cuivre qui s'étoit rassemblé au dessus. La Pierre serpentine parvient à une fusion égale avec autant de Borax, & acquiert une couleur noire, tirant sur le brun. Mais le crayon rouge avec une quantité egale de Borax, donne une masse vitrée d'un noir tout à fait foncé.

Quant au mélange de la craye d'Espagne avec les verres, mes travaux m'ont fourni les observations suivantes.

La craye d'Espagne avec la dixieme, & même avec la cinquieme partie de verre de Crystal, produit une masse blanche, dure, étincelante, mais peu transparente. Si vous ajoutez plus de verre, un feu violent la rend pour l'ordinaire spongieuse. Mais la craye d'Espagne avec deux parties du même verre, durcit assez fort pour jetter des étincelles, demeurant pourtant opaque & blanche. Avec quatre parties de verre, elle se liquesie, & le produit paroît comme de l'agathe blanche, sans transparence, & encore étincelant.

En mêlant par la fusion des cailloux avec deux parties de sel alcali, & joignant ensuite une partie de ce mélange avec deux parties, ou avec autant de craye d'Espagne, ou bien, en mettant au feu ordinaire une partie de cailloux, réunie par la fusion à trois parties d'alcali, avec la moitié, ou autant, ou deux, ou quatre parties de craye d'Espagne, tous ces mélanges ont produit en confluant une masse spongieuse. L'on voit ici, & dans divers autres mélanges, que la craye d'Espagne est plus fusible que l'argille, au lieu qu'au contraire il y en a où elle l'est moins. La craye d'Espagne avec la huitième partie de Verre de plomb, durcit assez fort, & rend des étincelles, ce qui arrive aussi avec une troisième, & avec une quatrième partie de ce verre. La couleur tire pour l'ordinaire sur le jaune, comme cela arrive à la plupart des compositions où cette craye entre. Avec autant de *Minium*, elle confluë pareillement en une masse jaune, à demi-transparente, mais ordinairement pleine de petits trous. Elle confluë encore plus exactement avec deux parties de *Minium* en une masse jaune, mais moins pellucide, excepté vers le fonds du creuset, où elle acquiert plus de clarté, à cause des parties de sable du creuset qui ont été rongées dans l'opération. J'ai lu dans un Auteur, que la Litarge ne dissout ces pierres qu'imparfaitement, & qu'elle s'échape d'abord à travers les creusets, à moins qu'on n'ait eu la précaution de les broyer ensemble, & que l'on ne continuë longtems un feu medioere; mais je n'ai pu remarquer rien de semblable.

Six parties de craye d'Espagne avec une partie de verre de plomb & d'étain, se réunissent fortement au feu, la couleur est blanchâtre en dehors, mais cendrée en dedans, & la masse est sans transparence. Une partie du même verre avec trois parties de craye d'Espagne, forment un tout encore plus compacte, noir en dedans, & opaque.

Une partie de Pierre Néphrétique avec quatre parties de verre de crystal, confluë en une masse non transparente comme l'agate cendrée, & assez ferme. Une partie de la même Pierre avec autant de *Minium*, fait une masse couleur de cire, pleine de trous, qui lors-

qu'on y joint dans la fusion un peu plus de sel commun, & qu'on accélère trop la violence du feu, s'ôrt aisément des bords du creuset.

Les Terres alcalines ne se joignent pas si étroitement à la craye d'Espagne, car toutes ces Terres, par exemple, la chaux vive, la craye, le marbre, mêlées avec deux parties de craye d'Espagne, & mises au feu, font une masse qui n'a point du tout de cohérence, mais qui est légèrement friable, d'une couleur jaune. Les mêmes Terres avec des parties égales de craye d'Espagne, refusent de se liquéfier, & ne font que jaunir. Trois parties de craye commune avec une partie de craye d'Espagne, produisent le même effet, hormis que la couleur rougit davantage, & qu'en brisant la masse on peut remarquer qu'elle étoit devenue plus tenace. Ce qui arrive dans ces mélanges se rapporte donc assez à la nature ordinaire de l'argille. Quelque addition de Verre, ou de Minium, n'y cause pas grand changement. Car trois parties de craye d'Espagne, & trois parties de marbre blanc, avec une partie de verre, donnent une Terre jaune, qui résiste encore à la fusion. Trois parties de craye d'Espagne, autant de marbre, & deux de Minium, refusent la fusion, & commencent seulement à se réunir en revêtant une couleur grise. Mais des parties égales de craye d'Espagne, d'écailles d'huîtres calcinées, & de Minium, se font fortement réunies, & ont fourni la réduction de grains métalliques de plomb. La craye d'Espagne, le *Quartz* & la craye commune, forment aussi une masse extrêmement dure. Aussi pour faire des creusets qui soient propres à résister au feu, plusieurs ont le secret d'employer un mélange de craye d'Espagne, d'argille, de craye commune, & de bature de fer.

Les Terres gypseuses différent peu en ceci des alcalines. La craye d'Espagne avec la moitié d'Albâtre forme une masse jaune friable. La même craye avec autant de pierre spéculaire, (*Marien-Glas*,) donne pareillement une Terre friable & couleur de citron. Il en est de même de deux parties de pierre spéculaire avec une partie de craye d'Espagne. Mais des parties égales de craye d'Espagne, de pierre spéculaire & de Minium,

nium, confluent en une masse assez belle, transparente & jaunâtre, mais elles s'enflent beaucoup dans la fusion, ce qui fait qu'elles ont besoin d'un creuset assez grand. La craye d'Espagne avec deux parties de sable, & quatre parties d'albâtre, donne à un feu violent une masse friable, & qui a peu de consistance. La même craye s'unit avec les argilles en masses d'une extrême dureté, ce qui la rend très propre à en faire des creusets, pourvu que le feu, au commencement assez doux, soit continué pendant quelque tems, & augmenté vers la fin par degrés. En ajoutant à ce mélange une portion égale d'argille brûlée, ou de craye d'Espagne brûlée & pilée, cela réussit encore mieux. Et même la seule craye d'Espagne avec partie égale, ou avec la moitié d'argille blanche brûlée, donne, étant exposée à l'action d'un feu véhément, un composé d'une dureté merveilleuse. Mais lorsque j'ai ajouté à deux parties de craye d'Espagne, deux parties d'argille blanche, & une partie de verre de plomb, j'ai retiré du feu une masse spongieuse & gonflée.

Enfin notre craye, jointe aux Terres vitrifiables, donne pareillement des mélanges assez solides. Deux parties de craye d'Espagne avec une partie de sable, n'ont encore que peu de cohérence, & il en est de même du mélange égal de ces deux choses. Mais quatre parties de craye d'Espagne avec dix parties de sable, produisent une masse assez ferme, quoiqu'opaque. Il en est un peu autrement avec le *Quartz*, car quatre parties de craye d'Espagne avec 1. 2. 4. parties de *Quartz* font une masse jaune opaque. Mais une partie de craye d'Espagne avec deux parties de *Quartz*, devient liquide au feu. Les diverses especes de *Fluor*, ou *Flus Spatb*, lui donnent encore beaucoup plus promptement & plus parfaitement cette disposition. En effet quatre parties de craye d'Espagne, mêlées avec 4. 8. 10 parties de *Fluor*, fondent en liquide au feu. Même deux parties de craye d'Espagne avec la septieme partie de *Fluor*, se liquéfient avec l'apparence d'agate d'un blanc cendré, mais avec la quatrieme partie de *Fluor*, la masse reste tout à fait opaque. Il est aussi remarquable que la craye d'Espagne avec le *Quartz* & le *Spatb fluxible*, jaunit toujours,

mais avec le sable elle demeure assez blanche. Si l'on joint à ces mélanges de la Terre alcaline, cela avance beaucoup la liquéfaction. Quatre parties, par exemple, de craye commune, & trois parties de *Spath fluxible*, avec une partie de craye d'Espagne, entrent aisément en fluidité, & prennent au feu une effervescence qui leur fait passer aisément les bords du creuset, à moins qu'il ne soit d'une capacité assez considérable. Quatre parties de Craye d'Espagne, six parties de *Spath fusible*, & deux parties de craye, s'unissent de même étroitement par le moyen de la fusion. Quatre parties de craye d'Espagne avec huit parties du même *Spath*, & deux parties de craye, fondent pareillement. Il en arrive même autant à des quantités égales de craye d'Espagne, de *Quartz*, & de craye commune, & elles donnent ensuite une pierre blanchâtre, mais tout à fait opaque. Dans les autres compositions, il n'est pas rare qu'elle noircisse.

Le *Spath de Wernigerode*, joint en divers poids avec la craye d'Espagne, tant seule que mêlée avec l'argille, s'y unit par la fusion d'une manière inséparable. Je pourrois tirer de mon Journal Chymique des Experiences par centaines, sur les diverses proportions & compositions de ces matieres, mais je m'en abstiens, parce qu'il ne peut en résulter aucun fruit particulier. J'ajouterai seulement, pour éclaircir ultérieurement mon sujet, qu'en mettant en fusion quatre parties de craye avec trois parties de *Spath fusible*, & une partie de craye d'Espagne, le produit qui en résulte est d'une transparence obscure, d'un brun jaunâtre, & j'ai trouvé au dessus un grain de métal.

La Pierre Néphrétique avec autant de *Spath fluxible*, se fond en une masse qui ressemble à de l'agate noire, mais qui perce aisément les creusets. Deux parties de Pierre Néphrétique avec une partie du même *Spath*, s'écoulerent avec une couleur d'un brun re-luisant, & sous la forme de Talc en feuilles. Il parut au dessus un grain de cuivre, preuve infallible de l'existence de ce métal dans la Pierre Néphrétique.

Je finirois ici, s'il ne me paroïssoit convenable d'ajouter deux mots sur les usages auxquels notre Pierre peut être employée, pour prévenir la Question qu'on fait souvent; 'A quoi bon tout ceci ?'

Nous avons vu ci-dessus que, depuis plusieurs siècles, le principal usage de cette Pierre chez les Grisons, consiste à en faire des pots propres à cuire. *Scheuchzer* décrit la manière dont cela se fait. D'abord on coupe un morceau proportionné à ce que l'on'en veut tirer, on attache ce morceau à un bois avec de la poix, & ensuite par le moyen d'outils pointus de fer qu'une meule fait mouvoir, on le creuse en 5. 6. 7. vases, ou davantage, qui rentrent l'un dans l'autre, & à chacun desquels on attache une anse de fer, qui le tient suspendu au dessus du feu pour y cuire les alimens. Si le vase tombe & se casse, on peut le recoudre avec du fil de fer. *Polycarpe Chrysostome* rapporte qu'on en fait des bales de fusil & des boutons d'habits. Aujourd'hui elle sert à des jouëts d'enfant & à diverses figures, qu'on met ordinairement sur les cheminées, après les avoir polies. Les Chinois font la même chose dans tous ces petits Ouvrages si artistement travaillés qu'ils forment de cette Terre. *Agricola* remarque que les Fondeurs en font des moules pour fondre l'airain, parce que cette matière résiste au feu. On peut aussi en tirer des Cruches, des Tasses à Thé & à Café, & si l'eau a quelque facilité à passer à travers, (comme l'on s'en plaint à l'égard de la Terre de Bareuth,) on peut aisément y obvier, en les revêtant de verre fusible.

Monconys, dans son Voyage, * recommande de joindre du musc à cette Terre pour lui communiquer une bonne odeur.

* Edit. d'Allem. p. 4014.

Pour nettoyer la laine de la graisse ou de l'huile, cette Terre vaut autant que celle de sillon; appliquée tant humide que sèche, elle enlève les taches des habits, & mêlée avec l'huile, elle polit les glaces de miroir. On assure que c'est de cette matière que les Chinois & les Anglois font leur fine Porcelaine. En sculptant exactement cette Terre crüe, on en peut faire les plus excellens

Ouvrages de Statuaires, qui reçoivent ensuite au feu une parfaite dureté, qui sont susceptibles du plus beau poli, & qui résistent comme la gemme taillée à toutes les causes de destruction.

Mais surtout les Chymistes peuvent s'en servir pour faire les fourneaux & les creusets les plus solides, & qui résistent admirablement au feu & à la vitrification. Cela va si loin, que Mr. *Kramer* de Vienne affirme * qu'en repetant longtems & fréquemment la fusion du plomb au feu dans ces fourneaux & dans ces creusets, ce metal, qui d'ailleurs détruit bien vite les creusets, peut être exalté au point que plus de la moitié se change en argent. Nous abandonnons cette Experience au plus ample examen de ceux qui pourront avoir le goût & l'occasion de la faire, & nous leur recommandons la vitrification souvent réitérée, & la réduction.

* *Commer. Vienne* affirme *
littérar. No-
vinb. 1741.
p. 224.





EXPERIENCES CHYMIQUES
FAITES DANS LE DESSEIN DE TIRER UN
VERITABLE SUCRE DE DIVERSES PLANTES, QUI CROISSENT
DANS NOS CONTREES,
PAR M R. M A R G G R A F.

Traduit du Latin.



I.

Personne ne sauroit nier qu'outre les particules terrestres, résineuses, gommeuses ou mucilagineuses & aqueuses, qui se trouvent dans les Plantes & dans leurs parties, il n'y en ait aussi de salines. Il paroît même, qu'en tirant ces dernières du suc exprimé des Plantes, qu'on fait dépurar, épaissir & cristalliser, on peut les séparer des Plantes, sans qu'il en résulte la destruction de leurs parties essentielles: & l'on en trouve une démonstration évidente dans ce sel acide, beaucoup plus connu que tous les autres, qu'on nomme *sel essentiel d'oseille*. Je me suis servi de la même voye pour tirer de plusieurs Plantes & de leurs diverses parties, différens sels, par exemple, un nitre véritable & parfait, de l'herbe de Fenouil Romain, aussi bien que de toute la plante de Bourrache. Dans d'autres tems j'ai pareillement tiré du sel commun pur de l'herbe de chardon benit, de la Gratiole, & du Fenouil commun, & une espèce de Tartre de l'herbe de Chardon m. cie.

II. C'est ce qui m'a fourni l'idée & l'occasion d'examiner aussi les parties des espèces de Plantes, qui sont manifestement douées d'une

d'une faveur douce ; & après avoir entrepris divers travaux là dessus, j'ai observé que quelques unes de ces Plantes contiennent non seulement une matiere approchante du Sucre, mais même un sucre veritable & parfait, qui a une entiere ressemblance avec le sucre connu, qu'on tire de la Canne à Sucre.

III. Ces Plantes donc, que j'ai soumis à un examen Chymique pour tirer le Sucre de leurs racines, & dans lesquelles j'en ai rrouvé effectivement de veritable & en abondance, ne sont point des productions etrangeres ; ce sont des Plantes qui naissent dans nos contrées, aussi bien que dans d'autres, en assez grande quantité, des Plantes communes, employées, qui viennent même dans un terroir mediocre, & qui n'ont pas besoin d'une fort grande culture.

Telles sont,

1. La Bette blanche, ou Poirée, que l'on nomme aussi *Cicla Officinarum*. C. B.
2. Le Chervi ; *Sisfarum Dodonæi*.
3. La Bette à racine de rave, C. B. ou Bette rouge.

Les racines de ces trois Plantes m'ont fourni jusqu'à present un sucre très copieux & très pur. Les premieres marques caracteristiques, qui indiquent la présence du Sucre, renfermé dans les racines de ces Planres, sont, que ces racines etant coupées en morceaux, & deslechées, ont non seulement un gout fort doux, mais encore qu'elles montrent pour l'ordinaire, surtout au Microscope, des particules blanchâtres & crystallines, qui tiennent de la forme du Sucre.

IV. Comme le Sucre est un sel, qui se dissout même dans l'esprit de vin, j'ai jugé que cette liqueur, je veux dire, l'esprit de vin, en prenant du meilleur & de plus rectifié, pourroit peut-erre servir à separer le Sucre des parties des Plantes. Mais pour m'assurer auparavant, combien de Sucre pouvoit etre dissous par l'esprit de vin le plus rectifié, j'ai mis dans un verre deux drachmes du Sucre le plus blanc & le plus fin, bien pilé, que j'ai melées avec quatre onces de l'esprit de vin le plus rectifié ; j'ai mis le tout à une forte digestion, continuée jusqu'à la coction : après quoi ce Sucre s'est trouvé entie-

entièrement dissous. Tandis que cette solution étoit encore chaude, je l'ai filtrée, & mise dans un verre bien fermé avec un bouchon de liege, où l'ayant gardée environ huit jours, j'ai vu le Sucre se former de nouveau en très beaux cristaux. Mais il faut bien remarquer que la réussite de cette opération demande qu'on employe l'esprit de vin le plus exactement rectifié, & que le verre, aussi bien que le Sucre, soient bien secs; sans ces précautions, la cristallisation a peine à se faire.

V. Tout ce que nous venons de dire étant achevé, j'ai pris des racines de bette blanche coupées en pièces rondes, & les ai fait sécher, mais avec précaution, afin quelles n'attirent point une odeur empyreumatique; je les ai ensuite réduites en une poudre grossière, que j'ai fait sécher de nouveau, parce qu'elle devient aisément humide. J'ai pris de cette poudre grossière, & desséchée, huit onces, pendant qu'elle étoit encore chaude, & les ai mises dans un verre qu'on pouvoit boucher; j'y ai versé seize onces de l'esprit de vin le plus rectifié, & qui embrase la poudre à canon; par ce moyen le verre s'est trouvé plus d'à moitié plein, & l'ayant légèrement fermé avec un bouchon de liege, je l'ai mis à la digestion au feu de sable, poussé jusqu'à la coction de l'esprit de vin, & en remuant de tems en tems la poussière qui alloit au fonds pendant la digestion, je l'ai mêlée de nouveau avec la liqueur.

Aussi-tot que l'esprit de vin a commencé à bouillir, j'ai retiré le verre du feu, & j'ai versé tout le mélange, avec autant de promptitude qu'il étoit possible, dans un petit sac de toile, d'où j'ai fortement exprimé le liquide qui y étoit contenu; j'ai filtré cette liqueur exprimée, encore chaude, j'ai versé la filtration dans un verre à fonds plat, j'ai mis à ce verre un bouchon de liege, & l'ai gardé dans un endroit temperé. D'abord l'esprit de vin y est devenu trouble, & au bout de quelques semaines, il s'est formé un sel cristallin, pourvu de toutes les marques caractéristiques du Sucre, médiocrement pur, & rempli de cristaux durs. J'ai dissous de nouveau ces cristaux dans l'esprit de vin; & l'on peut procéder à leur dépuration de la manière que j'ai indiquée §. IV. pour le Sucre ordinaire. C'est donc là l'expérience capitale, puisque c'est par son moyen qu'on

peut mettre à l'épreuve toutes les parties des Plantes, dans lesquelles on soupçonne qu'il y a du Sucre renfermé, & desquelles on voudroit séparer ce Sucre.

VI. En suivant la route que je viens de tracer, j'ai tiré des trois racines susdites desséchées, le poids de Sucre suivant, savoir;
 d'une demi-livre de racines de bette blanche desséchées,
 une demi-once de Sucre pur;
 d'une demi-livre de racine de chervi,
 trois dragmes; &
 d'une demi-livre de racine de bettes rouges desséchées,
 deux dragmes & demie de Sucre.

Cependant cet esprit de vin, dont le Sucre avoit été séparé par une nouvelle cristallisation, contient encore un reste de Sucre avec la partie résineuse des racines; ce qui paroît assez, si après la cristallisation, on fait l'abstraction du reste au bain; car alors ces trois matieres donnent un mixte, qui n'est autre chose que l'extract résineux, auquel se trouve encore mêlée quelque portion de Sucre. Ce qui merite en attendant d'être remarqué, c'est que la plus grande partie du Sucre se sépare ici, comme auparavant, de l'esprit de vin, pour se mettre en cristallisation, & que la partie résineuse demeure dans l'esprit de vin. De plus, il paroît par l'opération que j'ai exposée dans le §. V. & dans celui-ci, que l'eau de chaux vive n'est point du tout nécessaire, comme quelques uns le prétendent, pour dessécher le Sucre, & lui donner du corps; mais que le Sucre tout parfair, & en forme cristalline, existe déjà, au moins dans les parties de nos racines.

VII. M'étant ainsi suffisamment assuré de l'existence du Sucre, par l'expérience avec l'esprit de vin que j'ai rapportée §. V. cette manière de procéder à sa séparation me parut trop couteuse, & je crus devoir en chercher quelque autre, par laquelle il y eût du profit à tirer de cette opération. Je jugeai que ce qu'il y avoit de meilleur à faire, c'étoit de suivre la route ordinaire, en otant aux parties des Plantes leur suc par le moyen de l'expression, en dépurant ce suc
 exprimé

exprimé, en l'évaporant ensuite pour le préparer à la cristallisation, & enfin, en dépurant encore les cristaux qui en provenoient.

VIII. Ici se rencontrent néanmoins diverses difficultés à cause de la substance farineuse mêlée dans ces racines; mais il y a des précautions qui peuvent y remédier, parce qu'il s'agit de racines, qui meurissent dans un tems de l'année, où la saison n'est plus fort chaude, c'est à dire, au mois d'Octobre. Ce sont surtout les racines de chervi qui contiennent de cette substance farineuse, plus que les deux autres racines susdites; & tant que cette substance demeure mêlée parmi le suc, elle le rend glutineux. Les racines de chervi étant donc à cause de cela celles qui donnent le plus d'ouvrage, lorsqu'on veut en tirer le Sucre, je vais d'abord m'attacher à rapporter avec toute l'exactitude possible la manière dont il faut procéder, pour en séparer le Sucre.

IX. Qu'on prenne donc une certaine quantité de ces racines, qui sont les meilleures en Octobre, Novembre, Decembre, & même en Janvier; aussi convient-il d'en faire alors provision, de même que des deux autres racines susdites, qui meurissent en même tems, pour les garder ensuite pendant l'hiver. Ces racines de chervi étant encore fraîches, doivent être coupées en petits morceaux, & pilées dans un mortier de fer ou de pierre, jusqu'à la consistance la plus mince qu'il sera possible; ensuite de quoi, mettant le tout dans un petit sac de toile, on en exprime le suc à l'aide d'une presse convenable. Sur les racines qui restent dans le sac de toile après l'expression, on verse un peu d'eau, (mais il faut bien prendre garde qu'elle soit froide,) en sorte qu'elles reprennent autant d'humidité qu'elles en ont perdu par la première expression. Cela fait, on procède de nouveau à l'expression de ce mélange, on joint ce qu'elle rend au provenu de la première, on met le tout dans des vases bons & nets & on le laisse reposer, soit à la cave, soit dans quelque autre lieu frais, vingt quatre heures, ou si le tems est assez froid, pourvu néanmoins qu'il ne gele pas, pendant quarante huit heures. Cela procurera la défécation de ce suc exprimé, qui deviendra clair, & laissera tomber au fonds une poussière farineuse, ou petite lie. Après cela

on passe à la décantation du suc, & à sa filtration, ou par un feutre, ou en le versant seulement au clair. Je vais tout dire en peu de mots; le grand point d'où dépend la réussite de cette opération, consiste dans cette dépuration faite par voye de dépôt. Car si tout ce qu'il y a de farineux ne se sépare pas bien alors, vous ne produirez jamais qu'une espee de glu, & point de Sucre. A' quoi il faut ajouter deux remarques importantes,

1. Qu'il y a certaines machines, préparées de diverses manieres, qu'on peut employer avec succès pour piler.

2. Que ce qui reste ne doit pas etre jetté.

X. La premiere dépuration etant faite par dépôt, ou par filtration, on jette le suc dans un coquemar bien net, de leton ou de cuivre, on met du feu dessous pour le faire bouillir, on enleve les impuretés qui surnagent avec une écumoire, & l'on procure une dépuration ulterieure, en y jettant du blanc d'oeuf; (ce qui peut aussi s'effectuer, si vous avez pris une grande quantité de suc à depurer, par l'injection d'autres matieres glutineuses, par exemple, du sang de boeuf &c.) On leve encore alors l'ecume la plus epaisse, & l'on passe ce sue ecumé par un linge net, ou par un feutre; ce qui etant fait, ce sue paroît transparent, comme un vin clair. Il faut le recuire dans un plus petit coquemar net, jusqu' à ce qu'il n'en reste qu'une moindre quantité. On la remet encore dans un plus petit coquemar, & ainsi de suite, jusqu' à la consistance d'un syrop très epais, qu'on met enfin dans des vases nets & couverts, & qu'on garde dans un lieu chaud. Il est à propos d'avertir aussi dans cet endroit que ce sue, si vous en avez une grande quantité, peut etre en quelque sorte concentré en hyver par la gelée.

XI. Ce suc etant donc évaporé de la maniere susdite jusqu'à la consistance d'un Syrop épais, & gardé pendant six mois environ, & plus longtems, on trouve le Sucre en forme de petits crystaux, attachés en abondance aux parois du verre. Il s'agit alors de nettoyer ces crystaux de Sucre de l'impureté que leur donne la forme de Syrop; ce qui réussit à merveille, en mettant le vase dans l'eau chaude;

car

car aussi-tot que cette eau est échauffée, le mélange contenu dans le vase devient plus liquide par le moyen de la chaleur ; quand cela est arrivé, il faut verser la liqueur avec les crystaux dans un vase de fer étamé, ou de terre, dont l'ouverture soit large, le fonds étroit, & qui ait tout autour, aussi bien qu'au fonds, divers trous ; on met ce vase sur un autre, & on le garde couvert dans un lieu médiocrement chaud ; alors ce qui a la forme de Syrop se détache peu à peu, & découle dans le vase inférieur goutte à goutte ; mais ce qu'il y a de véritablement salin, mêlé pourtant encore avec quelques parties qui tiennent du Syrop, demeure dans le vase supérieur. Le Syrop séparé de cette manière se remet dans un lieu chaud ; & s'il s'en détache de nouveau quelque chose de crySTALLIN, on peut le recueillir, comme ci-dessus.

XII. Ce Sucre cru, & encore mêlé de plusieurs particules visqueuses en forme de Syrop, peut être mis ensuite entre du papier gris replié en plusieurs doubles, & un peu comprimé sous la presse ; alors le papier gris s'imbibera encore de beaucoup de suc, & le Sucre en deviendra plus pur.

XIII. Après avoir ainsi dégagé ce Sucre en grande partie de son impureté, il faut le faire fondre de nouveau dans l'eau, & le faire écumer par le moyen du blanc d'oeuf, afin que les parties impures qui y sont encore mêlées s'en séparent. On le passe ensuite par un linge net, & ce suc ainsi passé doit être recuit jusqu'à la consistance d'un Syrop épais. Alors on y ajoute un peu d'eau de chaux vive, & on lui procure encore une légère coction, à un feu médiocre, qu'il faut continuer, jusqu'à ce qu'en prenant un peu de ce suc entre le pouce & le doigt suivant, & remuant ces doigts avec vitesse, pour les rapprocher & les écarter successivement, ce suc se tire en longs filaments. Dèsque vous découvrez cet indice, il faut d'abord ôter le Sucre du feu, & le remuer, tant qu'il soit à peu près refroidi, & qu'il s'épaississe un peu. On le met ensuite dans des vases d'une terre bien cuite, & d'une figure conique, avec une seule ouverture à la pointe, qu'on ferme avec un bouchon de bois ; on pose dessus un autre vase plus large, de manière que ni l'un, ni l'autre, ne puissent
L 3 bouger

bouger de leur place, & on garde le tout dans un lieu temperé. Au reste, j'ai observé que l'eau de chaux vive qu'on ajoute, sert à délayer en quelque sorte les parties mucilagineuses qui tiennent encore au Sucre, de maniere que ces parties ainsi atténuées, se séparent plus facilement.

XIV. Au bout de peu de jours, vous trouverez ce sucre déjà médiocrement durci, & rempli de petits crystaux: mais s'il a reposé pendant environ huit jours, & plus longtems, il faut orer la bouchon de bois qu'on avoit mis à la partie inférieure, & terminée en pointe, du vaisseau de figure conique, & laisser cette ouverture libre. On peut ensuite mettre ce vase dans un lieu médiocrement chaud, & il en découlera une quantité mediocre de Syrop doux, qu'on peut faire évaporer & crySTALLISER, ou bien l'employer comme le Syrop ordinaire du Sucre. Enfin, on passe à plusieurs reprises de l'eau de chaux vive avec un pinceau sur la surface du Sucre, qui s'est attaché au vaisseau de terre; & cette eau pénétrant le Sucre, emporte avec elle le reste des impuretés, & tout ce qui vient du Syrop, qui tombe dans le vase inférieur, & peut être ajouté au Syrop précédent.

XV. Le Sucre tiré enfin du vase susdit, & traité comme le Sucre cru, dont j'ai parlé au §. XI. de la maniere proposée §. XII. se met entre du papier gris plié en quelques doubles, on le comprime médiocrement à la presse, & il se dessèche peu à peu; après quoi il vous reste un Sucre semblable au meilleur Sucre jaunâtre de S. Thomas, qu'on appelle aussi *Moscovade*. C'est là jusqu'où j'ai poussé le Sucre qu'on peut tirer de nos racines, en suivant le travail des opérations que j'ai indiquées. Je réserve le reste à un autre tems, où je pourrai préparer une plus grande quantité de Sucre tiré de nos racines, & dépuré, en me servant de la bette blanche, qui est de toutes ces Plantes celle qui fournit le plus de Sucre; & alors je ferai passer ce Sucre par un plus grand nombre de solutions, je le dépurerais plus exactement par l'addition de l'eau de chaux vive, & je tâcherai de lui procurer une plus grande blancheur.

XVI. Par rapport à la séparation du sucre de la bette blanche & de la bette rouge, j'y ai procédé précisément de la même maniere que ci-dessus

dessus à l'égard des racines de chervi. Seulement il faut remarquer ;

1. Que j'avois premierement rapé ces racines, parce qu'elles sont extrêmement dures, & qu'il seroit fort difficile de les piler au mortier :
2. Qu'elles ne rendent pas une lie aussi blanche & aussi abondante, que les racines de chervi, & qu'au contraire la bette blanche rend un sucre plus abondant & plus pur que le chervi ; & celle-ci à son tour en fournit un plus pur que la bette rouge.

Quant au reste, ce qui demeure de ces racines, aussi bien que de celles de chervi, après que l'expression en est faite, a encore son usage, dont nous dirons tout à l'heure quelque chose.

XVII. Je reviens donc aux racines de chervi, pour montrer à quel usage leurs restes peuvent encore être employés. J'ai déjà dit §. IX. qu'on exprime le suc de ces racines fraîches & pilées ; après quoi reste la partie la plus terrestre, qui conserve encore un mélange de doux. Au lieu de jeter ce reste, il faut y verser un peu d'eau chaude jusqu'à la consistance d'une bouillie, y joindre un peu de lie de biere blanche, & le disposer alors à une fermentation vineuse ; avec ces précautions on pourra en tirer, en distillant, un esprit ardent de la meilleure sorte.

Par rapport à cette lie, qui se précipite du suc exprimé au fonds du vase, j'y ai versé une quantité d'eau, j'ai remué la lie, j'en ai fait passer la partie la plus subtile par un linge médiocrement fin, & je l'ai laissé reposer. Après le dépôt d'une nouvelle lie, j'ai fait la décantation de l'eau brune, j'ai reversé de nouvelle eau, & j'ai procédé comme ci-dessus, continuant ce travail, jusqu'à ce que j'eusse trouvé au fonds du vase une lie subtile très blanche, ou un mixte farineux. La décantation étant faite, j'ai mis sécher la lie à un air chaud, ou à quelque autre chaleur tempérée, & elle est devenue parfaitement belle & semblable à la poudre à poudrer ; ce à quoi je n'ai pu parvenir jusqu'à présent avec les racines de bette blanche & rouge.

XVIII.

XVIII. Outre cela il faut encore remarquer au sujet du chervi, que j'ai travaillé à tirer de son herbe ce qu'il peut y avoir de salin. Pour cet effet, dans le tems que cette Plante est en fleur, j'ai pris l'herbe avec les tiges & les fleurs, à l'exception des racines; & en ayant fait la dépuration, je l'ai évaporé peu à peu jusqu'à la consistance de Syrop; ce qui étant fait, il s'est bien séparé quelque chose de salin, mais c'est une matière qui souffre difficilement la solution dans l'eau, & on doit plutôt la regarder comme du Tartre, que comme un sel doux. Pour abrégé, je n'ai point pu découvrir de sucre dans cette herbe, non plus que dans celles des deux autres racines, qui ne m'ont rien donné de doux. Une chose remarquable cependant, c'est que les racines de ces Plantes contiennent seulement ce Sucre, & qu'il n'y a aucun autre sel; tandis qu'au contraire leur herbe ne renferme rien de semblable, mais qu'on y trouve plutôt une espèce de Tartre.

XIX. Quoique les racines susdites fournissent donc toujours quelque quantité de Sucre, & même un sucre parfait, il pourroit pourtant arriver fortuitement, que dans une année elles rendroient une plus grande quantité de ce sel doux, que dans une autre, savoir, suivant que le tems est plus humide, ou plus sec. On doit aussi faire attention à la parfaite maturité de ces racines. C'est vers la fin d'Octobre, & en Novembre, qu'elles sont les meilleures. J'ai même tiré d'excellent Sucre de vieilles racines de chervi, qui avoient été conservées l'Hyver sous terre, & dont je n'ai fait l'examen Chymique qu'en Mai, & au commencement de Juin; mais il y a lieu de croire que ces racines, après que l'herbe est parfaitement montée en graine, sont moins propres à l'opération par laquelle on en sépare le Sucre. Cependant j'espère d'être en état dans la suite de fournir des détails encore plus satisfaisans sur cette matière.

XX. Ce qui a été rapporté jusqu'à présent fait voir en général, quels usages économiques on pourroit tirer de ces expériences; il me suffira d'en indiquer un seul, qui est même le moindre. Le pauvre Païsan, au lieu d'un Sucre chet, ou d'un mauvais Syrop, pourroit

pourroit se servir de notre Sucre des Plantes, pourvu qu'à l'aide de certaines machines il exprimât le suc de ces Plantes, qu'il le depurât en quelque façon, & qu'ensuite il le fit épaisir jusqu'à la consistance de Syrop. Ce suc epaisi seroit assurément plus pur que le Syrop ordinaire & noirâtre de Sucre, & peut-etre même que ce qui resteroit après l'expression pourroit encore avoir son utilité. Outre cela, les experiences rapportées ci-dessus mettent dans une pleine évidence, que ce sel doux peut etre préparé dans nos contrées, tout comme dans celles qui produisent les cannes à sucre.

XXI. Je ferai encore mention ici de diverses plantes, dont quelques unes contiennent bien un veritable Sucre, mais en si petite quantité que cela ne vaut pas la peine de l'en tirer, quoique leur suc ait un gout fort doux, & que l'on s'en serve de la maniere susdite, pour donner de la douceur aux viandes, pour préparer de l'esprit de vin, & pour plusieurs autres usages semblables, pourvu qu'on ait de ces racines en grande quantité.

En procedant de la même maniere sur la carotte sauvage à racine jaune, par le moyen de l'expression, de la dépuration, & de l'inspissation, j'en en ai aussi tiré un suc extrêmement doux, mais qui tenoit plus de la nature du miel que de celle du Sucre; mais, ni par la voye susdite, ni par le moyen de l'esprit de vin, je n'ai pu tirer de ces racines aucun Sucre parfait. La racine de Panais, à l'aide de l'esprit de vin, a bien fourni quelque quantité, mais très petite de Sucre; mais je n'en ai pu tirer une seule miette d'une grosse citrouille ronde; deux especes de chien-dent ont aussi rendu un suc doux, mais dénué jusqu'à present de veritable Sucre.

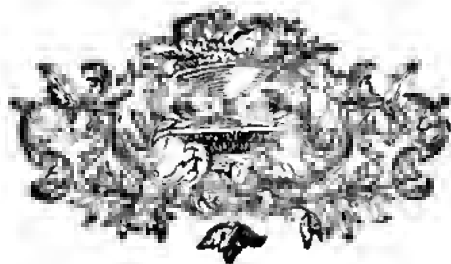
XXII. J'ai aussi recueilli dans des vaisseaux le suc qui couloit de lui même des fleurs de l'Aloë d'Amerique de la plus grande espece, ou de l'Aloë qui se termine en une pointe oblongue, (*Aloës Pinacis* C.B.) & j'ai trouvé que cette liqueur contenoit du Sucre. Pareillement, le suc qui découle en Hyver des arbres de bouleau percés, étant évaporé & réduit à la consistance de syrop, si on le laisse reposer pendant quelque tems, il s'en sépare un sel doux, auquel



on peut néanmoins plutôt donner le nom de Manne, que celui de Sucre. Les raisins secs, étant humectés d'une petite quantité d'eau, de manière qu'ils mollissent, peuvent alors être pilés, & le suc qu'on en exprime, étant dépuré & épaissi, fournira une espèce de Sucre.

XXIII. Ce que je pourrois encore rapporter au sujet de nos trois racines sucrées, dont il a été question dans ce Mémoire, je veux dire, ce qui regarde l'examen Chymique de leurs parties essentielles, & la détermination exacte de la quantité de Sucre qu'on en peut séparer, trouvera sa place dans quelque autre occasion, où je me réserve d'en traiter avec plus d'étenduë.

XXIV. Je n'ajouterai donc plus qu'un mot, pour marquer la quantité d'humeur que contient chacune des trois racines susdites, afin qu'on puisse mieux comprendre par là quelles sont les plus propres à cette opération. La racine de Bette blanche contient donc trois quarts d'eau; car une Livre de ces racines, lorsqu'elles étoient fraîches, n'a rendu, après les avoir fait sécher, que quatre onces de racines sèches. La racine de bette rouge est encore plus gonflée d'eau; car une livre de racines fraîches n'a produit que deux onces de racines sèches, de sorte que cette racine contient sept huitièmes d'eau.



MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES

CLASSE DE MATHÉMA-
TIQUE.

* *
*



RECHERCHES SUR LE MOUVEMENT DES CORPS CELESTES EN GENERAL.

PAR MR. EULER.

I.



près la découverte des forces centrales, dont les Planètes principales sont poussées vers le Soleil, & les Satellites vers leurs principales, selon la raison renversée des quarrés des distances, le mouvement des Planètes n'est jugé irregulier, qu'entant qu'il ne suit pas exactement cette loi generale. En effet le mouvement d'une Planete seroit parfaitement regulier, s'il étoit conforme aux regles établies par Kepler; ou ce qui revient au même, si la force, par laquelle le mouvement de cette Planete est modifié, étoit dirigée constamment vers le centre du Soleil, & qu'elle fût proportionnelle réciproquement aux quarrés de sa distance au Soleil. Car alors, suivant les démonstrations de Neuton, cette Planete décriroit autour du Soleil une parfaite ellipse, dont l'un de ses foyers se trouveroit dans le centre du Soleil, & cette ellipse conserveroit éternellement la même situation, de sorte que, ni le plan où elle se trouve, ni la position de son axe, fût sujette à aucun changement.

II. C'est sur ce fondement, que Street a construit ses Tables Carolines, où non seulement les inegalités periodiques de chaque Planete sont calculées sur ce principe, mais aussi les orbites sont sup-

posées immobiles dans le Ciel. Car il ne reconnoît aucun mouvement, ni dans le lieu des aphelies, ni dans celui des noeuds, par rapport aux Etoiles fixes; & ce n'est qu'en égard aux équinoxes, que ces points souffrent selon lui quelque changement. Mais depuis, les Astronomes ayant plus soigneusement examiné les orbites des Planetes, ils ont trouvé, que leurs aphelies aussi bien que leurs noeuds, changent un peu de place, même par rapport aux Etoiles fixes. Suivant ces recherches, l'aphelie de Mars est avancé depuis un Siecle de 33'. 20"; mais ses noeuds se trouvent reculés de 20' par rapport aux Etoiles fixes: or dans les autres Planetes ce changement est plus ou moins sensible.

III. Comme c'est une verité constatée; que, ni les aphelies des Planetes, ni leurs noeuds, ne seroient sujets à aucun changement, s'il n'y avoit pas d'autre force, qui agissoit sur les Planetes, que celle, qui étant dirigée vers le Soleil, décroît exactement dans la raison des quarrés des distances; il s'ensuit nécessairement, ou que cette force par laquelle chaque Planete est actuellement poussée, ne soit pas dirigée précisément vers le centre du Soleil, ou qu'elle ne suive pas exactement la raison réciproque des quarrés des distances, ou qu'il y ait d'autres forces outre celle-cy, qui troublent le mouvement des Planetes, en y causant ce changement observé dans leurs aphelies & noeuds. Or le mouvement des Satellites, & sur tout celui de la Lune, nous donnent à connoître, quelles puissent être ces forces nouvelles, qui agissent sur les Planetes. Car la Lune étant principalement sollicitée vers le centre de la Terre, on comprend aisément, que cette force se doit étendre à une distance beaucoup plus grande, que celle de la Lune, & que peut-être les autres Planetes en peuvent sentir quelque effet, quand elles se trouvent près de leur Perigée.

IV. Cependant, si nous supposons que cette force de la Terre, qui dans sa surface cause la pesanteur, décroît en raison quarrée des distances, elle deviendra si petite à la distance, où Mars ou Venus se peuvent aprocher, que son effet doit être absolument insensible. Mais il n'en est pas de même de la force dont les Satellites de Jupiter sont poussés vers lui; cette force étant pareillement diminuée selon

les

les quarrés des distances, demeure encore assez considerable dans la region de Saturne, pour en alterer le mouvement. Et réciproquement, la force avec laquelle Saturne attire ses Satellites, s'étend encore avec assez de vigueur jusqu'à l'orbite de Jupiter pour y pouvoir causer quelque dérangement. Le systeme de la gravitation universelle devient donc par là très vraisemblable; que toutes les planetes ne sont pas seulement attirées vers le Soleil, mais qu'elles s'attirent aussi mutuellement les unes les autres, par des forces réciproquement proportionnelles aux quarrés de leurs distances: & que même le Soleil est attiré vers les Planetes par des forces semblables.

V. Par là on reconnoitra aisement, que la détermination du vrai mouvement des Planetes devient infiniment plus difficile, que dans la première hyporhese, où chaque Planète n'a été poussée que par une seule force dirigée constamment vers le centre du Soleil, & réciproquement proportionnelle aux quarrés de ses distances. Car maintenant, pour bien déterminer le véritable mouvement d'une Planete, outre cette force qui tend vers le Soleil, on doit avoir égard aux forces, dont cette même Planète est attirée vers chacune de toutes les autres. Or combien le calcul en doit devenir difficile & embarrassant, la seule theorie du mouvement de la Lune le declare suffisamment; laquelle n'étant poussée que par deux forces, dont l'une est dirigée vers le centre de la Terre, & l'autre vers celui du Soleil, est pourtant sujette à tant d'inégalités, dont plusieurs sont encore tout à fait inconnues. Mais la même recherche devient beaucoup plus difficile dans les autres Planetes, à cause de la grande variabilité qui régné dans leurs distances mutuelles.

VI. Mais quand même on seroit heureusement venu à bout de cette recherche, & qu'on eut trouvé moyen de déterminer exactement le mouvement d'autant de corps, qu'on voudra, qui s'attirent mutuellement selon la raison réciproque doublée des distances, j'ai encore bien des raisons de douter, si ce calcul seroit parfaitement d'accord avec les observations des Planetes. Car quelques recherches & réflexions que j'ai faites, tant sur l'origine de ces forces, que sur les dérangemens, qu'on remarque dans le mouvement de la Lune,

& des

& des Planetes superieures, m'ont porté à croire, que les forces, dont on soutient, que les Planetes s'attirent les unes les autres, ne suivent pas exactement la raison réciproque des quarrés des distances, & il me semble presque, que l'aberration de cette raison croît avec les distances, puisque quelques inégalités periodiques, qu'on ne faudroit attribuer à l'action des autres Planetes, se trouvent beaucoup plus grandes dans Saturne, que dans les autres Planetes. Et les Astronomes ont déjà remarqué que, les Planetes superieures s'écartent plus sensiblement des Tables Astronomiques, que les inferieures.

VII. En effet, ceux mêmes qui maintiennent l'attraction universelle de la matiere à la dernière rigueur, seront obligés d'admettre une petite irregularité dans la loi des forces, dont les Planetes agissent les unes sur les autres. Car les partisans de ce systeme ne reconnoissent cette force d'attraction dans les corps celestes, qu'en tant qu'ils sont composés de matiere: or ils soutiennent que chaque particule de la matiere est douée d'une force d'attraction proportionnelle à sa masse, & qui va en diminuant selon les quarrés des distances. Donc la force de gravité de la Terre, par exemple, sur un point placé hors d'elle, n'est autre chose que le résultat de toutes les forces dont ce point est attiré, vers toutes les particules de la matiere, dont la Terre est composée. Mais, quoique la force de chaque particule soit supposée exactement suivre la raison renversée des quarrés des distances; il n'en suit pas, que la force totale, qui en résulte, se règle suivant la même raison; quelque figure qu'ait le corps entier. Newton n'a démontré cette loi de forces, qu'au cas, où la Planete est ronde & composée de matiere homogène, ou du moins de couches spheriques homogènes. Or dans le cas, où la figure de la Planete n'est pas spherique, il n'est pas difficile de prouver par le calcul, que la force résultante de toutes les attractions des particules de la matiere, ne décroît plus dans la raison de quarrés de la distance, ni qu'elle est dirigée vers le centre de la Planete, ou vers quelqu'autre point fixe.

VIII. Puisque donc les corps des Planetes ne sont ni spheriques, ni formés d'une matiere similaire, on ne sera plus surpris, si
les

les forces, dont elles s'attirent mutuellement, ne se trouvent pas exactement réciproquement proportionnelles aux quarrés de leurs distances. Et même la force du Soleil ne suivra pas exactement cette loi, vû que, ni sa figure est probablement tout à fait sphérique, ni la matiere, dont il est composé, homogène. Voilà donc une raison assez forte, pourquoi il sera permis de croire que la force, dont les Planetes sont poussées vers le Soleil, ne se règle pas parfaitement sur la raison renversée des quarrés des distances: & cette loi sera encore moins certaine, quand il s'agit des forces, dont les Planetes s'attirent mutuellement.

IX. Or nous allons découvrir encore une autre irregularité dans la force dont une Planete est poussée vers le Soleil. Une Planete n'est pas attirée vers le Soleil, qu'entant que chaque particule y est poussée par la gravitation. Donc pour connoître la force entière, qui agit sur la Planete, & par laquelle son mouvement est dérangé; il faut déterminer la moyenne direction de toutes les forces, dont les particules de la Planete seront sollicitées vers le Soleil, & de les réduire à une seule force selon la même direction. Or on trouvera, que si la figure de la Planete n'est ni sphérique, ni sa matiere homogène, cette moyenne direction ne passera plus par le centre de gravité, & que la force totale ne sera non plus proportionnelle aux quarrés de la distance réciproquement; quand même la force du Soleil sur chaque particule de la Planete suivroit cette loi. Par cette raison il sera fort vraisemblable que, ni les orbites des Planetes ne sont des ellipses parfaites, ni que leur mouvement se règle exactement sur les loix de Kepler, quand même on feroit abstraction des forces, dont les Planetes agissent les unes sur les autres.

X. L'autre circonstance, ou la direction de la force moyenne, dont une Planete est poussée vers le Soleil, doit encore produire un effet, que les observations semblent verifier assez clairement: car une telle force tend à imprimer à la Planete un mouvement de rotation, ou, si elle en a un déjà, à le déranger, en alterant l'axe de la rotation: & en effet il n'y a presque aucun doute, que la nutation de l'axe de la Terre ne provienne de ce que la moyenne direction, dont la

Terre est sollicitée tant vers le Soleil, que vers la Lune, ne passe point par son centre de gravité. Mais, quand même cette force seroit parfaitement connue, il faudroit pourtant demeurer là, en se contentant de voir son effet en gros. Car les principes de la Méchanique sont encore entièrement inconnus, dont on a besoin pour déterminer l'effet d'une force, dont la direction ne passe pas par le centre de gravité du corps qui en est poussé: surtout quand cette force tend à incliner l'axe, autour duquel le corps a déjà un mouvement de rotation.

XI. Ce sont les raisons tirées de la théorie pour prouver, que les forces, dont les Planètes, ou sont tirées vers le Soleil, ou s'attirent mutuellement, ne suivent pas exactement la raison réciproque des quarrés des distances. Le parfait accord, qu'on remarque d'ailleurs entre cette théorie & les observations, ne contribue pas peu à confirmer cette conclusion; mais m'étant appliqué depuis longtems avec tout le soin possible à approfondir les inégalités dans le mouvement de la Lune, j'ai été encore davantage fortifié dans ce sentiment. Car d'abord ayant supposé, que les forces tant de la Terre que du Soleil, qui agissent sur la Lune, sont parfaitement proportionnelles réciproquement aux quarrés des distances, j'ai trouvé toujours le mouvement de l'apogée presque deux fois plus lent, que les observations le marquent; & quoique plusieurs petits termes, que j'ai été obligé de négliger dans le calcul, puissent accélérer le mouvement de l'apogée, j'ai pourtant bien vu après plusieurs recherches, qu'ils ne sauroient de beaucoup prés suppléer à ce défaut, & qu'il faut absolument, que les forces, dont la Lune est actuellement sollicitée, soient un peu différentes de celles, que j'avois supposées; car la moindre différence dans les forces sollicitantes en produit une très considérable dans le mouvement de l'apogée. J'ai remarqué aussi une petite différence entre le mouvement de la ligne des nœuds, que le calcul donne, & celui que les observations ont donné à connoître, qui vient sans doute de la même source.

XII. Connoissant la quantité de la pesanteur à la surface de la Terre, j'en ai conclu la force absolue, qui doit agir sur la Lune, en supposant qu'elle décroît en raison doublée des distances. De
cette

cette force comparée au tems periodique de la Lune , j'ai déduit la distance moyenne de la Lune à la Terre, & ensuite sa parallaxe horizontale à cette même distance. Mais cette parallaxe s'est trouvée un peu trop petite, de sorte que la Lune est moins éloignée de nous, que suivant la theorie, & partant la force, dont la Lune est poussée vers la Terre, plus petite, que j'avois supposé. Et cette difference doit être encore plus considerable, parce que je n'avois pas ajouté à la pesanteur naturelle ce qui en vertu de la force centrifuge en est retranché, de sorte que si j'avois fait cette addition nécessaire, la force seroit devenuë encore plus grande, & par conséquent aussi la distance moyenne.

XIII. Outre cela, après avoir bien séparé les inegalités dans le mouvement de la Lune, qui proviennent uniquement de la force de la Terre, des autres qui dépendent aussi de la force du Soleil; ces inegalités devroient être parfaitement conformes aux règles de Kepler. Mais ayant examiné un grand nombre d'observations, j'ai remarqué, qu'il y faut absolument faire quelque changement, & que les équations, qui dépendent uniquement de l'excentricité & de l'anomalie moyenne, ne peuvent être calculées selon les règles ordinaires. Toutes ces raisons jointes ensemble paroissent donc prouver invinciblement, que les forces centripetes qu'on conçoit dans le Ciel, ne suivent pas exactement la loi établie par Neuton. Quelques recherches que j'ai faites sur le mouvement de Saturne, entant qu'il doit être troublé par la force de Jupiter, m'ont encore davantage confirmé dans ce sentiment; & je ne doute pas, que l'on ne trouvera la même chose, si l'on se donnera la peine d'examiner plus soigneusement le mouvement des autres Planetes.

XIV. La theorie de l'Astronomie est donc encore beaucoup plus éloignée du degré de perfection, auquel on pourroit penser, qu'elle soit déjà portée. Car si les forces, dont le Soleil agit sur les Planetes, & celles-cy les unes sur les autres, étoient exactement en raison renversée des quarrés des distances, elles seroient connues, & par conséquent la perfection de la theorie dependroit de la solution de ce problème: *Que les forces, dont une Planète est sollicitée, étant*

connus, on determine le mouvement de cette Planete. Ce probleme tout difficile qu'il puisse être, appartient néanmoins à la Mécanique pure, & on pourroit espérer, qu'à l'aide de quelques nouvelles découvertes dans l'Analyse, on sauroit enfin parvenir à la solution. Mais comme la loi même des forces, dont les Planetes sont sollicitées, n'est pas encore parfaitement connuë, ce n'est plus une affaire de l'Analyse seule : & il en faut bien davantage pour travailler à la perfection de l'Astronomie theorique. Et il semble même, qu'il n'y ait d'autre chemin de parvenir à ce but, que de s'imaginer plusieurs nouvelles hypotheses sur la loi des forces, & après y avoir appliqué le calcul, de chercher, combien chacune s'écarte des observations, afin que d'un grand nombre d'erreurs, on puisse enfin conclurre la vérité. Mais on conviendra aisément que pour cet effet, il nous manque encore quantité de choses, tant de l'Astronomie pratique que de l'Analyse ; & que sans le secours de plusieurs nouvelles découvertes de l'une & l'autre science, on ne se puisse point flatter de faire de grands progrès.

XV. Je n'ai encore rien parlé de la résistance, que les Planetes souffrent selon toute apparence, en passant par l'éther. Ce fluide, quelque subtil qu'il puisse être, ne sauroit manquer d'opposer quelque résistance au mouvement des Planetes ; & je crois avoir déjà prouvé assez évidemment l'effet de cette résistance sur le mouvement de la terre. De là il s'ensuit, comme j'ai démontré ailleurs, que les tems periodiques des Planetes sont sujets à une diminution continuelle, & que leurs distances moyennes deviennent insensiblement plus petites. Cette circonstance rend la détermination des tems periodiques extrêmement difficile ; puisqu'il n'est plus permis de comparer les observations modernes avec les anciennes, pour en conclure le tems d'une revolution, sans avoir égard à la diminution même, qui peut avoir été causée dans cet intervalle de tems. Cependant parce que j'ai fait voir, que la position des apsides ne souffre aucun changement de cette résistance, & que l'excentricité n'en est presque point altérée : la recherche des forces, dont je viens de parler, ne sera pas beaucoup arrêtée de ce côté là. Enfin, quelque loi
que

que ces forces puissent suivre, elle différera si peu de la raison inverse doublée des distances, que dans le calcul on pourra sans faute regarder cette aberration comme infiniment petite, ce qui pourra beaucoup contribuer à vaincre les autres obstacles.

XVI. Les secours, que la Mécanique & l'Analyse doit fournir pour travailler à la recherche du vrai mouvement des Planètes, seront donc d'une autre nature, que si la loi des forces qui agissent sur les Planètes, étoit connue : & on aura besoin de problèmes plus généralement conçus. Car, au lieu qu'auparavant on se pouvoit attacher uniquement à la raison inverse doublée des distances, on doit maintenant tâcher de résoudre ces mêmes problèmes plus généralement, en supposant la loi des forces quelconque. Dans cette vue j'ai l'honneur de proposer les problèmes suivans, où je chercherai de déterminer le mouvement d'une Planète, soit qu'elle soit sollicitée par une seule force dirigée vers un point fixe, ou par plusieurs selon des directions quelconques. Je rapporterai ces mouvemens toujours, comme on est accoutumé de le faire dans l'Astronomie, à un point fixe, comme au centre du Soleil, si la question roule sur une Planète principale, ou s'il s'agit d'un Satellite, au centre de la Planète principale. Car quoique, ni le Soleil, ni aucune des Planètes ne soit en repos, on fait qu'on les peut toujours regarder dans un tel état, pourvu qu'on transporte, tant le mouvement, que les forces, dont ce mouvement est troublé, dans un sens contraire sur les corps, dont on veut rechercher le mouvement. Car on ne demande pas dans l'Astronomie, tant le vrai mouvement des corps célestes, que le mouvement apparent, tel qu'il paroîtroit à un spectateur placé dans un certain endroit, soit qu'il soit fixe, ou mobile.

XVII. Pour résoudre ces problèmes, je me servirai d'une méthode un peu différente de celle dont d'autres se sont servi, qui ont écrit sur cette matière. D'abord, on a tâché de déterminer la véritable vitesse du corps, dont on cherchoit le mouvement pour chaque moment ; & de cette vitesse comparée à l'espace parcouru on a conclu le lieu où il doit paroître à chaque instant. Pour éviter cette opération assez embarrassante, & comme il n'est jamais question dans

L'Astronomie de la vitesse véritable des corps célestes, j'ai trouvé moyen de parvenir d'abord à une équation, entre le tems écoulé & le lieu apparent de la Planete, ce qui ne manque pas d'abrégier très considérablement cette recherche. Ensuite, comme presque tout ce qu'on desire la dessus, roule sur des angles, je crois que la manière dont je me servirai d'introduire dans le calcul ces angles mêmes, au lieu de leurs sinus & cosinus, contribuera beaucoup à abrégier le calcul, & à en tirer plus aisément les conclusions, qu'on a uniquement en vuë dans l'Astronomie. Enfin, suivant ma methode, je ne suis pas obligé d'avoir égard à la courbure de la ligne, que le corps décrit, & par ce moyen j'évite quantité de recherches pénibles, surtout quand le mouvement du corps ne se fait point dans le même plan. Ce grand avantage est renfermé dans le *Lemme* suivant, que je serai précéder aux problemes, que je me suis proposé de développer dans la suite de ce memoire.

LEMME:

Fig. 1. XVIII. Si un Corps en M est sollicité par des forces quelconques, déterminer le changement instantané, que ces forces produisent dans le mouvement du Corps.

SOLUTION.

Qu'on rapporte le mouvement de ce Corps à un plan quelconque fixe CPQ, auquel on baïsse du Corps M la perpendiculaire MQ. Et ayant pris à volonté sur le Plan CPQ une droite CP pour l'axe, qu'on y tire du point Q la perpendiculaire QP; de sorte qu'à chaque instant la position du Corps M soit déterminée par les trois coordonnées orthogonales CP, PQ & PM, qui soient nommées:

$$CP = x; PQ = y; \& QM = z.$$

Soit ensuite t le tems, pendant lequel le Corps soit parvenu en M depuis un certain commencement fixé; & quelques que soyent les forces, qui agissent sur le Corps M, on les pourra toujours réduire à ces trois directions constantes Mx, My & Mz. normales entr'elles, & paral-

parallèles respectivement aux directions des trois coordonnées CP , PQ & QM . Que ces forces absolues ou motrices soient

$$Mx = X; My = Y \text{ \& } Mz = Z.$$

& posant la masse du Corps $= M$, ces mêmes forces acceleratrices seront :

$$Mx = \frac{X}{M}; My = \frac{Y}{M} \text{ \& } Mz = \frac{Z}{M}.$$

Cela posé, prenant l'element du tems dt pour constant, le changement instantané du mouvement du Corps sera exprimé par ces trois équations :

$$\text{I. } \frac{2ddx}{dt^2} = \frac{X}{M}; \text{ II. } \frac{2ddy}{dt^2} = \frac{Y}{M}; \text{ III. } \frac{2ddz}{dt^2} = \frac{Z}{M}$$

d'où l'on pourra tirer pour chaque tems écoulé t les valeurs x, y, z , & par conséquent l'endroit où le Corps se trouvera.
C. Q. F. T.

C O R O L L. I.

XIX. La vitesse du Corps suivant la direction Mx sera $= \frac{dx}{dt}$, suivant $My = \frac{dy}{dt}$ & celle suivant $Mz = \frac{dz}{dt}$, & cela en sorte que les quarrés de ces formules savoir $\frac{dx^2}{dt^2}; \frac{dy^2}{dt^2}; \frac{dz^2}{dt^2}$ expriment les hauteurs mêmes, qui conviennent à ces vitesses. Et c'est à cause de ce rapport, que les formules differentio-differentielles sont multipliées par le nombre 2.

C O R O L L. 2.

XX. Si les forces X, Y, Z , qui agissent sur le Corps M , evanouissent, on aura ces équations :

I. $ddx = 0$; II. $ddy = 0$; & III. $ddz = 0$.
qui étant intégrées à cause de dt constant, donnent

I.

$$I. \frac{dx}{dt} = a; II. \frac{dy}{dt} = b. \text{ \& } III. \frac{dz}{dt} = c.$$

& prenant encore les intégrales on aura :

$$I. x = at + \alpha; II. y = bt + \beta; \text{ \& } III. z = ct + \gamma.$$

D'où l'on voit que la vitesse de ce Corps sera constante , & que la ligne, suivant laquelle le Corps se meut, sera droite; tout comme la premiere loi de la Mécanique l'exige.

C O R O L L. 3.

XXI. Les formules données pour l'accélération du Corps se rapportent à la direction des forces, que la figure représente, où chaque force tend à accélérer le Corps suivant la direction de la coordonnée, qui y répond. De là il est évident, que si une de ces trois forces agissoit dans un sens contraire, on n'auroit qu'à la traiter dans le calcul comme étant négative.

S C H O L I E.

XXII. Le fondement de ce lemme n'est autre chose que le principe connu de la Mécanique $du = p dt$, où p marque la puissance accélératrice, & u la vitesse; car ayant $u = \frac{ds}{dt}$ si ds est l'élément

de l'espace parcouru, on aura $du = \frac{d ds}{dt}$ & partant $\frac{d ds}{dt^2} = p$. Mais

il faut encore quelques réflexions pour voir, que ce principe s'étend également à chaque mouvement partiel, où l'on réduit en pensée le mouvement réel; & outre cela, ce lemme renferme en même tems tous les principes, dont on se sert communément pour déterminer les mouvemens curvilignes.

P R O B L E M E I.

XXIII. *Un Corps M étant constamment poussé vers un point fixe C avec une force quelconque, déterminer son mouvement.*

Fig. 2.

S O L U.

SOLUTION.

Comme le mouvement de ce Corps se fera dans un plan, qui passe par le point C, ce plan soit représenté par le plan de la planche, dans lequel on prenne à plaisir une ligne fixe CA pour Axe. Que le Corps ait commencé son mouvement du point A, & après un tems écoulé $= t$, il soit parvenu en M, d'où ayant tiré la droite MC & sur CA la perpendiculaire MP, soit: CP $= x$; PM $= y$ & CM $= \sqrt{x^2 + y^2} = r$, & que la force acceleratrice, dont le Corps en M est sollicité vers C selon MC, soit nommée $= V$; qui étant décomposée suivant les directions MP, MQ, donnera pour la direction MV parallele à l'axe CA la force $Mx = \frac{x}{r} \cdot V$, &

pour la direction MP la force $My = \frac{y}{r} \cdot V$. Donc prenant l'élément du tems dt pour constant, on aura en vertu du Lemme précédent

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{x}{r} \cdot V, \text{ \& } \frac{2ddy}{dt^2} = -\frac{y}{r} \cdot V.$$

ou bien: $\frac{rddx}{x} = -\frac{1}{2} V dt^2$ & $\frac{rddy}{y} = -\frac{1}{2} V dt^2$

Mais les quantités x & y n'étant pas assez propres pour l'usage de l'Astronomie, introduisons en leur place l'angle ACM, qui soit $= \phi$ & qui marque la distance, où la Planete paroitra depuis un point fixe au ciel A, étant vuë du point C. Ayant donc:

l'angle ACM $= \phi$, la distance CM $= r$, la force Centripete en M $= V$, & le tems, que le Corps a mis pour décrire l'angle ACM, $= t$, & supposant le sinus total $= 1$, on aura

$$x = r \cos \phi; \text{ \& } y = r \sin \phi.$$

d'où l'on tirera par la differentiation:

$$dx = dr \cos \phi - r d\phi \sin \phi; dy = dr \sin \phi + r d\phi \cos \phi$$

& encore:

$ddx = ddr \cos \Phi - 2dr d\Phi \sin \Phi - rdd\Phi \sin \Phi - rd\Phi^2 \cos \Phi$
 $ddy = ddr \sin \Phi + 2dr d\Phi \cos \Phi + rdd\Phi \cos \Phi - rd\Phi^2 \sin \Phi$
 Ces valeurs étant substituées donneront :

$$\frac{rddx}{x} = ddr - 2dr d\Phi \tan \Phi - rdd\Phi \tan \Phi - rd\Phi^2 = -\frac{1}{2} V dt^2$$

$$\frac{rddy}{y} = ddr + 2dr d\Phi \cot \Phi + rdd\Phi \cot \Phi - rd\Phi^2 = -\frac{1}{2} V dt^2$$

Otons l'une de ces équations de l'autre, & nous aurons :

$$(2dr d\Phi + rdd\Phi) (\tan \Phi + \cot \Phi) = 0$$

ou bien $2dr d\Phi + rdd\Phi = 0$

Multiplications la première par $\cot \Phi$ & la seconde par $\tan \Phi$, & nous aurons en les ajoutant ensemble :

$$(ddr - rd\Phi^2) (\cot \Phi + \tan \Phi) = -\frac{1}{2} V dt^2 (\cot \Phi + \tan \Phi)$$

ou bien $ddr - rd\Phi^2 = -\frac{1}{2} V dt^2$.

De sorte que n'ayant plus dans le calcul, ni le sinus, ni le cosinus de l'angle Φ , le mouvement du Corps proposé sera exprimé par les deux équations suivantes :

I. $2dr d\Phi + rdd\Phi = 0$

II. $ddr - rd\Phi^2 = -\frac{1}{2} V dt^2$.

dont la première étant multipliée par r aura d'abord pour intégrale.

$$rrd\Phi = A dt$$

& partant $d\Phi = \frac{A dt}{rr}$, laquelle valeur étant substituée dans l'autre équation donnera :

$$ddr - \frac{AA dt^2}{r^3} = -\frac{1}{2} V dt^2$$

Celle-cy étant multipliée par $2dr$ & intégrée donnera

$$dr^2 + \frac{AA dt^2}{rr} = B dt^2 - dt^2 \int V dr$$

d'où l'on tirera :

$$dt =$$

$$dt = \frac{r dr}{V (Brr - AA - rr fV dr)} \text{ \& partant}$$

$$d\phi = \frac{A dr}{rV (Brr - AA - rr fV dr)}$$

Donc, si la force centrale V depend uniquement de la distance $CM = r$, on pourra pour chaque distance r déterminer tant le tems t que l'angle $ACM = \phi$; & partant réciproquement on sera en état à chaque tems t d'assigner tant l'angle $ACM = \phi$, que la distance $CM = r$. Car soit $fV dr = R$, & R sera une fonction de r ; & le mouvement du Corps sera exprimé par ces deux équations :

$$\text{I. } dt = \frac{r dr}{V (Brr - AA - rr R)} \quad \text{II. } d\phi = \frac{A dr}{rV (Brr - AA - rr R)}$$

C. Q. F. T.

C O R O L L. I.

XXIV. L'équation trouvée par la premiere integration $rr d\phi = A dt$ montre d'abord la description uniforme des aires autour du point fixe C. Car posant l'aire $ACM = S$, on aura $dS = \frac{1}{2} rr d\phi$, & partant $dS = \frac{1}{2} A dt$, d'où l'on tire $S = \frac{1}{2} At$; ce qui donne à connoître, que l'aire $ACM = S$ & toujours proportionnelle au tems t , dans lequel elle est décrite.

C O R O L L. 2.

XXV. Le Corps sera le plus ou le moins éloigné du point C, où la Planete se trouvera dans son aphelie, ou dans son perihelie, toutes les fois que $\frac{dr}{dt}$ sera $= 0$; ce qui arrive quand $Brr - AA - rr R = 0$: Donc les racines réelles de cette équation donneront, ou la plus grande, ou la plus petite distance de la Planete au Soleil.

S C H O L I E.

XXVI. Pour avoir une idée précise du tems que la Planete met à parcourir un espace quelconque de son orbite, elle seroit tirée

O 2

de

de trop loin, si l'on vouloit la comparer avec les mouvemens, qui sont causés par la pesanteur naturelle sur la surface de la terre : car alors on devroit connoître le vrai rapport, que tient la force centrale V à la gravité, & encore la distance r en pieds, ce qui seroit pour la plupart impossible. On fera donc mieux de comparer les mouvemens des Corps célestes avec le mouvement de la Terre autour du Soleil ; en supposant même que la Terre décrive à la distance moyenne un cercle parfait avec un mouvement uniforme ; & alors on n'aura qu'à connoître les rapports des forces célestes à la force, dont la Terre est poussée au Soleil, & des distances à la distance moyenne de la terre au Soleil. Soit donc la distance moyenne de la terre au Soleil $= a$; la force acceleratrice dont la Terre est sollicitée vers le Soleil $= \Pi$, & supposons que la Terre décrive autour du Soleil un angle $= \omega$ dans le tems t . Dans ce cas nous aurons donc $V = \Pi$; $r = a$; & $\phi = \omega$; & puisque l'angle ω est proportionnel au tems t , le différentiel $d\omega$ fera pareillement constant, & $dd\omega = 0$. Or la seconde équation $ddr - r d\phi^2 = -\frac{1}{2} V dt^2$ se changera en cette forme : $-a d\omega^2 = -\frac{1}{2} \Pi dt^2$, d'où nous tirons

$$\frac{1}{2} dt^2 = \frac{a d\omega^2}{\Pi} \quad \& \quad dt = d\omega \sqrt{\frac{2a}{\Pi}}.$$

C'est pourquoi si nous mettons $\frac{a d\omega^2}{\Pi}$ à la place de $\frac{1}{2} dt^2$, nous in-

roduirons au lieu du tems t l'angle ω , & par ce moyen nous connoîtrons, de combien une Planète queleconque avance, pendant que la Terre décrie selon son mouvement moyen l'angle ω ; mesure qui semble la plus convenable pour l'usage de l'Astronomie. Pour cet effet, on doit exprimer la distance r par la distance a , & on n'aura qu'à chercher le rapport de la force V à la force Π , qu'on peut regarder comme connue. Car de quelque maniere que dépendent les forces célestes des distances, on pourra toujours déterminer le rapport entre Π & V , en sachant le rapport entre les distances a & r .

COROLL.

COROLL. 3.

XXVII. Si l'expression de la force V est une fonction quelconque de la distance R , il peut arriver, que l'orbite du corps $A M$ soit un cercle ayant son centre dans le point C , & le mouvement sera uniforme. Car posant la distance r constante, le rapport $\frac{d\phi}{dt}$ sera aussi constant, de même que la force V . Et partant la seconde équation différentielle donnera $r d\phi^2 = \frac{1}{2} V dt^2 = \frac{a V d\omega^2}{\pi}$ & par conséquent $\frac{d\phi}{d\omega} = V \frac{a}{r\pi}$.

COROLL. 4.

XXVIII. Dans ce cas donc le mouvement angulaire du Corps M autour de C sera au mouvement angulaire de la Terre autour du Soleil comme $\sqrt{\frac{V}{r}}$ à $\sqrt{\frac{\pi}{a}}$. Or dans les mouvements uniformes, les tems périodiques étant réciproquement comme les mouvements angulaires, le tems périodique du corps M autour du centre C sera au tems périodique de la Terre autour du Soleil comme $\sqrt{\frac{r}{V}}$ à $\sqrt{\frac{a}{\pi}}$.

COROLL. 5.

XXIX. Donc, si plusieurs corps se meuvent chacun dans un cercle autour d'un point fixe situé dans son centre, leurs tems périodiques seront entr'eux en raison composée sous-doublée de la raison directe des rayons, & de la raison inverse des forces centrales.

SCHOLIE.

XXX. Comme il n'est pas à propos, qu'on exprime le tems t & l'angle ϕ par la distance r , on doit tacher de chercher la distance r exprimée par le tems t , & alors on déterminera l'angle ϕ pareillement



par le tems t à l'aide de l'équation $d\phi = \frac{A dt}{rr}$. Pour cet effet il conviendra de développer le cas, où la force V est exactement en raison inverse du quarré de la distance, ce qui nous fournira des secours pour appliquer le calcul aux cas, où cette loi n'est observée qu'à peu près.

PROBLEME. 2.

XXXI. *La force, dont le Corps M est poussé vers le point fixe C, étant réciproquement proportionnelle au quarré de la distance CM; déterminer le mouvement de ce corps.*

SOLUTION.

Ayant nommé la distance $CM = r$, la force sera comme $\frac{1}{rr}$; Or la force dont la Terre est poussée vers le Soleil à la distance $= a$, étant posée $= \Pi$, si C étoit le centre du Soleil, & que la force fut réciproquement proportionnelle aux quarrés des distances, on auroit $V = \frac{a a}{r r} \Pi$: mais en cas que la force absolue du point C fut ou plus grande, ou plus petite, que celle du Soleil, nous mettrons:

$$V = \frac{a a a}{r r} \Pi$$

de sorte qu'introduisant au lieu de $\frac{1}{2} dt^2$ le mouvement moïen de la Terre $\frac{a d\omega^2}{\Pi}$. nous ayons:

$$\frac{1}{2} V dt^2 = \frac{a a^3}{\pi} d\omega^2$$

Par conséquent nommant comme ci-dessus l'angle $ACM = \phi$, nous aurons ces deux équations:

$$I. 2 dr d\phi + r dd\phi = 0$$

II.



$$\text{II. } ddr - r d\phi^2 = -\frac{aa^3}{rr} d\omega^2$$

de la première desquelles nous tirerons :

$$rr d\phi = \beta\beta a a d\omega$$

puisque l'élément $d\omega$ est constant : & à cause de $r d\phi^2 = \frac{\beta\beta a^4 d\omega^2}{r^3}$.

la seconde équation se changera en

$$ddr - \frac{\beta\beta a^4 d\omega^2}{r^3} + \frac{aa^3 d\omega^2}{rr} = 0$$

qui étant multipliée par $2dr$ aura pour intégrale

$$dr^2 + \frac{\beta\beta a^4 d\omega^2}{rr} - \frac{2aa^3 d\omega^2}{r} = \gamma\beta a a d\omega^2$$

d'où nous obtiendrons :

$$d\omega = \frac{r dr}{aV(\gamma rr + 2aa r - \beta\beta a a)}$$

Donc afin que le mouvement soit réel, il faut que $\gamma rr + 2aa r - \beta\beta a a > 0$ où bien que

$$rr > \frac{-2a}{\gamma} ar + \frac{\beta\beta}{\gamma} aa; \text{ ou } rr = \frac{-2aar + \beta\beta aa + \gamma ff}{\gamma}$$

par conséquent il y aura :

$$r = \frac{-aa}{\gamma} + V\left(\frac{aa a}{\gamma\gamma} + \frac{\beta\beta aa}{\gamma} + ff\right)$$

ff marquant une quantité affirmative quelconque. Nous aurons donc ou

$$r > \frac{-aa + aV(aa + \beta\beta\gamma)}{\gamma} \text{ ou } r > \frac{-aa - aV(aa + \beta\beta\gamma)}{\gamma}$$

de là on voit, que γ doit être une quantité négative. Posons donc $-\gamma$ au lieu de γ & nous aurons les limites de la distance r :

$$r > \frac{aa - aV(aa - \beta\beta\gamma)}{\gamma} \text{ \& } r < \frac{aa + aV(aa - \beta\beta\gamma)}{\gamma}$$



& la distance moyenne sera $r = \frac{a}{\gamma}$. C'est pourquoi supposons $r =$

$\frac{a}{\gamma} + s$: & la formule trouvée pour $d\omega$ se changera en

$$d\omega = \left(\frac{a}{\gamma} + s\right) ds: V\left(\frac{a}{\gamma} - \beta\beta - \gamma ss\right)$$

Puisque $ss < \frac{a}{\gamma\gamma} - \frac{\beta\beta}{\gamma}$ ou $\frac{\gamma ss}{a - \beta\beta\gamma} < 1$; prenant 1 pour le

sinus total, nous pourrons égaler $\frac{\gamma s}{\gamma(a - \beta\beta\gamma)}$ à un sinus ou cosinus d'un certain angle. Soit cet angle $= v$, & posons $s = \frac{V(a - \beta\beta\gamma)}{\gamma} \cos v$, pour avoir $r = \frac{a}{\gamma} + a \frac{V(a - \beta\beta\gamma)}{\gamma} \cos v$ &

$$d\omega = \frac{a dv + dv \cos v \cdot V(a - \beta\beta\gamma)}{\gamma V \gamma}$$

& partant $\omega = \frac{a v + \sin v \cdot V(a - \beta\beta\gamma)}{\gamma V \gamma} + \text{Const.}$

Pour éviter les expressions trop embarrassantes des quantités constantes arbitraires, faisons $\frac{a}{\gamma} = c$ et $\frac{a V(a - \beta\beta\gamma)}{\gamma} = c k$, pour avoir

$r = c(1 + k \cos v)$. & on obtiendra $\omega = \frac{c v + c k \sin v}{a V \gamma}$. Pour

rendre cette expression encore plus simple, au lieu de l'angle v introduisons un autre ζ de sorte que $\zeta = \frac{a V \gamma}{c} \omega$, ou $\omega = \frac{c}{a V \gamma} \cdot \zeta$; ou

parceque $\gamma = \frac{a}{c}$, on aura $\omega = \frac{c V c}{a V a} \cdot \zeta$ & $d\omega^2 = \frac{c^3 d\zeta^2}{a^3}$: &

Peleient $d\zeta$ sera également constant; Par conséquent comme les équations differentio-differentielles auront cette forme;



$$I. 2 dr d\phi + r d d\phi = 0$$

$$II. d d r - r d \phi^2 + \frac{r^0 d \xi^2}{r r} = 0$$

les valeurs integrales se trouveront en sorte. Premièrement qu'on cherche un angle v tel que

$$\xi = v + k \text{ si } v, \text{ ou } d\xi = dv(1 + k \cos v)$$

& alors on aura $r = c(1 + k \cos v)$, & à cause de $\frac{b}{\sqrt{y}} = \frac{c}{a} \sqrt{1 - k k}$ on trouvera

$$r r d\phi = c c d\xi \sqrt{1 - k k} \text{ \& } d\phi = \frac{d\xi \sqrt{1 - k k}}{(1 + k \cos v)^2}$$

ou bien $d\phi = \frac{dv \sqrt{1 - k k}}{1 + k \cos v}$: lesquelles formules renferment la plus simple maniere de déterminer le mouvement du Corps M ou du point C.C.Q.F.T.

COROLL. I.

XXXII. Si la lettre k étoit $= 0$, on auroit $d\xi = dv$; $r = c$, & $d\phi = dv$; donc dans ce cas le Corps décrira autour du centre C un cercle, & son mouvement sera uniforme.

COROLL. 2.

XXXIII. Or si la lettre k n'est pas $= 0$, la distance $CM = r$ sera variable; & la plus grande distance proviendra $r = c(1 + k)$, & la plus petite $r = c(1 - k)$, dont celle là répond à l'angle $v = 0$, & celle cy à l'angle $v = 180^\circ$. Mais la distance moyenne $r = c$ répondra à l'angle $v = 90^\circ$, ou $v = 270^\circ$. Or la lettre k étant proportionnelle à la difference entre la distance moyenne & la plus grande ou plus petite, sera l'excentricité de l'orbite.



COROLL. 3.

XXXIV. L'angle ζ étant proportionnel au tems, puisqu'il devient $= 0$, si $v = 0$, prend son commencement de l'endroit A, où la distance est la plus grande; par conséquent cet angle ζ exprimera l'anomalie moyenne de la planète M. Et si l'angle v devient $= 180^\circ$, l'anomalie moyenne ζ sera aussi $= 180$, & alors la distance M C fera la plus petite.

COROLL. 4.

XXXV. Comme l'anomalie moyenne ζ est proportionnelle au tems écoulé, depuis que la Planète a passé par son aphélie A, l'angle ζ sera connu; & de là on trouvera l'angle v par le moyen de cette équation $\zeta = v + k \sin v$, dont le calcul ne sera pas difficile, si l'on fait se servir des approximations. Or ayant trouvé l'angle v , on aura d'abord la distance $CM = r = c(1 + k \cos v)$, ou plutôt son rapport à la distance moyenne c .

COROLL. 5.

XXXVI. Or pour trouver l'angle $ACM = \phi$, que le Corps a actuellement décrit depuis un lieu fixe A, on doit considérer l'équation $d\phi = \frac{dv \sqrt{1 - k^2}}{1 + k \cos v}$, dont l'intégrale se trouvera $\cos(\phi - A) = \frac{k + \cos v}{1 + k \cos v}$. D'où il s'ensuit, que si $v = 0$, il y a $\cos(\phi - A) = 1$ & partant $\phi = A$. Mais si $v = 180^\circ$, pour le périhélie, on aura $\cos(\phi - A) = -1$, ou $\phi = A + 180^\circ$. d'où l'on voit que le périhélie est éloigné de 180° de l'aphélie.

SCHOLIE.

XXXVII. Si l'excentricité k est fort petite, il sera plus commode de chercher l'intégrale de $\frac{dv \sqrt{1 - k^2}}{1 + k \cos v}$ par le moyen des séries; en faisant

$$\frac{1}{1 + k \cos v}$$

$$\frac{1}{1+k \cos v} = 1 - k \cos v + k^2 \cos^2 v - k^3 \cos^3 v + k^4 \cos^4 v - k^5 \cos^5 v + \&c.$$

Mais pour éviter les puissances du $\cos v$, il sera convenable pour l'usage de l'Astronomie, de les convertir en cosinus des angles multiples de v suivant ces formules.

$$\cos v = \cos v$$

$$\cos v^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2 v$$

$$\cos v^3 = \frac{3}{4} \cos v + \frac{1}{4} \cos 3 v$$

$$\cos v^4 = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} \cos 2 v + \frac{1}{8} \cos 4 v$$

$$\cos v^5 = \frac{1}{16} \cos v + \frac{5}{16} \cos 3 v + \frac{1}{16} \cos 5 v$$

$$\cos v^6 = \frac{5}{32} + \frac{15}{32} \cos 2 v + \frac{6}{32} \cos 4 v + \frac{1}{32} \cos 6 v$$

&c.

& de là on tirera cette équation

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+k \cos v} = & 1 - k \cos v + \frac{1}{2} k^2 \cos 2 v - \frac{1}{4} k^3 \cos 3 v + \frac{1}{8} k^4 \cos 4 v \\ & + \frac{1}{2} k k - \frac{3}{4} k^3 + \frac{1}{2} k^5 - \frac{5}{16} k^7 + \frac{1}{32} k^9 \\ & + \frac{3}{8} k^4 - \frac{1}{16} k^6 + \frac{1}{32} k^8 \\ & + \frac{1}{32} k^6 \quad \&c. \end{aligned}$$

Puisque le coefficient de chaque terme est une série infinie, posons pour abréger

$$\frac{1}{1+k \cos v} = A - B \cos v + C \cos 2 v - D \cos 3 v + E \cos 4 v - \&c.$$

& on verra d'abord que

$$A = 1 + \frac{1}{2} k k + \frac{3}{8} k^4 + \frac{1}{32} k^6 + \&c. = \frac{1}{\sqrt{1-kk}}$$

mais pour trouver les autres coefficients, multiplions de part & d'autre par $1 + k \cos v$, & puisque $\cos v \cdot \cos n v = \frac{1}{2} \cos (n-1) v + \frac{1}{2} \cos (n+1) v$ nous aurons:

$$1 = A - B \cos v + C \cos 2v - D \cos 3v + E \cos 4v - F \cos 5v + \&c.$$

$$- \frac{1}{2} Bk + Ak - \frac{1}{2} Bk + \frac{1}{2} Ck - \frac{1}{2} Dk + \frac{1}{2} Ek$$

$$+ \frac{1}{2} Ck - \frac{1}{2} Dk + \frac{1}{2} Ek - \frac{1}{2} Fk + \frac{1}{2} Gk \&c.$$

& partant il en résultera.

$$B = \frac{2(A-1)}{k}; C = \frac{2(B-Ak)}{k}; D = \frac{2C-Bk}{k}; E = \frac{2D-Ck}{k}$$

Donc posant $\frac{1 - \sqrt{1-kk}}{k} = f$, on trouvera

$$\frac{\sqrt{1-kk}}{1+k \cos v} = 1 - 2f \cos v + 2ff \cos 2v - 2f^3 \cos 3v + 2f^4 \cos 4v - \&c.$$

& prenant l'intégrale $\phi = \int \frac{dv \sqrt{1-kk}}{1+k \cos v}$, on aura

$$\phi = A + v - 2f \sin v + \frac{1}{2} ff \sin 2v - \frac{2}{3} f^3 \sin 3v + \frac{2}{4} f^4 \sin 4v - \frac{2}{5} f^5 \sin 5v - \&c.$$

ou puisque $v = z - k \phi$ on aura

$$\phi = A + z - (zf + k) \sin v + \frac{2}{2} ff \sin 2v - \frac{2}{3} f^3 \sin 3v - \frac{2}{4} f^4 \sin 4v - \frac{2}{5} f^5 \sin 5v \&c.$$

COROLL. 6.

XXXVIII. La première partie de cette expression $A + z$ représente la longitude moyenne de la Planete dans son orbite, & elle montreroit son vrai lieu, si l'excentricité k évanouissoit; auquel cas la Planete décriroit un cercle d'un mouvement uniforme. Et puisque l'accroissement de la longitude moyenne est égal à l'accroissement de l'anomalie moyenne, c'est un signe, que le point A, d'où l'on conte l'anomalie moyenne est immobile; & partant aussi la ligne des abscides.

COROLL. 7.

XXXIX. Les autres termes de l'expression trouvée

$-(2f+k) \sin v + \frac{2}{2} ff \sin 2v - \frac{2}{3} f^3 \sin 3v + \frac{2}{4} f^4 \sin 4v - \frac{2}{5} f^5 \sin 5v + \&c.$ comprennent l'inégalité du mouvement, ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie; & qu'on nomme dans l'Astronomie la *Prosthapherefe*, ou l'équation elliptique. Cette équation donc consiste d'une infinité de parties, dont la première est proportionnelle au sinus de

de l'angle v , la seconde au sinus du double de cet angle, la troisième au sinus du triple angle, & ainsi de suite.

COROLL. 8.

XL. Or pourvu que l'excentricité k ne soit pas trop grande, les coefficients de ces termes décroissent si subitement, que trois ou quatre termes fuffissent pour la plus grande précision, qu'on peut souhaiter dans l'Astronomie. Et c'est pour cette raison, que cette maniere de déterminer la valeur de l'angle Φ , quoiqu'elle renferme une serie infinie, est preferable à la première (§. 36), où l'integration a reussi parfaitement.

COROLL. 9.

XLI. Pour les valeurs de ces coefficients, si k est un nombre assez petit, puisque

$$V(1 - kk) = 1 - \frac{1}{2}k^2 - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}k^4 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}k^6 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}k^8 - \&c.$$

nous aurons

$$f = \frac{1}{2}k + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}k^3 + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}k^5 + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}k^7 + \&c.$$

& partant les coefficients seront.

Celui de

$$\begin{array}{l|l} - \text{ si } v & 2f + k = 2k + \frac{1}{4}k^3 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6}k^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8}k^7 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}k^9 + \&c. \\ + \text{ si } 2v & \frac{2}{3}f = \frac{1}{4}k^2 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6}k^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8}k^6 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}k^8 + \&c. \\ - \text{ si } 3v & \frac{2}{3}f^3 = \frac{1}{2}k^3 + \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 8}k^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 8 \cdot 10}k^7 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 12}k^9 + \&c. \\ + \text{ si } 4v & \frac{2}{7}f^4 = \frac{1}{32}k^4 + \frac{1}{32}k^6 + \frac{7}{256}k^8 \end{array}$$

COROLL. 10.

XLII. Mais ayant déterminé, ou connu d'ailleurs la valeur de f , on aura $k = \frac{2f}{1+f}$, & par là il sera plus aisé de déterminer les coefficients de la formule
 $\Phi = A + \zeta - (2f + k) \text{ si } + \frac{2}{3} v f^2 \text{ si } 2v - \frac{2}{3} f^3 \text{ si } 3v + \frac{2}{3} f^4 \text{ si } 4v + \&c.$
 où la loi de la progression saute d'abord aux yeux.

COROLL. 11.

XLIII. Toute cette recherche revient donc principalement à l'angle v , qu'on doit déduire de l'anomalie moyenne ζ par le moyen de cette équation: $\zeta = v + k \text{ si } v$. D'où ayant déjà connu cet angle v à peu près, on aura plus exactement $v = \zeta - k \text{ si } v$; qu'on mette alors cette nouvelle valeur de v dans le terme $k \text{ si } v$, & on trouvera encore une plus exacte pour v ; de sorte qu'on pourra par un calcul assez facile déterminer, pour chaque anomalie moyenne ζ , la vraie valeur de l'angle v , que je nomme l'anomalie excentrique.

SCHOLIE.

XLIV. Ayant ainsi découvert la forme la plus commode des quantités intégrales, qui déterminent le mouvement d'un corps sollicité vers un centre en raison réciproque des quarrés de ces distances; on pourra employer des formules semblables pour déterminer le mouvement, lorsque la force centripète est d'une autre nature, pourvu quelle ne diffère que fort peu de cette loi: & que l'excentricité de l'orbite ne soit pas trop grande; ce qui suffit tant pour les Planètes principales que pour les Satellites.

PROBLEME 3.

XLV. Lorsque la force, dont le Corps Mest poussé vers le point C considéré comme fixe, n'est qu'à peu près proportionnelle réciproquement

ment aux quarrés de ses distances, trouver le mouvement de ce Corps, supposé que son orbite ne diffère pas beaucoup d'un cercle.

SOLUTION.

Nommant comme cy-dessus la distance $C M = r$, l'angle $A C M = \phi$, la force $M C = V$; la distance moyenne de la Terre au Soleil $= a$, la force dont la Terre est attirée au Soleil dans cette distance $= \Pi$, & l'angle infiniment petit $= d\omega$, que la Terre décrit autour du Soleil selon son mouvement moyen; & que nous introduisons au lieu de l'element du tems $d\tau$, en le supposant constant; nous aurons les deux équations suivantes:

$$I. 2 dr d\phi + r d d\phi = 0$$

$$II. d d r - r d \phi^2 + \frac{a V}{\Pi} d \omega^2 = 0.$$

Maintenant, puisque la force V n'est qu'à peu près réciproquement proportionnelle au quarré de la distance r , supposons $\frac{a V}{\Pi} = \frac{m c^3}{r r} + R$. la lettre R marquant une fonction quelconque de r , dont la loi de l'attraction s'écarte de la raison réciproque doublée des distances: & la seconde équation deviendra:

$$II. d d r - r d \phi^2 + \frac{m c^3 d \omega^2}{r r} + R d \omega^2 = 0.$$

& l'integrale de la premiere fera:

$$r r d \phi = n c c d \omega$$

qui donne $d\phi = \frac{n c c d \omega}{r r}$ & $r d \phi^2 = \frac{n n c^4 \omega^2}{r^3}$; laquelle valeur étant mise dans la seconde équation donnera

$$d d r - \frac{n n c^4 d \omega^2}{r^3} + \frac{m c^3 d \omega^2}{r r} + R d \omega^2 = 0.$$

où eliminant la consideration de l'element constant $d\omega$, nous représenterons cette équation sous cette forme.

$$d. \frac{dr}{d\omega}$$

$$d \cdot \frac{dr}{d\omega} - \frac{nn c^4 d\omega}{r^3} + \frac{m c^3 d\omega}{r r} + R d\omega = 0.$$

A présent pour faire usage des formules trouvées cy-dessus posons

$$d\omega = a dv (1 + k \cos v)$$

& puisque r n'aura plus exactement la forme $c (1 + k \cos v)$ supposons:

$$r = c (1 + k \cos v + s)$$

où s sera une quantité fort petite; d'où nous aurons:

$$dr = -ck dv \sin v + c ds \text{ \& partant}$$

$$0 = d \cdot \frac{kdv \sin v + ds}{dv(1+k \cos v)} + a \alpha dv (1+k \cos v) \left\{ \frac{m}{(1+k \cos v + s)^2} - \frac{nn}{(1+k \cos v + s)^3} + \frac{R}{c} \right\}$$

qui puisque s est une quantité fort petite, se changera en cette forme:

$$0 = d \cdot \frac{kdv \sin v + ds}{dv(1+k \cos v)} + a \alpha dv \left\{ + \frac{m}{1+k \cos v} - \frac{2ms}{(1+k \cos v)^2} + \frac{R}{c} (1+k \cos v) \right. \\ \left. - \frac{nn}{(1+k \cos v)^2} + \frac{3nns}{(1+k \cos v)^3} \right\}$$

Supposons maintenant l'element dv constant, & nous aurons en différenciant le premier membre,

$$0 = \frac{dds}{1+k \cos v} + \frac{kds dv \sin v}{(1+k \cos v)^2} - \frac{kdv^2 \cos v - k^2 dv^2}{(1+k \cos v)^2} \\ - \frac{2a \alpha m s dv^2}{(1+k \cos v)^3} + \frac{3a \alpha n n s dv^2}{(1+k \cos v)^3} + \frac{a \alpha m dv^2}{1+k \cos v} - \frac{a \alpha n n dv^2}{(1+k \cos v)^2} \\ + \frac{a \alpha R dv^2}{c} (1+k \cos v)$$

ou multipliant par $(1+k \cos v)^2$:

$$0 = dds(1+k \cos v) + kds dv \sin v - 2a \alpha m s dv^2 + \frac{3a \alpha n n s dv^2}{1+k \cos v} \\ + \frac{a \alpha}{c}$$



$$+ \frac{\alpha \alpha}{c} R dv^2 (1 + k \cos v)^3$$

$$- k dv^2 \cos v - k^2 dv^2 + \alpha \alpha m dv^2 + \alpha \alpha m k dv^2 \cos v - \alpha \alpha n n dv^2$$

Maintenant tout revient à la forme que la quantité R peut avoir; où je ferai deux hypothèses différentes.

I. HYPOTHESE

soit $R = \frac{\mu c}{rv^{v+1}}$, de sorte que la force centrale totale soit

$$V = \frac{\Pi}{a} \left\{ \frac{m c^2}{rr} + \frac{\mu c}{rv^{v+1}} \right\}$$

& à cause de $r = c(1 + k \cos v + s)$ nous aurons:

$$R = \frac{\mu c}{(1 + k \cos v + s)^v}$$

& partant

$$\frac{R}{c} (1 + k \cos v)^3 = \frac{\mu}{(1 + k \cos v)^{v-3}} = \frac{\mu v s}{(1 + k \cos v)^{v-2}} =$$

$$\mu + (3-v) \mu k \cos v + \frac{1}{2} (3-v) (2-v) \mu k^2 \cos^2 v + \frac{1}{6} (3-v) (2-v) (1-v) k^3 \cos^3 v - \frac{\mu v s}{(1 + k \cos v)^{v-2}}$$

Cette valeur substituée donnera:

$$0 = \frac{dH}{dv^2} (1 + k \cos v) + \frac{k ds}{dv} \Pi v - 2 \alpha \alpha m s + \frac{3 \alpha \alpha n n s}{1 + k \cos v} - \frac{\alpha \alpha \mu v s}{(1 + k \cos v)^{v-2}}$$

$$- k \cos v - k k + \alpha \alpha m + \alpha \alpha m k \cos v - \alpha \alpha n n$$

$$+ \alpha \alpha \mu + (3-v) \alpha \alpha \mu k \cos v + \frac{1}{2} (3-v) (2-v) \mu \alpha \alpha k^2 \cos^2 v + \frac{1}{6} (3-v) (2-v) (1-v) \mu \alpha^2 k^3 \cos^3 v$$

Cette équation devrait évanouir en cas que $\mu = 0$, & $s = 0$, c'est pourquoi, puisque m est une quantité donnée, déterminons les constantes α & n en sorte, qu'autant de termes, qui ne contiennent pas s évanouissent, qu'il se pourra. Pour cet effet réduisons ces termes de la façon suivante:

$$- k k + \alpha \alpha m - \alpha \alpha n n + \alpha \alpha \mu + \frac{1}{2} (3-v) (2-v) \mu \alpha \alpha k k$$

$$-k \cos v + \alpha \alpha m k \cos v + (3-v) \alpha \alpha \mu k \cos v + \frac{1}{8} (3-v) (2-v) (1-v) \mu \alpha^2 k^3 \cos v$$

$$+ \frac{1}{4} (3-v) (2-v) \mu \alpha \alpha k k \cos 2 v$$

$$+ \frac{1}{24} (3-v) (2-v) (1-v) \mu \alpha \alpha k^3 \cos 3 v$$

& faisons evanouir les deux premieres lignes; ce qui donnera:

$$\alpha \alpha n n = \alpha \alpha m - k k + \alpha \alpha \mu + \frac{1}{4} (3-v) (2-v) \mu \alpha \alpha k k$$

$$\& \alpha \alpha = \frac{1}{m + (3-v) \mu + \frac{1}{8} (3-v) (2-v) (1-v) \mu k k}$$

par consequent

$$n n = m (1 - k k) + \mu - \frac{1}{4} (3-v) (2-v) \mu k k - \frac{1}{8} (3-v) (2-v) (1-v) \mu k^4$$

Ayant trouvé ces valeurs pour α & n , la quantité s sera déterminée par cette équation:

$$0 = \frac{d d s}{\alpha \alpha d v^2} (1 + k \cos v) + \frac{k d s}{\alpha^2 d v} \sin v - 2 m s + \frac{3 n n s}{1 + k \cos v} - \frac{\mu v s}{(1 + k \cos v) v - 2}$$

$$+ \frac{1}{4} (3-v) (2-v) \mu k k \cos 2 v + \frac{1}{24} (3-v) (2-v) (1-v) \mu k^3 \cos 3 v$$

soit pour cet effet:

$$s = A + B \cos v + C \cos 2 v + D \cos 3 v$$

$$\frac{d s}{d v} = - B \sin v - 2 C \sin 2 v - 3 D \sin 3 v$$

$$\frac{d d s}{d v^2} = - B \cos v - 4 C \cos 2 v - 9 D \cos 3 v$$

Ces valeurs etant substituées donneront:

$$- \frac{B}{\alpha \alpha} \cos v - \frac{4 C}{\alpha \alpha} \cos 2 v - \frac{9 D}{\alpha \alpha} \cos 3 v$$

$$- \frac{B k}{2 \alpha \alpha} - \frac{2 C k}{\alpha \alpha} - \frac{B k}{2 \alpha \alpha} - \frac{2 C k}{\alpha \alpha}$$

$$- \frac{B k}{2 \alpha \alpha} - \frac{C k}{\alpha \alpha} - \frac{9 D k}{2 \alpha \alpha} + \frac{C k}{\alpha \alpha}$$

$$+ \frac{B k}{2 \alpha \alpha} - 2 m D$$

$$- 2 m A$$



$$\begin{aligned}
& -2m A - 2m B - 3 \frac{D}{2a} \frac{k}{a} + 3nnD \\
& + 3nnA + 3nnB - 2mC - \frac{3}{2}nnCk \\
& - \frac{3}{2}nnkB - 3nnkA + 3nnC - \mu\nu D \\
& - \mu\nu A - \frac{3}{2}nnkC - \frac{3}{2}nnkB \\
& \quad - \mu\nu B - \frac{3}{2}nnkD + \frac{1}{24}(3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu k^3 \\
& \quad - \mu\nu C \\
& \quad + \frac{1}{4}(3-\nu)(2-\nu)\mu k k
\end{aligned}$$

Pour satisfaire à ces équations soit:

$$A = \mathfrak{A} k^4; B = \mathfrak{B} k^3; C = \mathfrak{C} k k + \mathfrak{c} k^4; D = \mathfrak{D} k^3$$

& nous obtiendrons ces égalités:

$$\begin{aligned}
(3nn - 2m - \mu\nu) \mathfrak{A} &= \frac{\mathfrak{B}}{a a} + \frac{3}{2}nn \mathfrak{B} \\
-\frac{\mathfrak{B}}{a a} - \frac{3\mathfrak{C}}{a a} - 2m \mathfrak{B} + 3nn \mathfrak{B} - \mu\nu \mathfrak{B} - \frac{3}{2}nn \mathfrak{C} &= 0 \\
-\frac{4\mathfrak{C}}{a a} + (3nn - 2m - \mu\nu) \mathfrak{C} + \frac{1}{4}(3-\nu)(2-\nu)\mu &= 0 \\
-\frac{4\mathfrak{c}}{a a} - \frac{6\mathfrak{D}}{a a} + (3nn - 2m - \mu\nu) 2 - \frac{3}{2}nn \mathfrak{D} - \frac{3}{2}nn \mathfrak{B} &= 0 \\
(3nn - 2m - \mu\nu - \frac{9}{a a}) \mathfrak{D} - \frac{\mathfrak{C}}{a a} - \frac{3}{2}nn \mathfrak{C} + \frac{1}{24}(3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu &= 0
\end{aligned}$$

$$\text{soit } \frac{1}{a a} = m + (3-\nu)\mu + \frac{1}{8}(3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu k k = M$$

& nous trouverons:

$$\mathfrak{C} = \frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu}{4(4M - 3nn + 2m + \mu\nu)}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{-(3M + \frac{3}{2}nn)\mathfrak{C}}{M - 3nn + 2m + \mu\nu}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{(M + \frac{3}{2}nn)\mathfrak{B}}{3nn - 2m - \mu\nu}$$

Q 2

D =



$$\mathfrak{D} = \frac{-(M + \frac{1}{2}nn)\mathfrak{C} + \frac{1}{24}(3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu}{9M - 3nn + 2m + \mu\nu}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{-(6M + \frac{3}{2}nn)\mathfrak{D} - \frac{3}{2}nn\mathfrak{B}}{4M - 3nn + 2m + \mu\nu}$$

Mais puisque μ est une quantité extrêmement petite, & k aussi assez petit, il suffira dans ces formules de se servir de ces valeurs:

$M = m$; $nn = m$: ce qui donnera

$$\mathfrak{C} = \frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu}{12m}$$

$$\mathfrak{B} = -\frac{3}{2kk}\mathfrak{C} = -\frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu}{8kkm}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{5}{2}\mathfrak{B} = -\frac{5(3-\nu)(2-\nu)\mu}{16kkm}$$

$$\mathfrak{D} = -\frac{5}{192}\mathfrak{C} + \frac{1}{192m}(3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu \text{ ou}$$

$$\mathfrak{D} = -\frac{5(2-\nu)(2-\nu) + (3-\nu)(2-\nu)(1-\nu)\mu}{192m} = -\frac{(4+\nu)(3-\nu)(2-\nu)\mu^3}{192m}$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{5}{2}\mathfrak{D} - \frac{5}{2}\mathfrak{B} = \frac{5(4+\nu)(3-\nu)(2-\nu)\mu}{384m} + \frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu}{16kkm}$$

Donc il y aura:

$$A = -\frac{5(3-\nu)(2-\nu)\mu kk^2}{16m}; B = -\frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu k}{8m};$$

$$C = \frac{7(3-\nu)(2-\nu)\mu kk}{48m} \text{ \& } D = -\frac{(4+\nu)(3-\nu)(2-\nu)\mu k^3}{192m}$$

négligeant les termes qui contiennent k^4

ou puisqu'il sera permis de négliger les termes, qui contiennent même k^3 , nous satisferons aussi en faisant $A = 0, B = 0$;

$$\text{\& } C = \frac{(3-\nu)(2-\nu)\mu kk}{12m}; \text{ de sorte que nous ayons:}$$



$$\ddot{r} = \frac{(3-v)(2-v)\mu k k}{12m} \cos 2v, \text{ \&c.}$$

$$r = c \left(1 + k \cos v + \frac{(3-v)(2-v)\mu k k}{12m} \cos 2v \right)$$

$$d\omega = \alpha dv (1 + k \cos v) \text{ \&}$$

$$d\Phi = \frac{n\alpha dv (1 + k \cos v)}{\left(1 + k \cos v + \frac{(3-v)(2-v)\mu k k}{12m} \cos 2v \right)^2} \text{ ou bien}$$

$$d\Phi = \frac{n\alpha dv}{1 + k \cos v} - \frac{\frac{n\omega}{6m} (3-v)(2-v)\mu k k dv \cos 2v}{(1 + k \cos v)^2}$$

Donc supposant $\frac{1-V(1-kk)}{k} = f$ nous aurons

$$\begin{aligned} \Phi = C + \frac{n\alpha}{V(1-kk)} (v - 2f \sin v + \frac{2}{3} f^2 \sin 2v - \frac{2}{5} f^3 \sin 3v + \text{\&c.}) \\ - \frac{n\omega}{12m} (3-v)(2-v)\mu k k \sin 2v \end{aligned}$$

Or puisque $\omega = \alpha v + \alpha k \sin v$, nous aurons

$$\begin{aligned} \Phi = C + \frac{n\omega}{V(1-kk)} - \frac{n\alpha}{V(1-kk)} (2f + k) \sin v + \frac{n\alpha f^2}{V(1-kk)} k^2 \sin 2v - \text{\&} \\ - \frac{n\alpha}{12m} (3-v)(2-v)\mu k k \sin 2v. \end{aligned}$$

donc négligeant les termes, qui renferment les inégalités du mouvement; le mouvement moyen de ce corps sera $= \frac{n\omega}{V(1-kk)}$;

\& le mouvement de l'anomalie moyenne $= \frac{\omega}{\alpha}$: donc le mouvement moyen sera au mouvement moyen de l'anomalie, comme

Q 3

$$\frac{\alpha n}{V(1-kk)}$$



$\frac{\alpha n}{V(1-kk)}$ à 1: & par conséquent le mouvement de la ligne des ab-
sides sera au mouvement moyen comme $1 - \frac{V(1-kk)}{\alpha n}$ à 1: ou pen-
dant une revolution entiere du corps M autour de C, la ligne des
absides avancera d'un angle $= (1 - \frac{V(1-kk)}{\alpha n}) 360^\circ$. Or des va-
leurs trouvées cy-dessus nous aurons

$$\frac{1-kk}{\alpha \alpha n n} = \frac{m(1-kk) + (3-v) \mu (1-kk) + \frac{1}{5} (3-v) (2-v) (1-v) \mu k k}{m(1-kk) + \mu - \frac{1}{4} (3-v) (2+v) \mu k k}$$

ou divisant par approximation:

$$\frac{1-kk}{\alpha \alpha n n} = 1 - \frac{\mu(v-2)}{m} \text{ assez près \& } \frac{V(1-kk)}{\alpha n} = 1 - \frac{\mu(v-2)}{2m}$$

& partant dans une révolution la ligne des absides avancera d'un
angle $= \frac{\mu(v-2)}{m} 180^\circ$.

L'inegalité du mouvement, ou l'équation à ajouter à la longitude
moyenne fera

$$\begin{aligned} -\left(1 + \frac{\mu(v-2)}{2m}\right)(2f+k) \text{ si } v + \left(1 + \frac{\mu(v-2)}{2m}\right)ff \text{ si } 2v - \frac{2}{3}f^2 \text{ si } 3v + \&c. \\ - \frac{(3-v)(2-v)\mu k k}{12m} \text{ si } 2v \end{aligned}$$

d'où l'on voit, combien ce mouvement s'ecarte de celui qui a été
determiné dans la propof. precedente.

II. HYPOTHESE

Soit $\frac{\alpha V}{\Pi} = \frac{m c}{2 + \mu}$, où μ marque une fraction extrêmement

petite:

petite: & partant on aura

$$\frac{aV}{\Pi} = \frac{mc^3}{r^2} \left(\frac{c}{r} \right)^\mu = \frac{mc^3}{r^2} \left(1 + \mu l \frac{c}{r} + \frac{1}{2} \mu \mu \left(l \frac{c}{r} \right)^2 + \&c. \right)$$

& par conséquent

$$R = \frac{m\mu c^3}{rr} l \frac{c}{r} + \frac{m\mu\mu c^3}{2rr} \left(l \frac{c}{r} \right)^2 + \&c.$$

ou bien

$$R = - \frac{\mu m c}{(1 + k \cos v + s)^2} \left(l(1 + k \cos v + s) \frac{1}{2} \mu \left(l(1 + k \cos v + s) \right)^2 + \&c \right)$$

mais puisque μ & k sont des quantités fort petites on pourra supposer $l(1 + k \cos v + s) = k \cos v + s$ & partant

$$R = - \frac{\mu m c k \cos v - \mu m c s}{(1 + k \cos v + s)^2} = - \frac{\mu m c k \cos v - \mu m c s}{(1 + k \cos v)^2} + \frac{2 \mu m c k s \cos v}{(1 + k \cos k)^3}$$

$$\text{ou } \frac{R(1 + k \cos v)^3}{c} = - \mu m k \cos v - \mu m k k \cos v^2 - \mu m s + \mu m k s \cos v$$

& l'equation trouvée se changera en cette forme.

$$\bullet = \frac{dd s}{dv^2} (1 + k \cos v) + \frac{k ds}{dv} \sin v - 2 \alpha \alpha m s + \frac{3 \alpha \alpha n^2 s}{1 + k \cos v} - \alpha \alpha \mu m s + \alpha \alpha \mu m k s \cos v$$

$$- k k + \alpha \alpha m - \alpha \alpha n n - \frac{1}{2} \alpha \alpha \mu m k k$$

$$- k \cos v + \alpha \alpha m k \cos v - \alpha \alpha \mu m k \cos v$$

$$- \frac{1}{2} \alpha \alpha \mu m k k \cos 2 v$$

où nous ferons:

$$\alpha \alpha n n = \alpha \alpha m - k k - \frac{1}{2} \alpha \alpha \mu m k k \&$$

$$\frac{1}{\alpha \alpha} = m - \mu m$$

$$\text{donc } n n = m(1 - k k) + \mu m k k - \frac{1}{2} \mu m k k$$

& l'equation superieure en negligant les termes trop petits deviendra etant divisée par $\alpha \alpha$:

$$m(1 - \mu)$$

$$m(1-\mu) \frac{d^2 s}{dv^2} + ms - \mu ns - \frac{1}{2} \mu m k k \cos 2v = 0$$

Donc posant $s = A k k \cos 2v$ on aura

$$-4A(1-\mu) + A(1-\mu) - \frac{1}{2} \mu = 0$$

$$\text{ou } A = -\frac{\mu}{3(1-\mu)} \text{ \& partant}$$

$$s = -\frac{\mu k k}{3(1-\mu)} \cos 2v$$

$$r = c(1 + k \cos v - \frac{\mu k k}{3(1-\mu)} \cos 2v)$$

$$\omega = \alpha v + \alpha k \sin v$$

$$d\Phi = \frac{n\alpha dv(1 + k \cos v)}{(1 + k \cos v - \frac{\mu k k}{3(1-\mu)} \cos 2v)^2}$$

$$\text{ou } d\Phi = \frac{n\alpha dv}{1 + k \cos v} + \frac{2n\alpha\mu k k}{3(1-\mu)} dv \cos 2v \text{ \& en integrant}$$

$$\text{posant } f = \frac{1 - \sqrt{1 - k k}}{k}$$

$$\Phi = C + \frac{n\alpha}{V(1 - k k)}(v - 2f \sin v + f \sin 2v - \&c.) + \frac{n\alpha k k \sin 2v}{3(1-\mu)} \text{ ou}$$

$$\Phi = C + \frac{n\alpha}{V(1 - k k)} - \frac{n\alpha}{V(1 - k k)}(2f + k) \sin v + \frac{n\alpha f}{V(1 - k k)} \sin 2v \\ + \frac{n\alpha\mu k k}{3(1-\mu)} \sin 2v$$

Donc le mouvement moyen est au mouvement de l'anomalie

moyenne comme $\frac{n\alpha}{V(1 - k k)}$ à 1, \& le mouvement de la ligne des

abscisses

abfides étant au mouvement moyen comme $1 - \frac{V(1-kk)}{an}$ à 1. puisque

$$\frac{1-kk}{an} = \frac{1-kk - \mu + \mu kk}{1-kk + \frac{1}{2}\mu kk} = 1 - \mu$$

cette raifon fera comme $\frac{1}{2}\mu$ à 1, & par conféquent pendant une révolution entière la ligne des abfides avancera d'un angle = μ . 180°. Et l'inégalité du mouvement, ou la proftapherefe fera

$$= (1 + \frac{1}{2}\mu) (2f + k) \text{ fi } v + (1 + \frac{1}{2}\mu) ff \text{ fi } 2v - \frac{2}{3}f^3 \text{ fi } 3v \& \\ + \frac{\mu (1 + \frac{1}{2}\mu)}{3(1-\mu)} k k \text{ fi } 2v$$

de forte que dans l'une ou l'autre hypothefe on est en etat de connoître le mouvement aifés exactement. C.Q.F.T.

AUTRE SOLUTION.

Après être parvenu a cette équation :

$$d. \frac{dr}{d\omega} - \frac{unc^4 d\omega}{r^3} + \frac{mc^3 d\omega}{rr} + R d\omega = 0$$

ayant déjà trouvé $d\Phi = \frac{ncc d\omega}{rr}$, au lieu de fuppoler $d\omega = \alpha dv$ ($1 + \cos v$), mettons pour rendre les expreffions de $d\omega$ & de r plus femblables :

$$d\omega = \alpha dv (1 + k \cos v + s)$$

$$\& r = c (1 + k \cos v + s)$$

$$\text{ou } d\omega = \frac{\alpha r dv}{c}; \text{ ce qui donne } \frac{dr}{d\omega} = \frac{c dr}{\alpha r dv}, \& \text{ fupposant}$$

dv constant, $d. \frac{dr}{d\omega} = \frac{cr d dr}{\alpha r r dv} = \frac{c dr^2}{\alpha r r dv}$, & les équations trouvées fe changeront en :

$$d\Phi = \frac{\alpha n c dv}{r} = \frac{\alpha n dv}{1 + k \cos v + s}$$



$$\frac{c r d d r - c d r^2}{a r r d v} - \frac{a n n c^3 d v}{r r} + \frac{a m c^2 d v}{r} + \frac{a R r d v}{c} = 0$$

$$\text{ou } \frac{r d d r - d r^2}{a^2 d v^2} - n n c^2 + m c r + \frac{R r^3}{c c} = 0$$

Or ayant posé $r = c (1 + k \cos v + s)$ nous aurons :

$$d r = c (d s - k d v \sin v)$$

$$\& d d r = c (d d s - k d v^2 \cos v)$$

Donc :

$$r d d r - d r^2 = c c (d d s + k d d s \cos v + s d d s - d s^2 + 2 k d s d v \sin v - k d v^2 \cos v - k s d v^2 \cos v - k^2 d v^2)$$

& faisant la substitution on aura :

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d d s}{a^2 d v^2} + \frac{k d d s \cos v}{a^2 d v^2} + \frac{s d d s}{a^2 d v^2} - \frac{d s^2}{a^2 d v^2} + \frac{2 k d s d v \sin v}{a^2 d v} - \frac{k s \cos v}{a} + m s \\ & - \frac{k k}{a a} - n n + m + \frac{R}{c} (1 + k \cos v + s)^3 \\ & - \frac{k \cos v}{a a} + m k \cos v. \end{aligned} \right\} = 0.$$

Puisque R & s sont par l'hypothese des quantités fort petites, quelque forme qu'ait la lettre R , on parviendra toujours à une telle expression

$$\frac{R}{c} (1 + k \cos v + s)^3 = A + B c^2 \cos v + C c^2 \cos 2 v + D c^2 \cos 3 v + S$$

où S marque une fonction quelconque de s .

Faisons donc :

$$n n = m - \frac{k k}{a a} + A \& \frac{1}{a a} = m + B$$

ce qui donne $n n = m (1 - k k) + A - B k k$

& l'equation qui reste à résoudre sera :

$$0 = \frac{(m+B) d d s (1 + k \cos v + s)}{d v^2} - \frac{(m+B) d s^2}{d v^2} + \frac{2(m+B) k d s d v \sin v}{d v^2}$$

$$- m k s \cos v - B k s \cos v + m s + (k^2 \cos 2 v + D k^3 v \cos \dots + S)$$

de laquelle il ne sera pas difficile de trouver la valeur de S à peu près, parceque tant s que k & S sont des quantités fort petites.

Or



Or si S est donné par l'angle v , on parviendra toujours à une telle forme :

$$S = M k^2 \cos 2v + N k^3 \cos 3v \&c.$$

& partant nous aurons :

$$r = c (1 + k \cos v + M k^2 \cos 2v + N k^3 \cos 3v + \&c.)$$

$$\& d\omega = a dv (1 + k \cos v + M k^2 \cos 2v + N k^3 \cos 3v + \&c.)$$

$$\text{donc } \omega = a (v + k \sin v + \frac{1}{2} M k^2 \sin 2v + \frac{1}{3} N k^3 \sin 3v + \&c.)$$

où $\frac{\omega}{a}$ marque l'anomalie moyenne de la Planete M : qui étant nommée $= u$ on aura

$$u = \frac{\omega}{a} = v + k \sin v + \frac{1}{2} M k^2 \sin 2v + \frac{1}{3} N k^3 \sin 3v + \&c.$$

Donc l'anomalie moyenne u fera $= 0$, où la Planete se trouvera à sa plus haute abside, toutes les fois, que $v = 0$, ou 360° , ou $2.360^\circ \&c.$

$$\text{Depuis ayant } d\phi = \frac{a n dv}{1 + k \cos v + M k^2 \cos 2v + N k^3 \cos 3v \&c.}$$

on en trouvera

$$\begin{aligned} d\phi = a n dv \left(1 - k \cos v + \frac{1}{2} k k \right. & \quad \left. - \frac{3}{4} k^3 \cos v \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} k k \cos 2v - \frac{1}{8} k^3 \cos 3v \right. \\ & \quad \left. - M k k \cos 2v + M k^3 \cos v \right. & \&c. \\ & \quad \left. + M k^3 \cos 3v \right. \\ & \quad \left. - N k^3 \cos 3v \right) \end{aligned}$$

& à peu près

$$d\phi = a n dv \left(\frac{1}{V(1-kk)} - k \cos v (1 + \frac{3}{4} k^2 - M k^2) + k k \cos 2v (\frac{1}{2} - M) \right)$$

$$\text{Le mouvement moyen fera donc } = \frac{a n}{V(1-kk)} v = \frac{n \omega}{V(1-kk)}$$

& le mouvement moyen de cette Planete fera au mouvement de son anomalie comme $\frac{a n}{V(1-kk)}$ à 1, & le mouvement moyen fera au

mouvement de la ligne des abscisses comme $\frac{a \cdot n}{V(1 - k^2)}$
à $\frac{a n}{V(1 - k^2)} = 1$, ou comme 1 à 1 ---- $\frac{V(1 - k^2)}{a n}$.

Mais $\frac{1}{a a m} = \frac{m + B}{m(1 - k^2) + A - B k^2}$ & $\frac{1 - k^2}{a a u} = \frac{m(1 - k^2) + B - B k^2}{m(1 - k^2) + A - B k^2}$
 $= 1 + \frac{B - A}{m(1 - k^2)}$, donc $\frac{V(1 - k^2)}{a n} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(A - B)}{m(1 - k^2)}$;

Par conséquent le mouvement de la ligne des abscisses sera au mouve-
ment moyen comme $\frac{A - B}{2 m (1 - k^2)}$ à 1, & pendant une révolution

entière la ligne des abscisses avancera d'un angle $= \frac{A - B}{m(1 - k^2)} \cdot 180^\circ$,

ce qui revient à la solution précédente. L'inégalité du mouvement se
déterminera aussi comme auparavant; mais la première solution a cet
avantage sur celle-ci, que l'angle v est plus aisément trouvé par l'a-
nomalie moyenne u . C. Q. F. T.

COROLL. I.

XLVI. On voit par là que si $v = 3$ on $V = \frac{\pi}{a} \left(\frac{m c^3}{r r} + \frac{\mu c^4}{r^3} \right)$

on aura $a a = \frac{1}{m}$ & $n n = m(1 - k^2) + \mu$, & $s = 0$. De sorte

que $r = c(1 + k \cos v)$; $d\omega = \frac{1}{V m} dv(1 + k \cos v)$; $d\phi =$

$$\frac{n d\omega}{(1 + k \cos v)^2} = \frac{d k}{1 + k \cos v} V(1 - k^2 + \frac{\mu}{m}).$$

Dans ce cas donc le Corps se mouvra dans une ellipse suivant les règles de
Kepler, mais la ligne des abscisses ne demeurera pas en repos.

COROLL.

COROLL. 2.

XLVII. Pour trouver le mouvement des abscisses, on n'a qu'à considérer le mouvement moyen de l'anomalie, qui sera $= \omega \vee m$ puisque $\omega \vee m = v + k$ si v , Et le mouvement vrai étant $\varphi = v \vee (1 + \frac{\mu}{m(1 - kk)}) + \&c.$ le mouvement moyen sera à celui

de l'anomalie comme $\vee (1 + \frac{\mu}{m(1 - kk)})$ à 1, & partant le mouvement moyen au mouvement des abscisses, comme

$\vee (1 + \frac{\mu}{m(1 - kk)}) - 1$ à 1, ou comme 1 à

$\frac{1}{\vee (1 + \frac{\mu}{m(1 - kk)}) - 1}$, de sorte que pendant une révolution la ligne des abscisses avance d'un angle de

$\frac{360}{\vee (1 + \frac{\mu}{m(1 - kk)}) - 1}$

degrés.

SCHOLIE 2.

XLVIII. Il seroit trop long de développer tout ce que les formules trouvées renferment; & je me contente d'avoir montré le chemin pour parvenir à des formules, qui conduisent à une telle connoissance du mouvement, qu'on desire dans l'Astronomie. Car

quoiqu'on puisse d'abord intégrer l'équation: $ddr - \frac{nn c^4 d\omega^2}{r^3} +$

$\frac{mc^3 d\omega^2}{rr} + R d\omega^2 = 0$, en la multipliant par dr ; son integrale

n'apportera presque aucun usage au profit de l'Astronomie, vu que ce n'est pas la distance r qu'on peut regarder comme connue; mais on doit plutôt déterminer cette distance par l'angle ω , qui est pro-

portionnel au mouvement moyen. Pour cet effet la maniere d'appro-
ximer, dont je me suis servi, est bien préférable à la methode di-
recte ; puisqu'elle nous met en état de déterminer tant la distance r ,
que l'angle Φ par le seul angle ω , qui est connu. Et comme cela se
fait par le moyen de l'anomalie excentrique v , on en pourra aisé-
ment construire des Tables telles, qu'on est déjà accoutumé d'avoir
dans l'Astronomie ; & qui donnent à connoître le mouvement des
Planetes aussi aisément, qu'on peut souhaiter.

SCHOLIE 2.

XLIX. Après avoir déterminé les quantités constantes α & n ,
enforte que les plus grands termes de l'équation se détruisent d'eux
mêmes, & qu'il n'y reste que des termes extrêmement petits, qui
résultent de R , de sorte qu'il sera permis de negliger les puissances
de la lettre inconnue s , comme aussi les termes, qui renferment des
puissances de l'excentricité k ; il ne sera plus difficile d'en découvrir
la veritable valeur de cette lettre s . On se pourra servir ou de la
methode indirecte, dont je me suis servi pour approcher à cette
valeur, ou l'on pourra aussi employer avec succès la methode di-
recte. L'équation à laquelle on parvient aura toujours cette forme :

$$0 = \frac{dd s}{dv^2} (1 + k \cos v) + \frac{k ds}{dv^2} \sin v + \frac{s(1 - 2k \cos v - 3kk)}{1 + k \cos v} \cdot P$$

où P marque les termes connus, qui ne renferment pas la lettre s ,
puisque nous avons à peu pres $\alpha^2 m = 1$ & $\alpha^2 n n = 1 - k k$.

Supposons $s = \frac{r \sin v}{1 + k \cos v}$ & nous aurons

$$ds = \frac{dr \sin v}{1 + k \cos v} + \frac{r dv (\cos v + k)}{(1 + k \cos v)^2}$$

$$dds = \frac{1 + k \cos v}{ddt \sin v} + \frac{2 dt dv (\cos v + k)}{(1 + k \cos v)^2} - \frac{r dv^2 \sin v (1 - k \cos v - 2kk)}{(1 + k \cos v)^3}$$

Ces valeurs étant substituées, nous obtiendrons :

$$ddt \sin v +$$



$$ddr \sin v + \frac{dr(3k + 2 \cos v - k \cos v^2)}{1 + k \cos v} dv = P dv^2$$

Multiplions par $\frac{\sin v}{(1 + k \cos v)^3}$ & l'integrale fera

$$\frac{dr \sin v^2}{(1 + k \cos v)^3} = dv \int \frac{P dv \sin v}{(1 + k \cos v)^3} \quad \& \quad dt = \frac{dv(1 + k \cos v)^3}{\sin v^2} \int \frac{P dv \sin v}{(1 + k \cos v)^3}$$

Delà on aura donc

$$r = \int \frac{dv(1 + k \cos v)^3}{\sin v^2} \int \frac{P dv \sin v}{(1 + k \cos v)^3}$$

$$\& \text{ par conséquent } s = \frac{r \sin v}{1 + k \cos v}$$

De sorte que la valeur de la lettre s se pourra exactement déterminer par l'anomalie excentrique v , qui est connue. Mais ayant montré ces artifices, je m'en vais donner tout court les solutions des problèmes suivans, en me contentant de les réduire à des équations, qui semblent être les plus propres pour l'Astronomie.

SCHOLIE 3.

L. Puisque dans cette operation la valeur de s se trouve par une double integration, & que par conséquent il y entre deux quantités constantes arbitraires, il faut avertir comment ces quantités constantes doivent être déterminées. Or ayant posé $r = c(1 + k \cos v + s)$ il est d'abord clair que l'expression trouvée pour s ne doit renfermer aucune quantité absolument constante, parcequ'elle augmenteroit ou diminueroit la distance moyenne c , qui est déjà supposée connue: & par cette considération on déterminera une des deux dites quantités constantes. En second lieu, il est clair que l'expression de s ne doit renfermer aucun terme de cette forme $b \cos v$, puisqu'un tel est déjà supposé être compris dans $k \cos v$, où k marque l'excentricité de l'orbite, qu'on regarde comme connue: & par là on déterminera aussi l'autre constante arbitraire. Donc si après les deux integrations on trouve une telle expression pour $s = A + B \cos v + C$



+ C cos 2 v + D cos 3 v + &c. on doit prendre telles valeurs pour les deux quantités constantes mentionnées, que les deux lettres A & B deviennent évanouissantes: & cette même règle se doit observer dans les intégrations, qu'on sera dans les problèmes suivants. On voit aussi, que dans la seconde intégration, qui donne r , on n'y doit pas ajouter de constante: ou que r ne doit pas renfermer de terme purement constant: car dans ce cas l'expression, qui résulteroit pour r , contiendrait un terme de cette forme g si v , qui marqueroit que l'angle v ne fut pas pris depuis l'aphélie: & cette condition doit être remplie préféablement à la seconde; de sorte que celle-cy jointe à la première servira à déterminer les deux constantes.

Pour faire mieux sentir la présence de cette seconde condition sur la première, on n'a qu'à considérer, que l'excentricité k se détermine déjà par l'équation $d\omega = \alpha dv (1 + k \cos v)$, qui exprime le rapport du mouvement de la Planète au mouvement moyen de la Terre: & partant il pourra bien arriver que dans l'expression de la distance $r = c (1 + C \cos v + \&c.)$ le coefficient du terme cos v ne soit pas précisément égal à l'excentricité k , de sorte que l'expression intégrale

$$r = A + B \cos v + C \cos 2 v + D \cos 3 v + \&c.$$

pourroit bien subsister, quand même il n'y auroit $B = 0$, pourvu que $A = 0$. Mais on voit bien, que s'il y entroit dans cette expression un terme, comme H si v , les deux termes par exemple $G \cos v + H$ si v seroient équivalens à un tel $L \cos (v + \delta)$, qui ne marqueroit autre chose que ce que l'anomalie v ne seroit pas comptée depuis l'aphélie même, & cette différence ne changeroit rien dans le calcul. Pourvu donc qu'on ait égard à ces circonstances, on ne sera plus embarrassé au sujet des quantités constantes, que la double intégration entraîne dans le calcul.

P R O B L E M E 4.

LI. *Un corps étant sollicité par des forces quelconques, dont les directions se trouvent pourtant toujours dans le même plan, où le corps se meut; déterminer le mouvement du corps.*

SOLUTION.



S O L U T I O N.

Fig. 3.

Puisque nous supposons, que les directions des forces sollicitantes se trouvent toujours dans le même plan, on voit d'abord, que pourvu que le corps ait une fois commencé son mouvement dans ce plan, il ne s'en écartera jamais. Que le plan de la Planche représente donc ce plan, où se fait le mouvement du corps par la ligne courbe A M: & qu'on rapporte ce mouvement au point fixe C, vers lequel soit dirigée constamment la force principale de celles qui agissent sur le corps; comme s'il s'agit d'une Planete principale, C sera le centre du Soleil; mais si la question roule sur quelque Satellite, on placera ce point C dans le centre de sa principale. Cela remarqué, supposons que le corps, après un tems $= t$, soit parvenu en M, & rapportons son lieu à la direction fixe C, nommant l'angle A C M $= \phi$, & la distance C M $= r$. Maintenant, de quelques forces que le corps en M soit sollicité, elles se reduiront toujours à deux, dont l'une agisse selon la direction M C, & l'autre selon la direction M Q perpendiculaire à M C: soit

la force qui agit selon M C $= P$

la force qui agit selon M Q $= Q$

De plus, du point M tirons M P perpendiculaire & M V parallele à C A: & nommons les coordonnées

$$C P = x \quad \& \quad P M = y.$$

& nous aurons $x = r \cos \phi$ & $y = r \sin \phi$: suivant ces memes directions décomposons les deux forces P & Q & la force M C $= P$ donnera

suivant la direction M V une force $= P \cos \phi$

suivant la direction M P une force $= P \sin \phi$

De même la force M Q $= Q$ donnera

suivant la direction M v une force $= Q \sin \phi$

suivant la direction M P une force $= Q \cos \phi$

& partant le corps en M sera poussé de deux forces

suivant les directions constantes M V & M P; qui soient représentées par les lignes M x & M y, & nous aurons

la force $M x = P \cos \phi - Q \sin \phi$.

la force $M y = P \sin \phi + Q \cos \phi$.

d'où le lemme proposé cy-dessus nous fournira ces deux équations :

$$\frac{2 d d x}{d t^2} = - P \cos \phi + Q \sin \phi$$

$$\frac{2 d d y}{d t^2} = - P \sin \phi - Q \cos \phi$$

d'où nous tirerons :

$$P = - \frac{2}{d t^2} (d d x \cos \phi + d d y \sin \phi) \&$$

$$Q = \frac{2}{d t^2} (d d x \sin \phi - d d y \cos \phi)$$

Or puisque $x = r \cos \phi$ & $y = r \sin \phi$, nous aurons :

$$d x = d r \cos \phi - r d \phi \sin \phi \& d y = d r \sin \phi + r d \phi \cos \phi$$

$$\& \text{ de là } d d x = d d r \cos \phi - 2 d r d \phi \sin \phi - r d d \phi \sin \phi - r d \phi^2 \cos \phi$$

$$d d y = d d r \sin \phi + 2 d r d \phi \cos \phi + r d d \phi \cos \phi - r d \phi^2 \sin \phi$$

ces valeurs étant remises donneront :

$$P = - \frac{2}{d t^2} (d d r - r d \phi^2)$$

$$\& Q = \frac{2}{d t^2} (- 2 d r d \phi - r d d \phi)$$

& partant la solution du probleme dépendra de ces deux équations :

$$\text{I. } d d r - r d \phi^2 = - \frac{1}{2} P d t^2$$

$$\text{II. } 2 d r d \phi + r d d \phi = - \frac{1}{2} Q d t^2$$

où l'element $d t$ est supposé constant, au lieu duquel on pourra introduire le mouvement moyen du Soleil ω , en posant

$$\frac{1}{2} d t^2 = \frac{a d \omega^2}{\Pi} : \text{ où } a \text{ marque la distance moyenne de la Terre}$$



au Soleil, & π la force, dont la Terre est poussée vers le Soleil à cette même distance; & alors on aura ces deux équations;

$$\text{I. } ddr - r d\phi^2 + \frac{a P d\omega^2}{\pi} = 0$$

$$\text{II. } 2 dr d\phi + r dd\phi + \frac{a Q d\omega^2}{\pi} = 0$$

C. Q. F. T.

SCHOLIE.

LII. La solution des ces équations dépend principalement de la nature des fonctions P & Q , dont les forces, qui agissent sur le corps, sont exprimées. Mais en général il ne se présente rien de remarquable à développer au sujet de ces équations. Cependant, si nous connoissons d'ailleurs déjà le mouvement du corps M , à l'aide de ces formules nous pourrions réciproquement déterminer les forces, dont ce corps sera sollicité; ce qui ne manquera pas d'apporter un grand avantage dans l'Astronomie, quand on se trouvera en état de déduire des observations les petites irregularités, auxquelles le mouvement des Planetes est sujet, pour en connoître, combien les forces, qui agissent actuellement sur les Planetes, sont différentes de celles qu'on suppose dans la Theorie.

PROBLEME 5.

LIII. *Un corps en M étant sollicité par des forces quelconques, dont la principale soit dirigée vers le point C, déterminer son mouvement.* Fig. 4.

SOLUTION.

Puisque le mouvement de ce corps ne se fera point dans un même plan, qu'on choisisse à volonté un plan, qui passe par le point C , auquel on rapporte le mouvement de ce corps: & ce plan soit représenté par celui de la Planché: auquel on baïsse du point M la perpendiculaire MR , & ayant pris dans ce même plan une ligne

S 2

fixe



fixe C A pour axe, & y ayant mené de R la perpendiculaire R P, qu'on nomme les trois coordonnées: $CP = x$; $PR = y$ & $RM = z$. Outre cela soit la distance raccourcie $CR = r$, & l'angle $ACR = \phi$; d'où nous tirons $x = r \cos \phi$ & $y = r \sin \phi$. Ensuite les forces, qui agissent sur le corps en M, se réduiront à une, dont la direction est perpendiculaire au plan A C R, & à d'autres, dont les directions se trouveront dans ce plan même, ou plutôt dans un plan qui passant par M lui est parallèle. Ces dernières forces pourront outre cela être réduites à deux directions, dont l'une fera R C, & l'autre R Q perpendiculaire à R C, de sorte que nous n'aurons que trois forces à considérer, savoir: Mz, R C & R Q: que nous nommerons:

la force R C = P

la force R Q = Q

la force M R = R.

Les deux premières forces étant dans le plan A C R, auquel nous rapportons le mouvement, nous en tirerons les mêmes équations, que nous avons trouvées dans la solution du problème précédent. Et partant si au lieu de l'élément du tems dt , nous introduisons le mouvement moyen du Soleil, qui soit $d\omega$: & que nous posions la distance moyenne de la terre au Soleil = a & la force du Soleil sur la Terre = Π , nous aurons ces deux équations; en supposant $d\omega$ constant:

$$I. \quad ddr - r d\phi^2 + \frac{aP d\omega^2}{\Pi} = 0$$

$$II. \quad 2dr d\phi + r dd\phi + \frac{aQ d\omega^2}{\Pi} = 0.$$

Or la troisième force R donnera cette équation

$$\frac{2ddz}{dt^2} = -R \text{ ou } ddz + \frac{aR d\omega^2}{\Pi} = 0.$$

qui exprime pour chaque instant la distance du corps M au plan A C R. Pour mieux connoître l'obliquité de ce mouvement, pendant

dant que le corps passe par l'element $M m$, concevons un plan qui
 passe cet element $M m$ & le point C , pour avoir le plan, dans le-
 quel le corps se meut dans cet instant. Soit $C \Omega$ l'interfection de
 ce plan avec le plan $A C R$, & $C \Omega$ nous representera la ligne des
 noeuds. De plus, ayant tiré du point R sur $C \Omega$ la perpendiculaire
 $R S$, & outre cela la ligne $M S$, l'angle $M S R$ representera l'in-
 clinaison du plan $C S M$, dans lequel le corps M se meut actuel-
 lement dans cet instant, au plan fixe $A C R$: soit donc, pour appli-
 quer le calcul à la situation de ce plan:

$$\text{l'angle } A C \Omega = \pi$$

& l'inclinaison, ou l'angle, $R S M = \varrho$.

De là nous aurons l'angle $\Omega C R = \Phi - \pi$, & partant $R S = r$
 $\sin(\Phi - \pi)$ & $C S = r \cos(\Phi - \pi)$. Ensuite la consideration
 de l'angle $R S M = \varrho$ donnant $R M = R S \tan \varrho$, nous
 fournira cette équation:

$$z = r \sin(\Phi - \pi) \tan \varrho$$

d'où nous tirons par la differentiation;

$$dz = dr \sin(\Phi - \pi) \tan \varrho + r(d\Phi - d\pi) \cos(\Phi - \pi) \tan \varrho + \frac{r d\varrho \sin(\Phi - \pi)}{\cos^2 \varrho}$$

Mais il faut considerer, que pendant que le corps se meut par l'ele-
 ment $M m$, tant la ligne des noeuds $C \Omega$ que l'inclinaison $R S M$
 demeure invariable, & partant, la valeur de dz doit etre juste,
 quand même on supposeroit π & ϱ constantes; de sorte que nous
 ayons:

$$dz = dr \sin(\Phi - \pi) \tan \varrho + r d\Phi \cos(\Phi - \pi) \tan \varrho$$

& par conséquent:

$$r d\pi \cos(\Phi - \pi) \tan \varrho = \frac{r d\varrho \sin(\Phi - \pi)}{\cos^2 \varrho} \text{ ou } d\varrho = \frac{d\pi \sin \varrho \cos \varrho}{\tan(\Phi - \pi)}$$

$$\text{\& portant } d. \tan \varrho = \frac{d \varrho}{\cos^2 \varrho} = \frac{d \pi \tan \varrho}{\tan(\Phi - \pi)}$$

Cherchons maintenant aussi la valeur du differentio-differentiel
 ddz , & nous trouverons selon les règles



$$ddz = \text{tang } \varphi \cdot d. (dr \sin(\varphi - \pi) + r d\varphi \cos(\varphi - \pi)) \\ + (dr \sin(\varphi - \pi) + r d\varphi \cos(\varphi - \pi)) \cdot d. \text{tang } \varphi$$

c'est à dire

$$ddz = \text{tang } \varphi \left(\begin{aligned} & ddr \sin(\varphi - \pi) + dr(d\varphi - d\pi) \cos(\varphi - \pi) \\ & + rdd\varphi \cos(\varphi - \pi) + drd\varphi \cos(\varphi - \pi) - rd\varphi(d\varphi - d\pi) \sin(\varphi - \pi) \\ & + drd\pi \cos(\varphi - \pi) + \frac{rd\varphi d\pi \cos(\varphi - \pi)}{\text{tang}(\varphi - \pi)} \end{aligned} \right)$$

laquelle expression se réduit en cette forme

$$ddz = \text{tang } \varphi (ddr \sin(\varphi - \pi) + 2drd\varphi \cos(\varphi - \pi) + rdd\varphi \cos(\varphi - \pi)) \\ - rd\varphi^2 \sin(\varphi - \pi) + \frac{rd\varphi d\pi}{\sin(\varphi - \pi)}$$

Mais ici je remarque d'abord les mêmes formules, qui se trouvent dans les deux premières équations; mettant donc

$$ddr - rd\varphi^2 = - \frac{aP d\omega^2}{\Pi}$$

$$\& 2drd\varphi + rdd\varphi = - \frac{aQ d\omega^2}{\Pi}$$

nous aurons :

$$ddz = \text{tang } \varphi \left(\begin{aligned} & - \frac{aP d\omega^2}{\Pi} \sin(\varphi - \pi) - \frac{aQ d\omega^2}{\Pi} \cos(\varphi - \pi) + \frac{rd\varphi d\pi}{\sin(\varphi - \pi)} \end{aligned} \right)$$

& puisque $ddz + \frac{aR d\omega^2}{\Pi} = 0$, il en résultera cette équation :

$$\frac{aR d\omega^2}{\Pi \text{ tang } \varphi} - \frac{aP d\omega^2}{\Pi} \sin(\varphi - \pi) - \frac{aQ d\omega^2}{\Pi} \cos(\varphi - \pi) + \frac{rd\varphi d\pi}{\sin(\varphi - \pi)} = 0$$

& partant

$$d\pi = \frac{a d\omega^2 \sin(\varphi - \pi)}{\Pi r d\varphi} \cdot \left(P \sin(\varphi - \pi) + Q \cos(\varphi - \pi) - \frac{R}{\text{tang } \varphi} \right)$$

$$\& \text{à cause de } d. \text{tang } \varphi = \frac{d\pi \text{ tang } \varphi}{\text{tang}(\varphi - \pi)} \text{ ou } d. l \text{ tang } \varphi = \frac{d\pi}{\text{tang}(\varphi - \pi)}$$

nous

nous aurons

$$d./\text{tang } \varphi = \frac{a d \omega^2 \cos(\varphi - \pi)}{\pi r d \varphi} \left(P \sin(\varphi - \pi) + Q \cos(\varphi - \pi) - \frac{R}{\text{tang } \varphi} \right)$$

Donc, par le moyen de ces deux dernieres équations, nous sommes en état de déterminer pour chaque tems proposé, tant la situation de la ligne des noeuds, que l'inclinaison de l'orbite de la Planete au plan fixe A C R. C. Q. F. T.

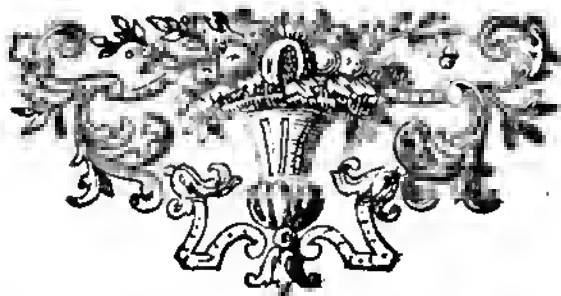
C O R O L L.

LIV. Ce probleme demande donc, outre les deux équations, auxquelles le probleme precedent a été réduit, encore la solution de ces deux équations:

$$d\pi = \frac{a d \omega^2 \sin(\varphi - \pi)}{\pi r d \varphi} \left(P \sin(\varphi - \pi) + Q \cos(\varphi - \pi) - \frac{R}{\text{tang } \varphi} \right)$$

$$d./\text{tang } \varphi = \frac{a d \omega^2 \cos(\varphi - \pi)}{\pi r d \varphi} \left(P \sin(\varphi - \pi) + Q \cos(\varphi - \pi) - \frac{R}{\text{tang } \varphi} \right)$$

desquelles il ne sera pas difficile de trouver par voye d'approximation les valeurs de π & de φ ; pourvuqu' on ait déjà déterminé le rapport entre r , φ & ω par les deux premières équations.





SOLUTION

DE QUELQUES PROBLEMES D'ASTRONOMIE,

PAR MR. D'ALEMBERT.

I.

SUR LA CORRECTION DU MIDY.



Plusieurs habiles Geometres ont déjà donné différentes solutions de ce Probleme, parmi lesquelles on doit compter avec distinction celles de Messieurs de Maupertuis & Euler. La solution que je vais exposer icy a l'avantage de ne demander le calcul d'aucun triangle sphérique, & d'être également bonne pour les lieux qui sont fort près du pole, comme pour ceux qui en sont éloignés.

I. Soit Z le Zenith, (fig. 1) H V l'horizon, P le pole, N O le cosinus de la déclinaison du Soleil le jour de l'observation, R T, S L, les deux sinus égaux des hauteurs observées. Il est evident 1^o, que le tems écoulé entre les deux observations est représenté par la somme des angles qui ont pour cosinus O R, & O S, le rayon ou sinus total étant N O pour un de ces angles, & N O pour l'autre, 2^o, il est facile de connoître par les tables la variation de la déclinaison N n pendant le tems, qui s'est écoulé entre les deux observations, aussi bien que la difference S X des lignes R O, S O, que j'appelleray D.

Cela

Cela posé on décrira du centre M, (fig. 2.) & des rayons MA, MB égaux à NO & no, deux cercles concentriques, & on tracera ensuite un triangle AMB, dont le sommet soit en M, & dont l'angle AMB soit égal à l'angle, qui est proportionnel au tems écoulé entre les observations, (ce triangle peut être placé comme on voudra pourvu que son sommet soit en M, que son angle AMB ait la valeur qu'on vient de marquer, & que ses cotés MA, MB soient les rayons des deux cercles), on formera ensuite un triangle rectangle ACB dont AC = D soit un des cotés & AB l'hypoténuse, c'est à dire qu'on prendra AC = D, pour corde d'un cercle dont AB sera le diamètre, on tirera enfin MDQ perpendiculaire à BC, je dis que l'angle AMQ marquera le tems avant midy, & QMB le tems après midy.

SCOLIE I.

II. Ayant tiré la corde Ba, & mené Md perpendiculaire à cette corde, il est évident que l'angle aMd sera la moitié de l'angle AMB, & qu'ainsi la correction du midy sera représentée par l'angle QMd, c. à d. par l'angle aBC: or l'angle aBC est la différence des angles ABC & ABa; ainsi la question se réduit à trouver chacun de ces angles.

Soit r le sinus total, s & s' les sinus & cosinus de l'angle $\frac{AMB}{2}$

Aa = a, on aura ab = $\frac{Aa \times Md}{ad}$ & comme l'angle aBA est la moitié de l'angle AMb, il s'ensuit que l'angle aBA est celui dont la tangente seroit $\frac{r. ab}{2Ma} = \frac{a.s'}{2ad} = \frac{a.r.s'}{2S.Ma} = \frac{a}{2Ma} \times \cotang.$

$\frac{AMB}{2}$. Or il est facile de voir que $\frac{a}{Ma}$ (fig. 2.) = $\frac{NO - no}{no}$

(fig. 1.) = $\frac{Nn.CO}{CN.NO} = \frac{Nn}{\cotang. decl.}$, donc l'angle aBA est



celui dont la tangente feroit egale à
$$\frac{N n \cotang. \frac{A M B}{2}}{2. \cot. decl.},$$

A l'égard de l'angle A B C, cet angle doit avoir pour sinus $\frac{r \times A C}{A B}$; or 1^o. A C (fig. 2.) = S X (fig. 1^{re}.) = $\frac{R X. r}{\cotang. latit.} = \frac{N n \times \cosin. declin.}{\cotang. latit.}$. 2^o. A B = a B + $\frac{A a \times a d}{M a} = a B + \frac{A a \times s}{r}$
 $= \frac{2 s. M a}{r} + \frac{A a. s}{r}$, donc l'angle A B C doit avoir pour sinus
 $r \times \left(\frac{N n. \cosin. decl.}{\cotang. lat.} \right) : \left(\frac{2 s. \cos. decl.}{r} + \frac{s. N n. \sin. decl.}{r r} \right) =$
 $\frac{r r. N n}{2 s. \cot. lat.} - \frac{r r. N n^2. tang. decl.}{\cot. lat. 4 s. r r} = \frac{N n \times (2 r r + N n. tang. decl.)}{4 s. \cot. lat.}$

S C O L I E 2.

III. Lorsque le Zenith Z n'est pas fort près du pole, on peut supposer le sinus de l'angle A B C = $\frac{N n. r r}{2 s. \cot. lat.} = \frac{N n. tang. lat.}{2 s}$
 & l'angle qui doit donner la correction du midi, a pour sinus ou pour tangente $N n \left(\frac{tang. lat.}{2 s} - \frac{\cotang. \frac{A M B}{2}}{2 \cot. decl.} \right)$

Lorsque le Zenith Z est fort près du pole, il faut remarquer 1^o. que le probleme sera impossible, si l'expression du sinus de l'angle A B C se trouve plus grande que le rayon. 2^o. Qu'une erreur allés petite sur la tangente de la déclinaison peut produire dans la valeur de l'angle A B C une erreur de quelques minutes. En effet soit β l'erreur commise sur la tangente de la déclinaison, & $\frac{N n. tang. lat.}{2 s}$
 $= r - a',$



$= r - \alpha'$, α' étant une quantité fort petite par rapport à r , on trouvera que l'erreur commise sur le sinus de ABC, est à peu près

$$\frac{r^2 \beta}{(\text{tang. lat.})^2 \cdot (\text{cot. lat.})} = \frac{\beta r}{\text{tang. lat.}}, \text{ donc \&c.}$$

II.

DE LA DETERMINATION DE L'ORBITE DES PLANETES.

L E M M E S.

IV. Soit AGB (fig. 3.) une demi-Ellipse, dont le demi-grand axe AC = a , l'excentricité CF = e , un rayon quelconque CG = x , & le cosinus de l'angle AFG = q , le sinus total étant 1, je dis qu'on aura $x = \frac{aa - ee}{a - eq}$. Cette proposition est si facile à prouver par le calcul, que je ne m'y arrête pas.

$$\begin{aligned} \text{V. Delà il s'ensuit que le secteur AFG} &= \int \frac{-dq(aa - ee)^2}{(a - eq)^2 \sqrt{1 - qq}} \\ &= \text{à très peu près angl. AGF} \times \frac{aa - ee}{aa} + \frac{aa - ee}{a^4} \times 2e \sqrt{1 - qq}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VI. Donc si d'un rayon arbitraire FP} &= 1 \text{ on décrit un cercle} \\ \text{qui soit coupé en V, u, v, par les lignes FG, Fg, F\gamma} &\text{tirées à vo-} \\ \text{lonté du point F, on aura (en menant les sinus VP, up, u\pi, \&} & \\ \text{la ligne Vo perpendiculaire à ces sinus) le Sect. GgF} &= \text{angl. GFG} \times \\ \frac{aa - ee}{aa} + \frac{aa - ee}{a^3} \times 2e \times ui; &\& \text{ le Sect. \gamma FG} = \text{angl. \gamma FG} \times \\ \frac{aa - ee}{aa} + \frac{aa - ee}{a^3} \times 2e \times vo. & \end{aligned}$$

VII. Supposons présentement que le rapport des lignes ui, vo , (fig. 4.) soit donné, & que ce rapport soit celui de p à q , & qu'on



propose de trouver la position de la ligne FP ou FA. Il est évident que la question se réduit à trouver la position de la ligne Vi, qui doit être perpendiculaire aux lignes ui , vo ; Pour cela on joindra les points u , v , par la corde uv , que l'on prolongera en S, jusqu'à ce que vS soit à uS comme q est à p : on tirera ensuite la ligne SVi , qui sera parallèle à FA; car menant les perpendiculaires ui , vo , on aura $ui:vo = uS:vS = p:q$, donc &c.

VIII. L'angle OVF fera donc égal à l'angle de la ligne FA avec FV. Mais pour trouver plus facilement cet angle par l'expression analytique de sa tangente, ou de son sinus, on menera les perpendiculaires Vo' , uv' sur la ligne Fv, & on imaginera la ligne uo'' parallèle à Vo : cela posé on nommera $Vo' = A$; $uv' = a$; $v'o' = B$; vv' , b , $v'o'' = x$; & à cause des triangles semblables $V\omega o'$, $uv'o''$, on aura $o\omega' = \frac{Ax}{a}$; & les triangles semblables $vu'o''$, $vS\omega$ donneront $o''\omega$:

$$v\omega = uS: vS = p: q \text{ donc } p: q = B + \frac{Ax}{a} - b - x: B + \frac{Ax}{a}, \text{ donc } x = \frac{pBa - qBa + qba}{-pA + qA - qa}. \text{ Donc } \frac{x}{a} \text{ ou la tangente de l'angle } v'u'o'', \text{ égal au complément de l'angle } v'FP, \text{ est}$$

$$\frac{B - \frac{qb}{q-p}}{\frac{qa}{q-p} - A}$$

PROBLEME.

IX. Cinq observations d'une Planete étant données, pourvu qu'elles soient toutes faites dans la conjonction, ou toutes dans l'opposition, ou les unes dans la conjonction & les autres dans l'opposition, trouver la position de la ligne des noeuds, l'inclinaison de l'orbite, la position de la ligne des apsides, le tems de la révolution

tion periodique de la Planete, le rapport de son excentricité à sa moyenne distance, enfin le rapport de sa moyenne distance avec celle de la terre au Soleil.

10. Pour déterminer la position de la ligne des nœuds, on remarquera que l'orbite de la Planete, & sa projection sur le plan de l'Ecliptique, peuvent ainsi que l'orbite de la terre, être pris d'abord pour des cercles dont le Soleil occupe le centre. Soit donc l'O (fig. 5.) la projection de l'orbite, O, F, deux points rapportés à l'Ecliptique, dans lesquels la Planete se trouve dans deux des observations, & qui soient tous deux des points de conjonction ou des points d'opposition; soit enfin SV la ligne des nœuds, & soient imaginées, OV, Fu, perpendiculaires à cette ligne; il est evident que ces lignes OV, Fu, seront entr'elles à très peu près comme les sinus ou les tangentes des latitudes observées en O & en F. Soit $\frac{m}{n}$ le rapport de ces tangentes ou de ces sinus, la question se réduira donc à trouver la position de la ligne SV, telle que les perpendiculaires OV, Fu, à cette ligne soient entr'elles comme m à n , ou ce qui revient au même, tirant OZ parallele à SV, il faudra que $SZ = \frac{FS \times m}{n}$, donc

$$FZ = \frac{FS \cdot \frac{n - m}{m}}{m}. \text{ Ainsi faisant } FS = 1, \text{ le sinus de l'angle } FSO = e, \text{ son sinus versé } = e, \text{ on aura la tangente du compl. de l'angle FSV} = \frac{\frac{n - m}{m} - e}{e}.$$

20. Soit ϵ le sinus versé inconnu de l'angle d'inclinaison de l'orbite, prenant toujours le rayon SO pour sinus total, il est facile de voir que l'angle qui répond à l'angle de projection KSO, dans l'orbite réelle, sera KSO + ϵ . OV. SV, & qu'ainsi l'angle qui répond dans l'orbite réelle, à l'angle de projection FSO, sera FSO + ϵ (Fu. Su -- OV: SV). Or comme l'angle FSO est connu

par observation, il s'ensuit qu'on aura l'expression de l'angle correspondant dans l'orbite réelle, & que cette expression sera égale à une quantité connue, plus au produit de ϵ , par une quantité aussi connue, (on peut observer en passant que la quantité qui multiplie ϵ , est égale au double du sinus de l'angle $2FSK$, moins le double du sinus de l'angle $2OSK$.)

30. Imaginons à présent que G, g, γ , (fig. 3.) soient les trois lieux de la Planete dans son orbite réelle, répondans à trois des observations, il est certain qu'on connoitra les tems t, t' employés par la Planete à aller de G en g , & de G en γ , & que de plus les angles $GFg, GF\gamma$, seront égaux à des quantités connues, plus à des produits de ϵ par des quantités connues. Or par la loy de Kepler, on

aura (en nommant T le tems de la révolution periodique) $\frac{t}{T} =$

$$\frac{\text{Se&ct. } GgF}{\text{air. Ellipt.}} = (\text{art. 6.}) \frac{\text{angl. } gFG}{360^\circ} + \frac{2\epsilon \times ui}{360^\circ \cdot a} \text{ \& par la me-}$$

$$\text{me raison } \frac{t'}{T} = \frac{\text{Se&ct. } GF\gamma}{\text{air. Ellipt.}} = \frac{\text{angl. } \gamma FG}{360^\circ} + \frac{2\epsilon \cdot vo}{360^\circ \cdot a},$$

$$\text{done } ui:vo::\frac{t}{T} - \frac{\text{angl. } gFG}{360^\circ}:\frac{t'}{T} - \frac{\text{angl. } \gamma FG}{360^\circ}. \text{ Donc le}$$

rapport $\frac{p}{q}$ de ui à vo sera exprimé par une quantité qui ne contiendra d'inconnues que T & ϵ .

40. Par la meme raison, comme les angles VFa, VFv (fig. 4.) sont exprimés par des quantités dans lesquelles il n'entre d'inconnue que le sinus versé ϵ , qui est toujours une quantité assez petite, les lignes qu'on a nommées A, a, b , dans l'art. 8. seront aussi exprimées par des quantités qui ne renfermeront d'inconnue que ϵ ; donc la tangente de l'angle $Fv\pi$, complement de celui que fait la ligne des abscisses FA avec un rayon Fv de l'orbite, sera exprimée par une quantité, où il n'y aura que T & ϵ d'inconnues. Or comme il y a cinq
observa-



observations, on aura 3 valeurs de cette tangente, & ces trois valeurs étant comparées entr'elles donneront les inconnuës T & ϵ .

50. Les quantités T, ϵ , étant connuës, on aura la position de la ligne des abscides par la valeur de la tangente de l'angle Fv π ; on aura par conséquent la ligne ui & l'angle VF u , ou GFg; & pour avoir le rapport $\frac{\epsilon}{a}$ de l'excentricité à la moyenne distance, on

$$\text{fera } \frac{\epsilon}{a} = \left(\frac{t}{T} - \frac{\text{angl. } gFG}{360^\circ} \right) \times \frac{360^\circ}{2. \pi i}.$$

60. Il ne reste plus à trouver que la moyenne distance de la Planete, ou le rapport du grand axe de son orbite avec le grand axe de l'orbite de la terre: or c'est à quoy on peut parvenir par differens moyens. En premier lieu, par la quantité absolüe de la latitude, car l'orbite de la Planete étant trouvée quant à l'espèce & quant à la position, un des angles de latitude observés, donnera de plus le rapport du rayon de cette orbite, avec le rayon correspondant de l'orbite Terrestre. En second lieu, connoissant le tems periodique de la Planete, on connoitra le rapport de l'axe de son orbite avec celui de l'orbite de la Terre, par la loy de Kepler. Enfin on peut aussi trouver l'axe de l'orbite à peu près, par trois observations, F, O, R, (fig. 5.) dont deux F, O, soient faites en conjonction, & la troisième R dans l'opposition; car les deux observations F, O, donneront la position de la ligne des noeuds S K: or la tangente de la latitude en R fera à la tangente de la latitude en O = $\frac{RF}{ST - OS}$:

$\frac{OV}{ST + OS}$ (ST étant le rayon de l'orbite terrestre). D'où l'on connoitra le rapport de ST à OS; c. à d. le rapport des rayons des deux orbites.

REMARQUE

X. On peut encore trouver l'inclinaison de l'orbite par une methode independante de celle que nous venons d'expliquer,
car

car connoissant le tems que la Planete met à parcourir l'angle O S F, on connoitra à peu près le tems de sa révolution periodique, d'où l'on déduira par la loy de Kepler le rapport de S T à O S. Or les sinus des latitudes observées en F & en O, donneront la position de la ligne des noeuds, & de plus, comme le rapport de T S à S O est donné, ces mêmes sinus donneront aussi l'inclinaison de l'orbite

REMARQUE II.

XI. Il est visible que le Probleme qui consiste à déterminer l'orbite de la Terre par trois observations, en supposant que la longueur de l'année soit connue, n'est qu'un cas particulier de celui-cy, & qu'on peut le résoudre fort simplement par la methode du Probleme precedent, en faisant $\epsilon = 0$, & supposant T donnée, on n'aura pour lors qu'une seule valeur de la tangente de l'angle F ν π , & la valeur de cette tangente ne renfermera que des quantités connues. Si T n'étoit pas donné, il faudroit 4 observations, & on auroit deux valeurs de la tangente, lesquelles serviroient à déterminer T.

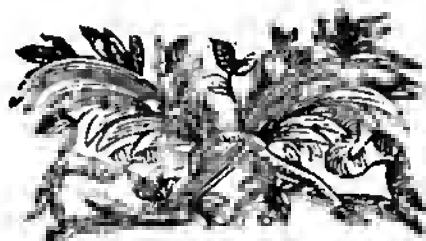
REMARQUE III.

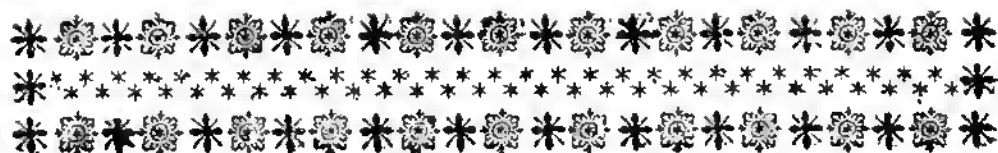
XII. Après avoir résolu par la voye, que nous venons d'expliquer, le Probleme general, il est visible qu'on pourra facilement en trouver une nouvelle solution plus approchée, & des déterminations plus exactes de chaque inconnüe. C'est sur quoy il ne me paroît pas nécessaire de m'arrêter, parce que mon but est de donner simplement icy l'esprit & l'idée de la methode.

REMARQUE IV.

XIII. La manière dont j'ai enseigné dans l'art. 8. à trouver analytiquement la position de la ligne F A, (fig. 3.) en connoissant le rapport de ui à $\nu 0$, peut être aussi fort utile pour résoudre par le calcul un autre Probleme d'Astronomie, qui consiste à trouver l'orbite lorsqu'on connoît trois distances G F, g F, γ F & l'angle qu'elles comprennent. Car soient x , x' , x'' , ces distances, & q , q' , q'' les

les cosinus des angles correspondans GFA , gFA , γFA , on aura
 $x = \frac{aa - ee}{a - eq}$; $x' = \frac{aa - ee}{a - eq'}$; $x'' = \frac{aa - ee}{a - eq''}$ donc
 $x : x' = \frac{a}{e} - q' : \frac{a}{e} - q$; & $x : x'' = \frac{a}{e} - q'' : \frac{a}{e} - q$. donc $x - x' : x' = q - q' : \frac{a}{e} - q$; &
 $x - x'' : x'' = q - q'' : \frac{a}{e} - q$. Donc $q - q' : q - q'' = \frac{x - x'}{x'} : \frac{x - x''}{x''}$, c. à. d, (fig. 3.) que Pp
 fera à $P\pi$ dans le rapport connu de $\frac{x - x'}{x'}$ à $\frac{x - x''}{x''}$. Or
 il est facile de déterminer par ces conditions la position de la ligne
 FA , en employant une methode analogue à celle de l'art. 8. cy
 dessus: A l'égard du rapport $\frac{a}{e}$, de l'excentricité à la moyenne
 distance, ce rapport sera connu dès que la position de FA le
 sera, car $\frac{a}{e} = \frac{x' \cdot (q - q')}{x - x'} + q$.





M E T H O D E
POUR TROUVER LES VRAIS MOMENS TANT
DES NOUVELLES QUE DES PLEINES LUNES,
P A R M R. E U L E R.



I.

quelques nombreuses que soient les inégalités dans le mouvement de la Lune, l'on fait que dans les conjonctions & les oppositions elles se réduisent à un fort petit nombre ; puisque dans ces saisons toutes les inégalités, qui dépendent de l'aspect de la Lune au Soleil, ou évanouissent, ou se joignent à d'autres, qui se règlent uniquement, ou sur l'anomalie de la Lune, ou sur celle du Soleil, ou sur les deux ensemble. Aussi a-t-on remarqué, que presque toutes les tables Astronomiques de la Lune, quelque diversité qu'il se trouve d'ailleurs entr'elles, ne diffèrent pas considérablement sur les tems des oppositions & conjonctions. Cependant il s'en faut beaucoup, que l'Astronomie soit portée par rapport à ce sujet à un degré de précision, dont on pourroit être content ; car suivant les meilleures tables, qui sont en usage jusqu'ici, on se trompe souvent jusqu'à un demi-quart-heure & au delà, quand on veut assigner le vrai moment d'une conjonction ou opposition ; ce qui rend le calcul des Éclipses trop incertain, pour en pouvoir conclurre la longitude des lieux, à moins qu'on n'ait des observations correspondantes.

II. Dans

II. Dans le dessein de fixer plus exactement les elemens du mouvement de la Lune, & particulièrement pour en pouvoir déterminer avec assés de précision les vrais momens des nouvelles & pleines Lunes, j'ai ramassé toutes les observations des Eclipses de Lune, que les plus habiles Astronomes ont faites avec tout le soin possible. Mais de peur qu'un trop long intervalle de tems ne trouble mes recherches par rapport au mouvement de l'apogée & des nœuds, j'ai jugé à propos de ne choisir que les observations, qui ont été faites depuis le commencement de ce siecle. Je n'en ai trouvé que treize, qui m'ont paru assés exactes, pour y pouvoir appliquer le calcul.

III. Pour arriver à ce but j'ai eu égard au tems milieu de chaque Eclipse, que j'ai trouvé marqué avec assés de précision. Et quoique ce moment ne soit pas justement celui de la vraie opposition, moyennant la connoissance du lieu du nœud, j'ai été en état de déterminer le vrai lieu de la Lune dans son orbite pour ce tems. Ensuite pour ce même instant, l'ayant réduit au tems moien j'ai calculé selon mes tables, ou plutot selon les formules algebriques, d'où elles sont tirées, la place de la Lune, pour voir combien elle differe de celle que j'avois concluë de l'observation. Les erreurs ainsi trouvées de mes formules monterent quelques fois jusqu'à 4'; mais par là même j'ai cherché, de combien je devrois changer mes formules, afin que les erreurs du calcul diminuassent, & qu'elles ne montassent jamais à une minute entière.

IV. C'étoit de fort peu de chose que j'avois besoin de changer mes formules pour arriver à ce but; & ayant trouvé ces changemens, je crois être en état de déterminer pour chaque Eclipse le moment milieu de sa durée avec autant de précision, que l'erreur du calcul se trouve toujours au dessous de deux minutes de tems. Et avec le même degré de précision, je pourrai assigner les momens de toute autre opposition ou conjonction. Or une erreur commise dans le tems d'une heure produisant sur la terre dans la longitude une de 15°: il est clair qu'une erreur de deux minutes, qu'on aura peut être commise dans le calcul d'une Eclipse, n'en feroit produire dans la longitude une

plus grande que d'un demi-degré. De sorte que quelque part qu'on ait observé une Eclipsé, on en pourra assigner la longitude à moins d'un demi-degré près; quand même cette Eclipsé n'auroit pas été observée ailleurs.

V. Je m'en vai donc expliquer les corrections de mes formules, que j'ai tirées de la comparaison du calcul avec les susdites treize observations des Eclipses de Lune. La premiere correction regarde le lieu moien de la Lune, son anomalie moienne, ou le lieu de l'apogée avec la longitude moienne du nœud ascendant; que j'ai déterminées pour le commencement de l'année 1701, ou plutôt pour le midy du dernier Decembre A. 1700, nouveau stile, tems moien à Paris, comme il suit :

Longitude moienne de la lune	5°, 20', 19", 45"
Anomalie moienne	6, 13, 26, 51.
Lieu de l'Apogée	11, 6, 52, 54.
Longitude moienne du Ω	4, 27, 56, 18.

D'où l'on déduira aisément les memes elemens pour tout autre tems proposé, vû que le mouvement moien de la longitude, de l'apogée & du nœud, est connu assez exactement.

VI. En comparant ces elemens avec les principales tables Astronomiques, on trouvera une petite difference, qu'il sera à propos de remarquer. Je ferai cette comparaison avec les tables de Mr. Casini, & celles qui se trouvent dans les Institutions d'Astronomie publiées tout nouvellement par Mr. le Monnier. Ces tables marquent pour le commencement de l'Anne 1701. à Paris.

	Tables de Mr. Casini.	Tables de Mr. le Monnier.
Longitude moienne de la Lune	5°, 20', 18', 19"	5°, 20', 19', 28"
Anomalie moienne de la lune	6, 13, 10, 48	6, 13, 13, 2
Longitude de l'Apogée	11, 7, 7, 27	11, 7, 6, 26
Longitude du Nœud Ω	4, 28, 2, 23	4, 27, 59, 18

VII. Donc

VII. Donc si l'on veut se servir des tables de Mr. Casini pour trouver ces elemens du mouvement de la Lune, il y faut apporter les corrections suivantes :

TABLES DE MR. CASSINI:

A la longitude moyenne ajoutez	1', 26"
De la longitude de l'Apogée ôtez	14', 31"
De la longitude du Nœud ôtez	6, 5

Mais les tables de Mr. le Monnier demanderont les corrections suivantes ;

TABLES DE MR. LE MONNIER :

A la longitude moyenne ajoutez	17"
De la longitude de l'Apogée ôtez	13', 32"
De la longitude de Nœud ôtez	3', 0"

Moyennant ces corrections on pourra se servir tant des tables de Mr. Casini, que de celles de Mr. le Monnier, pour en déterminer ces vrais elemens de la Lune à tout tems proposé.

VIII. L'autre conclusion, que j'ai tirée des treize eclipses de Lune mentionnées, regarde la longitude de la Lune dans son orbite au moment milieu d'une Eclipsé de Lune. Icy il faut remarquer, que dans cet instant le centre de la Lune ne se trouve pas exactement à l'opposite de celui du Soleil selon la longitude. Car pour avoir dans ce tems le vrai lieu du centre de la Lune, il faut du point opposé au centre du Soleil dans l'ecliptique mener une perpendiculaire sur l'orbite de la Lune, laquelle marquera sur cette orbite le vrai lieu du centre de la Lune. Or comment on doit par le seul calcul déterminer ce point de l'orbite de la Lune, où se trouve son centre au moment milieu d'une Eclipsé de Lune, j'ai trouvé la règle suivante.

IX. Premièrement, ayant réduit cet instant milieu au tems moyen, on doit commencer par calculer le vrai lieu du Soleil, avec son anomalie moyenne : de laquelle on tirera suivant la methode, que j'ai expliquée amplement dans le VII Tome des Commentaires de l'Aca-

demie de St. Petersbourg son anomalie excentrique : ou, pour cet effet on se pourra servir des tables Solaires, que j'ai inférées dans le recueil de mes *Opuscules*. Soit V cette anomalie excentrique du Soleil qu'on aura trouvée pour le tems proposé. Pour le même tems on cherchera ensuite la longitude moyenne de la Lune, celle de son nœud, & le lieu de l'apogée, ou son anomalie moyenne, de laquelle on tirera pareillement l'anomalie excentrique, que je nommerai $= v$, en se servant de la table cy-jointe.

X. Ayant ainsi trouvé pour le milieu de quelque Eclipsé de Lune

La longitude moyenne de la Lune $= \zeta$

L'anomalie excentrique de la Lune $= v$

L'anomalie excentrique du Soleil $= V$

On en tirera la longitude vraie de la Lune dans son orbite, que je nommerai $= \Phi$, par le moyen de la formule suivante.

$$\begin{aligned} \Phi &= \zeta - 17895'' \sin v + 809'' \sin V - 138'' \sin (v + V) \\ &\quad - 316 \sin 2v \quad \quad \quad - 4 \sin (v - V) \\ &\quad - 3 \sin 3v \quad \quad \quad - 33 \sin (2v - V) \end{aligned}$$

où le sinus total a été supposé $= 1$: desorte que par cette formule on trouve d'abord exprimé en minutes secondes ce qu'il faut ajouter ou retrancher de la longitude moyenne, pour avoir la longitude vraie dans son orbite.

XI. La même longitude vraie de la Lune dans son orbite au tems milieu d'une Eclipsé de Lune se doit trouver par l'observation même. Car ayant la longitude vraie du Soleil pour ce tems avec le lieu du nœud ascendant, en retranchant, ou ajoutant, 6 signes du lieu du Soleil, on aura la longitude du centre de l'ombre de la Terre. A laquelle on n'aura qu'à ajouter, ou en soustraire, ce que donnera la table cy-jointe; dont l'argument est:



Otez la longitude du noeud de la longitude du Soleil.

O Signes

ou :

VI Signes

degrés	Otez	
0	0 ^r .	0 ^{te}
1	0.	18
2	0.	36
3	0.	54
4	1.	12
5	1.	29
6	1.	47
7	2.	4
8	2.	21
9	2.	38
10	2.	55
11	3.	12
12	3.	28
	ajoutez	degrés
	V Signes ou XI Signes.	

XII. Ayant donc une double methode pour déterminer la longitude vraie de la Lune dans son orbite au moment milieu d'une eclipse de Lune, la premiere étant fondée sur la Theorie & l'autre sur l'observation; leur accord, qui dans les treize eclipses, que j'ai examinées, se trouve à moins de 50'' parfait, prouve la verité de la formule, que je viens d'expliquer. Et partant cette même formule se doit trouver conforme à la verité dans toutes les autres situations semblables de la Lune au Soleil; ce qui arrive dans les tems des pleines Lunes. Mais il faut bien remarquer que cela ne fera pas le vrai moment

moment de l'opposition, la quelle demande outre les équations du lieu de la Lune dans son orbite la réduction à l'ecliptique, qui n'est pas comprise dans ma formule. C'est pourquoi ma formule n'aura lieu, que lorsque la longitude de la Lune dans son orbite differera exactement de 6 signes de la longitude du Soleil: & comme cette opposition n'est pas la vraie opposition, je la nommerai dans la suite l'opposition dans l'orbite.

XIII. Cela remarqué, si à l'instant d'une telle opposition dans l'orbite nous saurons la longitude moyenne de la lune $= \zeta$, son anomalie excentrique $= v$, & l'anomalie excentrique Soleil $= V$; la longitude vraie de la lune dans son orbite sera suivant ma formule

$$\begin{aligned} \Phi &= \zeta - 17895'' \sin v + 809'' \sin V - 138'' \sin (v + V) \\ &\quad - 316 \sin 2v \quad \quad \quad - 4 \sin (v - V) \\ &\quad - 3 \sin 3v \quad \quad \quad - 33 \sin (2v - V) \end{aligned}$$

Or sachant le mouvement horaire de la Lune avec le lieu du noeud, i sera aisé de déterminer de l'instant de cette opposition dans l'orbite celui de la vraie opposition par rapport à l'ecliptique.

XIV. Cette formule serviroit aussi pour les conjonctions de la Lune & du Soleil, si les inégalités du mouvement étoient les mêmes dans les oppositions & dans les conjonctions: mais parmi les inégalités il se trouve une, qui change de signe pour les conjonctions; & à cause de laquelle on est obligé de faire un petit changement dans la formule donnée, pour qu'elle devienne applicable aux conjonctions dans l'orbite. Or je nomme pareillement conjonction dans l'orbite, lorsque la longitude de la Lune dans son orbite est égale à la longitude du Soleil: & j'ai trouvé, que si au moment d'une telle conjonction la longitude moyenne de la Lune est posée $= \zeta$, son anomalie excentrique $= v$, & l'anomalie excentrique du Soleil $= V$; la longitude vraie de la Lune dans son orbite sera

$$\begin{aligned} \Phi &= \zeta - 17988'' \sin v + 809'' \sin V - 138'' \sin (v + V) \\ &\quad - 316 \sin 2v \quad \quad \quad - 4 \sin (v - V) \\ &\quad - 3 \sin 3v \quad \quad \quad - 33 \sin (2v - V) \end{aligned}$$

qui ne differe de la precedente que dans le coëfficient du terme $\sin v$.

XV,

XV. Quoique ce moment d'une opposition, ou conjonction, dans l'orbite, soit à l'ordinaire précisément ce qu'on cherche, & que par conséquent ces formules paroissent estre inutiles pour ce dessein: j'ai pourtant trouvé moyen de déterminer à l'aide de ces formules les vrais momens de toutes les oppositions & conjonctions dans l'orbite: d'où l'on pourra aisément ensuite trouver les momens des vraies oppositions, ou conjonctions, sachant le mouvement horaire & l'argument de la latitude. Par ce moyen le calcul des Eclipses fera non seulement fort considérablement abrégé, mais il fera aussi porté à un presque si haut degré de précision, qu'on peut souhaiter.

XVI. Pour déterminer ces momens des conjonctions & oppositions dans l'orbite, on doit chercher premièrement les momens des conjonctions & oppositions moyennes, où les longitudes moyennes du Soleil & de la Lune sont égales, ou différent de 6 signes. Puisque le tems d'un mois synodique moyen est connu, savoir de $29^j, 12^h, 44', 3''$, il suffit de savoir le moment d'une conjonction ou opposition moyenne quelconque, pour en déduire toutes les autres. Pour cet effet je chercherai la premiere conjonction moyenne pour le Meridien de Paris, qui a du arriver au commencement de ce siecle, ou A. 1701. Or pour le commencement de l'An. 1701 nous avons

la longitude moyenne de la Lune - - $5s, 20^{\circ}, 19' 45''$

la longitude moyenne du Soleil - - $9, 9, 52, 48$

la Lune est encore éloigné du Soleil de - - $3, 19, 33, 3$

Or celle avance vers le Soleil en *jours* - - $3, 7, 31, 33$

$12, 1, 30$

en 23^h - - $11, 40, 58$

$20, 32$

en $40'$ - - $20, 19$

13

en $25''$ - - 13

0

Donc la premiere conjonction moyenne est arrivée à Paris, nouveau stile A. 1701. Janv. 8j, 23^h, 40', 25''

XVII. Puisqu'on doit savoir pour chaque tems la longitude moyenne & l'anomalie moyenne, tant du Soleil que de la Lune, avec le lieu moyen du noeud ascendant, je determinerai ces choses pour le tems trouvé :

	Long. moy. ☉	An. m. ☉	Long. moy. ☿	An. m. ☿	Long. ☊
A. 1701	9, 9, 52, 48	6, 2, 7, 8	5, 20, 19, 45	6, 13, 26, 51	4, 27, 56, 18
Janv. 8 ^j	7, 53, 7	7, 53, 6	3, 15, 24, 40	3, 14, 31, 12	25, 25
33 ^h	56, 40	56, 40	12, 37, 39	12, 31, 15	3, 3
40'	1, 39	1, 39	21, 58	21, 46	5
25''	1	1	14	14	28, 33
	9, 18, 44, 16	6, 10, 58, 34	9, 18, 44, 16	10, 10, 51, 18	4, 27, 27, 45

Donc nous avons la position fondamentale qui suit :

A Paris r. m. | Long. moy. ☉ | An. m. ☉ | An. m. ☿ | Long. ☊ |
A. 1701. Janv. 8j, 23^h, 40', 25'' | 9°, 18', 44'', 16''' | 6°, 10', 58'', 34''' | 10°, 10', 51'', 18''' | 4°, 27', 27'', 45''' |
de laquelle on pourra déduire les tems de toutes les autres conjonctions, ou oppositions moyennes, puisqu'on fait qu'une révolution ou lunaison moyenne se fait en 29j, 12^h, 44', 3'' dont la moitié est 14j, 18^h, 22', 1½'', qui est le tems depuis une conjonction à l'opposition suivante moyenne, & dans ces intervalles la longitude moyenne du Soleil, les anomalies & le noeud, se changent comme il suit

	mouv. m. ☉	an. m. ☉	an. m. ☿	Mouv. ☊
1 R: 29, 12, 44, 3	0°, 29', 6'', 24'''	0°, 29', 6'', 20'''	0°, 25', 49', 1''	0°, 1', 33', 50'''
½ R: 14, 18, 22, 1½	0, 14, 33, 12	0, 14, 33, 10	6, 12, 54, 30	0, 0, 46, 55

XVIII. De là on dressera aisément la table suivante.

Pendant. --	☉	Mouv. m. ☉	An. moy. ☉	An. moy. ☽	Mouv. du ☽	Ann. Comm.
14, 18, 22, 1 $\frac{1}{2}$ "	6s	0s, 14°, 33', 12"	0s, 14°, 33', 10"	6s, 12°, 54', 30"	0s, 0°, 46', 55"	Janv. 14
29, 12, 44, 3	0	0, 29, 6, 24	0, 29, 6, 20	0, 25, 49, 1	0, 1, 33, 50	Jann. 29
44, 7, 6, 4 $\frac{1}{2}$	6	1, 13, 39, 36	1, 13, 39, 29	7, 8, 43, 31	0, 2, 20, 45	Fevr. 13
59, 1, 28, 6	0	1, 28, 12, 48	1, 28, 12, 39	1, 21, 38, 1	0, 3, 7, 40	Fevr. 28
73, 19, 50, 7 $\frac{1}{2}$	6	2, 12, 46, 0	2, 12, 45, 48	8, 4, 32, 31	0, 3, 54, 31	Mars. 14
88, 14, 12, 9	0	2, 27, 19, 12	2, 27, 18, 58	2, 17, 27, 2	0, 4, 41, 29	Mars. 29
103, 8, 34, 10 $\frac{1}{2}$	6	3, 11, 52, 24	3, 11, 52, 7	9, 0, 21, 32	0, 5, 28, 24	Avril. 13
118, 2, 56, 12	0	3, 26, 25, 36	3, 26, 25, 17	3, 13, 16, 2	0, 6, 15, 19	Avril. 28
132, 21, 18, 13 $\frac{1}{2}$	6	4, 10, 58, 49	4, 10, 58, 26	9, 26, 10, 32	0, 7, 2, 13	Maj. 12
147, 15, 40, 15	0	4, 25, 32, 1	4, 25, 31, 36	4, 9, 5, 3	0, 7, 49, 8	Maj. 27
162, 10, 2, 16 $\frac{1}{2}$	6	5, 10, 5, 13	5, 10, 4, 45	10, 21, 59, 33	0, 8, 36, 2	Juin. 11
177, 4, 24, 18	0	5, 24, 38, 25	5, 24, 37, 55	5, 4, 54, 3	0, 9, 22, 57	Juin. 26
191, 22, 46, 19 $\frac{1}{2}$	6	6, 9, 11, 37	6, 9, 11, 5	11, 17, 48, 33	0, 10, 9, 52	Juil. 10.
206, 17, 8, 21	0	6, 23, 44, 49	6, 23, 44, 14	6, 0, 43, 3	0, 10, 56, 47	Juil. 25
221, 11, 30, 22 $\frac{1}{2}$	6	7, 8, 18, 2	7, 8, 17, 24	0, 13, 37, 34	0, 11, 43, 42	Aout. 9
236, 5, 52, 24	0	7, 22, 51, 14	6, 22, 50, 33	6, 26, 32, 4	0, 12, 30, 37	Aout. 24
251, 0, 14, 25 $\frac{1}{2}$	6	8, 7, 24, 26	8, 7, 23, 43	1, 9, 26, 34	0, 13, 17, 31	Sept. 8
265, 18, 36, 27	0	8, 21, 57, 38	8, 21, 56, 52	7, 22, 21, 4	0, 14, 4, 26	Sept. 22
280, 12, 58, 28 $\frac{1}{2}$	6	9, 6, 30, 50	9, 6, 30, 1	2, 5, 15, 34	0, 14, 51, 21	Oct. 7
295, 7, 20, 30	0	9, 21, 4, 3	9, 20, 3, 11	8, 18, 10, 5	0, 15, 38, 16	Oct. 22
310, 1, 42, 31 $\frac{1}{2}$	6	10, 5, 37, 16	10, 5, 36, 20	3, 1, 4, 35	0, 16, 25, 11	Nov. 6
324, 20, 4, 33	0	10, 20, 10, 28	10, 19, 9, 39	9, 13, 59, 5	0, 17, 12, 6	Nov. 20
339, 14, 26, 34 $\frac{1}{2}$	6	11, 4, 43, 40	11, 4, 42, 40	3, 26, 53, 35	0, 17, 59, 1	Dec. 5
354, 8, 48, 36	0	11, 19, 16, 51	11, 19, 15, 49	10, 9, 48, 5	0, 18, 45, 56	Dec. 20
369, 3, 10, 37 $\frac{1}{2}$	6	0, 3, 50, 3	0, 3, 48, 59	4, 22, 42, 35	0, 19, 32, 51	
383, 21, 32, 39	0	0, 18, 23, 15	0, 18, 22, 9	11, 5, 37, 6	0, 20, 19, 46	

XIX. Etant ainsi parvenu à des intervalles, qui excèdent un an, je passerai à des intervalles, qui renferment plusieurs années: Or comme une petite erreur commise dans les petits intervalles peut devenir très considérable dans les plus grands, j'ai rectifié de tems en tems les nombres trouvés par les tables Astronomiques; & par là on peut être assuré de la table suivante.



Pendant	☉	Mouv. m. ☉	An. moy. ☉	An. moy. ☽	Mouv. du ☽
C. 1 An. 4, 3, 10, 28''	6	0, 3, 50, 3''	0, 3, 42, 0''	4, 22, 42, 35''	0, 19, 32, 51''
C. 2 A. 8, 6, 21, 17	0	0, 7, 40, 7	0, 7, 38, 1	9, 15, 25, 11	1, 9, 5, 42
C. 3 A. 12, 9, 31, 55	6	0, 10, 30, 10	0, 10, 27, 1	2, 8, 7, 46	1, 28, 38, 33
C. 4 A. 16, 12, 42, 34	0	0, 15, 20, 14	0, 15, 16, 2	7, 0, 50, 23	2, 18, 11, 24
B. 4 A. 0, 18, 20, 33	6	0, 0, 47, 2	0, 0, 42, 50	0, 17, 55, 53	2, 17, 24, 29
C. 5 A. 4, 21, 31, 11	0	0, 4, 37, 5	0, 4, 31, 50	5, 10, 38, 28	3, 6, 57, 20
C. 6 A. 9, 0, 41, 50	6	0, 8, 27, 8	0, 8, 20, 51	10, 3, 21, 3	3, 26, 30, 11
C. 7 A. 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
B. 8 A. 1, 12, 41, 6	0	0, 1, 34, 4	0, 1, 25, 40	1, 5, 51, 46	5, 4, 48, 58
C. 9 A. 5, 15, 51, 44	6	0, 5, 24, 7	0, 5, 14, 40	5, 28, 34, 21	5, 24, 21, 49
C. 10 A. 9, 19, 2, 23	0	0, 9, 15, 10	0, 9, 3, 41	10, 21, 16, 56	6, 13, 54, 40
C. 11 A. 13, 22, 13, 1	6	0, 13, 5, 13	0, 12, 52, 41	3, 13, 59, 31	7, 3, 27, 31
B. 12 A. 2, 7, 1, 39	6	0, 2, 21, 6	0, 2, 8, 30	1, 23, 47, 39	7, 22, 13, 27
C. 13 A. 6, 10, 12, 17	0	0, 6, 11, 9	0, 5, 57, 30	6, 16, 30, 14	8, 11, 46, 18
C. 14 A. 10, 13, 22, 56	6	0, 10, 1, 12	0, 9, 46, 31	11, 9, 12, 50	9, 1, 19, 9
C. 15 A. 14, 16, 33, 34	0	0, 13, 51, 16	0, 13, 35, 31	4, 1, 55, 25	9, 20, 52, 0
B. 16 A. 3, 1, 22, 12	0	0, 3, 8, 8	0, 2, 51, 20	2, 11, 43, 32	0, 9, 37, 56
C. 17 A. 7, 4, 32, 50	6	0, 6, 58, 11	0, 6, 40, 20	7, 4, 26, 7	10, 29, 10, 47
C. 18 A. 11, 7, 43, 29	0	0, 10, 48, 14	0, 10, 29, 21	11, 27, 8, 42	11, 18, 43, 38
C. 19 A. 0, 16, 32, 8	0	0, 0, 5, 9	11, 29, 45, 12	10, 6, 56, 49	0, 7, 29, 33
B. 20 A. 3, 19, 42, 45	6	0, 3, 55, 11	0, 3, 34, 11	2, 29, 39, 24	0, 27, 2, 24
B. 40 A. 7, 15, 25, 30	0	0, 7, 50, 22	0, 7, 8, 22	5, 29, 18, 47	1, 21, 4, 47
B. 60 A. 11, 11, 8, 16	6	0, 11, 45, 33	0, 10, 42, 33	8, 28, 58, 11	2, 21, 7, 11
B. 80 A. 0, 12, 28, 59	6	0, 1, 7, 32	11, 29, 43, 32	5, 15, 43, 4	3, 17, 22, 40
B. 100 A. 4, 8, 11, 46	0	0, 5, 2, 44	0, 3, 17, 44	8, 15, 22, 28	4, 14, 25, 4
B. 200 A. 8, 16, 23, 32	0	0, 10, 5, 28	0, 6, 35, 28	5, 0, 44, 56	8, 28, 50, 8
B. 300 A. 13, 0, 35, 18	0	0, 15, 8, 12	0, 9, 53, 12	1, 16, 7, 24	1, 13, 15, 12
B. 400 A. 2, 14, 25, 3	6	0, 5, 37, 44	11, 28, 37, 46	3, 18, 35, 22	5, 26, 53, 21
B. 500 A. 6, 22, 36, 49	6	0, 10, 40, 38	0, 1, 55, 30	0, 3, 57, 50	10, 11, 18, 25



XX. Pour les principales époques de ce siècle nous trouverons les valeurs suivantes de ces elements.

A Paris t. m.	Long. moyen.	Anom. moy. ☉	An. moy. ☾	Long. ☊	
j b	☉				
A. 1701. Janv. 8, 23, 40', 25"	9, 18°, 44', 16"	0, 10°, 59', 48"	10, 10°, 51', 18"	4, 27°, 27', 45"	δ
20 A. 3, 19, 32, 46	0, 3, 55, 12	6, 3, 34, 12	2, 29, 39, 24	0, 27, 2, 24	δ
A. 1721 Janv 12, 19, 23, 11	9, 22, 39, 28	6, 14, 34, 0	1, 10, 30, 42	4, 0, 25, 21	δ
A. 1741 Janv 16, 15, 5, 58	9, 26, 34, 40	6, 18, 8, 12	4, 10, 10, 6	3, 3, 22, 57	δ
fourr. 14, 18, 22, 1	0, 14, 33, 12	0, 14, 33, 10	6, 12, 54, 30	0, 0, 46, 55	δ
A. 1741 Janv 1, 20, 43, 57	9, 12, 1, 28	6, 3, 35, 2	9, 27, 15, 36	3, 4, 9, 52	δ
A. 1761 Janv 5, 16, 26, 43	9, 15, 56, 40	6, 7, 9, 14	0, 26, 55, 0	2, 7, 7, 28	δ
A. 1781 Janv 9, 12, 9, 30	9, 19, 51, 52	6, 10, 43, 26	3, 26, 34, 24	1, 10, 5, 4	δ

On pourra pareillement à l'aide de la table précédente monter aux siècles passés; mais puisque je n'ai vérifié ma formule que par des observations de ce siècle & du passé, & que le mouvement moyen, tant de la longitude, que de l'apogée & du noeud pour un trop grand intervalle de tems, pourroit avoir besoin de quelque correction, avant que je sois en état de decouvrir cette correction, je ne trouve pas à propos de faire usage de ces Tables, que pour le présent siècle.

XXI. Pour faire voir l'application de ces tables, je chercherai la conjonction moyenne de la Lune & du Soleil, qui doit arriver l'année prochaine A. 1748. bissextile vers la fin du mois de Juillet, laquelle sera ecliptique, & accompagnée d'une considerable Eclipsé du Soleil visible chez nous. Pour cet effet je commence par l'époque 1741. & le calcul fera.

	☾ ☉	Long. moy. ☉	An. moy. ☉	An. moy. ☾	Long. ☊
A. 1741. Janv. 1, 20, 43', 57"	6	9, 12°, 1', 28"	6, 3°, 35', 2"	9, 27°, 15', 36"	3, 4°, 9', 52"
7 A. 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
A. 1748. Janv. 15, 0, 36, 25	6	9, 24, 18, 39	6, 15, 44, 53	0, 23, 19, 15	10, 18, 6, 50
fourr. 14, 18, 22, 1	6	0, 14, 33, 12	0, 14, 33, 10	6, 12, 54, 30	0, 0, 46, 55
A. 1748. Janv. 0, 6, 36, 24	0	9, 9, 45, 27	6, 1, 11, 43	6, 10, 24, 45	10, 18, 53, 45
Juill. 25, 17, 8, 21	0	6, 22, 44, 49	6, 23, 44, 14	6, 0, 43, 3	0, 10, 56, 47
A. 1748. Juill. 25, 23, 22, 45	0	4, 3, 30, 16	0, 24, 55, 57	0, 11, 7, 48	10, 7, 56, 58

Or puisque cette année est bissextile, après le mois de Février il faut retrancher un jour, de sorte qu'à Paris cette moyenne conjonction doit arriver A. 1748. Juill. 24^j, 23^h, 22', 45'' tems moyen.

Et pour ce tems nous aurons les elemens suivans, tant du Soleil que de la Lune,

I. Longitude moyenne du Soleil	---	---	4,	3°,	30',	16''
II. Anomalie moyenne du Soleil	---	---	0,	24,	55,	57
III. Longitude moyenne de la Lune	---	---	4,	3,	30,	16
IV. Anomalie moyenne de la Lune	---	---	0,	11,	7,	48
V. Longitude moyenne du noeud ascend. Ω	---	---	10,	7,	56,	58

XXII. Or il s'agit presentement de trouver le vrai moment d'une conjonction, ou opposition dans l'orbite, sachant celui de la moyenne. Soit donc pour le moment d'une conjonction ou opposition moyenne,

- I. La longitude moyenne du Soleil = m
- II. L'anomalie moyenne du Soleil = U
- III. La longitude moyenne de la Lune = m ou $6^r + m$ dans les δ
- IV. L'anomalie moyenne de la Lune = u
- V. La longitude moyenne du noeud Ω = s

Supposons maintenant que la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, arrive x heures après la moyenne: & connoissant les mouvemens moyens horaires, nous aurons pour le moment de la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, ou pour le tems de la moyenne $+ x$ heures:

- I. La longitude moyenne du Soleil = $m + 147^{\frac{5}{6}} x''$
- II. L'anomalie moyenne du Soleil = $U + 147^{\frac{5}{6}} x''$
- III. La longitude moyenne de la lune = $m + 1976^{\frac{1}{2}} x'' (+ 6^r$ dans les $\delta)$
- IV. L'anomalie moyenne de la lune = $u + 1959^{\frac{3}{4}} x''$
- V. La longitude moyenne du Nœud Ω = $s - 8 x''$

Et dans ce tems la longitude vraie du Soleil doit être égale, ou opposée, à la longitude vraie de la Lune dans son orbite.

XXIII. Or mes formules renfermant les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune, avant que de passer outre, il faut chercher ces anomalies excentriques. Soit donc pour le tems de la conjonction ou opposition moyenne:

L'an 0

L'anomalie excentrique du Soleil = V

l'anomalie excentrique de la Lune = v

Or pour le moment de la conjonction, ou opposition vraie dans l'orbite, soit

l'anomalie excentrique du Soleil = $V + yx''$

l'anomalie excentrique de la Lune = $v + zx''$.

XXIV. Soit l'excentricité de l'orbite du Soleil = $e = 0,01676$

l'excentricité de l'orbite de la lune = $k = 0,05445$

& le rapport entre les anomalies moyennes & excentriques nous donnera ces égalités :

$$U = V + e \sin V; U + 147\frac{5}{8}x'' = V + yx''e + \sin(V + yx'')$$

$$u = v + k \sin v; u + 1959\frac{3}{4}x'' = v + zx''k + \sin(v + zx'')$$

Or comme l'anomalie excentrique reçoit à peu près les memes accroissemens que l'anomalie moyenne, il y aura à peu près $y = 147\frac{5}{8}$ & $z = 1959\frac{3}{4}$; & partant puisque

$$\left. \begin{aligned} \sin(V + yx'') &= \sin V + yx'' \cos V \\ \& \sin(v + zx'') &= \sin v + zx'' \cos v \end{aligned} \right\} \text{à peu près}$$

car il suffit dans les termes $e \sin(V + yx'')$ & $k \sin(v + zx'')$ qui sont fort petits, de prendre des valeurs approchantes. Par conséquent retranchant les premières égalités des autres, nous aurons :

$$147\frac{5}{8}x'' = yx'' + eyx'' \cos V \quad y = \frac{174\frac{5}{8}''}{1 + e \cos V}$$

$$1959\frac{3}{4}x'' = zx'' + kzx'' \cos v \quad \& \text{ partant } z = \frac{1959\frac{3}{4}''}{1 + k \cos v}$$

De sorte que pour le moment de la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, nous ayons

$$\text{l'anomalie excentrique du Soleil} = V + \frac{147\frac{5}{8}x''}{1 + e \cos V} = V'$$

$$\text{l'anomalie excentrique de la Lune} = v + \frac{1959\frac{3}{4}x''}{1 + k \cos v} = v'$$

XXV. Maintenant ayant trouvé les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune; la longitude vraie du Soleil sera égale à la longitude

gitude moyenne $- 2e \sin V' + \frac{1}{4} ee \sin 2V''$. Ou bien la longitude vraie du Soleil, au moment de la vraie conjonction ou opposition dans l'orbite, sera :

$$m + 147^{\frac{5}{8}} x'' - 2e \sin \left(V + \frac{147^{\frac{5}{8}} x''}{1 + e \cos V} \right) + \frac{1}{4} ee \sin \left(2V + \frac{295^{\frac{5}{8}} x}{1 + e \cos V} \right)$$

ou puisque l'angle $\frac{147^{\frac{5}{8}} x''}{1 + e \cos V}$ est fort petit :

$$m + 147^{\frac{5}{8}} x'' - 2e \sin V - \frac{295^{\frac{5}{8}} e x''}{1 + e \cos V} \cos V + \frac{1}{4} ee \sin 2V + \frac{73^{\frac{1}{2}} e x''}{1 + e \cos V} \cos 2V$$

ou bien la longitude du Soleil sera exprimée en secondes :

$$m - 6913^{\frac{1}{2}} \sin V + 14^{\frac{1}{2}} \sin 2V + x (147^{\frac{5}{8}} - 5'' \cos V)$$

omettant les termes, qui ne montent pas à une seconde.

XXVI. Pour trouver la longitude vraie de la Lune dans son orbite, puisque nous avons deux formules différentes pour les conjonctions & les oppositions, je les renfermerai dans une générale, qui posant la longitude moyenne de la Lune

$$\left\{ m + 1976^{\frac{1}{2}} x'' + \frac{6^s}{0^s} \right\} \text{ pour les } \left\{ \begin{matrix} p \\ p \end{matrix} = \zeta \right\} \text{ donne la longitude vraie de la Lune dans son orbite :}$$

$$\begin{aligned} \Phi = \zeta - \alpha \sin v' + \delta \sin V' - \epsilon \sin (v' + V') \\ - \zeta \sin 2v' - \zeta \sin (v' - V') \\ - \gamma \sin 3v' - \eta \sin (2v' - V') \end{aligned}$$

où les valeurs des coefficients seront :

Pour les conjonctions.

$$\begin{aligned} \alpha &= 17988'' \\ \zeta &= 316 \\ \gamma &= 3 \\ \delta &= 809 \\ \epsilon &= 138 \\ \zeta &= 4 \\ \eta &= 33 \end{aligned}$$

Pour les oppositions.

$$\begin{aligned} \alpha &= 17895'' \\ \zeta &= 316 \\ \gamma &= 3 \\ \delta &= 809 \\ \epsilon &= 138 \\ \zeta &= 4 \\ \eta &= 33 \end{aligned}$$

XXVII. Or puis que $v' = v + 1959\frac{3}{4}x'' - 1959\frac{3}{4}kx''\cos v + 980k^2x''(1 + \cos 2v)$
 & $V' = V + 147\frac{5}{8}x'' - 147\frac{5}{8}ex''\cos V$

nous en tirerons :

$$\begin{aligned} \sin v' &= \sin v + 1959\frac{3}{4}x''\cos v - 980kx'' - 980kx''\cos 2v + 490k^2x''\cos 3v \\ &\quad + 980k^2x''\cos v \\ &\quad + 490k^2x''\cos v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2v' &= \sin 2v + 3919\frac{1}{2}x''\cos 2v + 980k^2x'' - 1959\frac{3}{4}kx''\cos 3v + 980k^2x''\cos 4v \\ &\quad - 1959\frac{3}{4}kx''\cos v \\ &\quad + 1960k^2x''\cos 2v \end{aligned}$$

$$\sin 3v' = \sin 3v + 5879x''\cos 3v$$

$$\sin V' = \sin V + 147\frac{5}{8}x''\cos V - 74ex'' - 74ex''\cos 2V$$

$$\sin (v' + V') = \sin (v + V) + 2108x''\cos (v + V)$$

$$\sin (v' - V') = \sin (v - V) + 1812x''\cos (v - V)$$

$$\sin (2v' - V') = \sin (2v - V) + 3772x''\cos (2v - V)$$

& mettant pour k & e leurs valeurs :

$$\sin v' = \sin v + 1964\frac{1}{2}x''\cos v - 53x'' - 53x''\cos 2v + 1\frac{1}{2}x''\cos 3v$$

$$\sin 2v' = \sin 2v + 106\frac{3}{4}x''\cos 2v + 3x'' + 3925x''\cos 2v - 106\frac{3}{4}x''\cos 3v + 3x''\cos 4v$$

$$\sin V' = \sin V + 147\frac{5}{8}x''\cos V - 1\frac{1}{4}x'' - 1\frac{1}{4}x''\cos 2V$$

XXVIII. Donc mettant pour α , ϵ , γ , δ , ϵ , ζ , η leurs valeurs, nous aurons pour les conjonctions :

$$\alpha \sin v' = 17988'' \sin v + 171''x \cos v - 5x'' - 5''x \cos 2v$$

& pour les oppositions

$$\alpha \sin v' = 17895 \sin v + 170''x \cos v - 5''x - 5''x \cos 2v$$

& les autres termes tant pour les conjonctions, qu'oppositions

$$\epsilon \sin 2v' = 316'' \sin 2v + 6''x \cos 2v$$

$$\gamma \sin 3v' = 3 \sin 3v$$

$$\delta \sin V' = 809 \sin V + \frac{1}{2}x \cos V$$

$$\epsilon \sin (v' + V') = 138 \sin (v + V) + 1\frac{1}{2}x \cos (v + V)$$

$$\zeta \sin (v' - V') = 4 \sin (v - V)$$

$$\eta \sin (2v' - V') = 33'' \sin (2v - V) + \frac{1}{2}x'' \cos (2v - V)$$

Donc la longitude vraie de la Lune dans son orbite sera pour les conjonctions :

$$\begin{aligned}
 m - 17988'' \text{ si } v + 809'' \text{ si } V & + x \left\{ \begin{array}{l} 1981'' + \frac{1}{2} \cos V \\ -171 \cos v - 1\frac{1}{2} \cos(v+V) \\ -1 \cos 2v - \frac{1}{3} \cos(2v-V) \end{array} \right\} \\
 - 316 \text{ si } 2v - 138 \text{ si } (v+V) & \\
 - 3 \text{ si } 3v - 4 \text{ si } (v-V) & \\
 - 33 \text{ si } (2v-V) &
 \end{aligned}$$

& pour les oppositions :

$$\begin{aligned}
 6s + m - 17895'' \text{ si } v + 809'' \text{ si } V & + x \left\{ \begin{array}{l} 1981'' + \frac{1}{2} \cos V \\ -170 \cos v - 1\frac{1}{2} \cos(v+V) \\ -1 \cos 2v - \frac{1}{3} \cos(2v-V) \end{array} \right\} \\
 - 316 \text{ si } 2v - 138 \text{ si } (v+V) & \\
 - 3 \text{ si } 3v - 4 \text{ si } (v-V) & \\
 - 33 \text{ si } (2v-V) &
 \end{aligned}$$

XXIX. Egalons premièrement la longitude de la Lune trouvée pour les conjonctions à la longitude vraie du Soleil & nous obtiendrons cette équation.

$$\begin{aligned}
 o = -17988'' \text{ si } v + 7722 \text{ si } V & + x \left\{ \begin{array}{l} +1833 + 1\frac{1}{2} \cos V \\ -171 \cos v - 1\frac{1}{2} \cos(v+V) \\ -1 \cos 2v - \frac{1}{3} \cos(2v-V) \end{array} \right\} \\
 - 316 \text{ si } 2v - 14\frac{1}{2} \text{ si } 2V & \\
 - 3 \text{ si } 3v - 138 \text{ si } (v+V) & \\
 - 4 \text{ si } (v-V) & \\
 - 33 \text{ si } (2v-V) &
 \end{aligned}$$

D'où nous tirerons pour les conjonctions

$$\begin{aligned}
 x = & \frac{+17988 \text{ si } v - 7722 \text{ si } V + 138 \text{ si } (v+V) + 316 \text{ si } 2v + 14\frac{1}{2} \text{ si } 2V + 4 \text{ si } (v-V) + 3 \text{ si } 3v + 33 \text{ si } (2v-V)}{1833 - 171 \cos v + 5\frac{1}{2} \cos V - \frac{1}{3} \cos(2v-V) - 1 \cos 2v - 1\frac{1}{2} \cos(v+V)}
 \end{aligned}$$

mais pour les oppositions nous aurons :

$$\begin{aligned}
 x = & \frac{+17895 \text{ si } v - 7722 \text{ si } V + 138 \text{ si } (v+V) + 316 \text{ si } 2v + 14\frac{1}{2} \text{ si } 2V + 4 \text{ si } (v-V) + 3 \text{ si } 3v + 33 \text{ si } (2v-V)}{1833 - 170 \cos v + 5\frac{1}{2} \cos V - 1\frac{1}{2} \cos(v+V) - 1 \cos 2v - \frac{1}{3} \cos(2v-V)}
 \end{aligned}$$

XXXV Mais



XXX. Mais au lieu du dénominateur nous n'avons qu'à multiplier par

$$\frac{1}{1833} + \frac{171 \cos v}{1833^2} + \frac{1 \cos 2v}{1833^2} - \frac{5\frac{1}{2} \cos V}{1833^2} + \frac{1\frac{1}{2} \cos(v+V)}{1833^2} + \frac{\frac{1}{2} \cos(2v-V)}{1833^2}$$

$$+ \frac{171^2}{2 \cdot 1833^3} + \frac{171^2 \cos 2v}{2 \cdot 1833^3}$$

ou afin que la valeur du tems x soit exprimée en minutes secondes, ce multiplicateur sera :

$$1,9728 + 0,18297 \cos v + 0,00984 \cos 2v - 0,00588 \cos V + 0,0006 \cos(v+V) + 0,0003 \cos(2v-V)$$

ce qui donnera pour les conjonctions le tems x exprimé en minutes secondes :

$$\begin{aligned} x = & +35487'' \sin v - 15234'' \sin V + 269 \sin(v+V) - 706 \sin(v+V) + 1\frac{1}{2} \sin(v+2V) \\ & + 624 \sin 2v + 28 \sin 2V + 8 \sin(v-V) + 706 \sin(v-V) - 1\frac{1}{2} \sin(v-2V) \\ & + 6 \sin 3v + 13 \sin V + 64 \sin(2v-V) - 53 \sin(v+V) + 13 \sin(2v+V) \\ & + 1645 \sin 2v - 14 \sin V + 3 \sin(v-V) - 53 \sin(v-V) + 2 \sin(3v-V) \\ & + 29 \sin v + 28 \sin 2V + 38 \sin(2v-V) - 38 \sin(2v+V) \\ & + 29 \sin 3v - 3 \sin(v-V) - 1 \sin(2v+V) \\ & + 88 \sin 3v - 1 \sin(2v-V) \\ & - 88 \sin v + 14 \sin(2v+V) \\ & + 1 \sin 4v - 6 \sin(v+2V) \\ & + 6 \sin v + 3 \sin(3v-V) \end{aligned}$$

ou pour les conjonctions fera la valeur de x en secondes

$$\begin{aligned} x = & +35434'' \sin v - 15205'' \sin V - 490 \sin(v+V) - 12 \sin(2v+V) \\ & + 2270 \sin 2v + 56 \sin 2V + 661 \sin(v-V) + 101 \sin(2v-V) \\ & + 123 \sin 3v \end{aligned}$$

& pour les oppositions on aura

$$\begin{aligned} x = & +35248 \sin v - 15205 \sin V - 490 \sin(v+V) - 12 \sin(v+V) \\ & + 2261 \sin 2v + 56 \sin 2V + 661 \sin(v-V) + 101 \sin(2v-V) \\ & + 122 \sin 3v \end{aligned}$$

Ce tems étant ajouté au moment de la conjonction ou opposition moyenne, donnera le moment de la conjonction ou opposition vraie dans l'orbite.

XXXI. Pour trouver les diametres apparens, les parallaxes & les mouvemens horaires du Soleil & de la lune, j'ai trouvé ces formules :

Le diametre apparent du Soleil = $32', 13'' - 32'', 4 \cos V$

La parallaxe horizontale du Soleil = $12''$.

Le mouvement horaire du Soleil = $148'' - 5'' \cos V$

POUR LA CONJONCTION.

Le diametre de la Lune apparent = $31', 30'' - 122'' \cos v + 4'' \cos 2v$

Parallaxe horizontale = $57', 8'' - 222'' \cos v + 8'' \cos 2v$

Le mouvement horaire de la Lune

$$33', 41'' - 258'' \cos v + 11'', 7 \cos 2v - 1'', 8 \cos V + 1'', 4 \cos (v - V)$$

POUR LES OPPOSITIONS.

Le diametre de la Lune apparent = $31', 32'' - 122'' \cos v + 4'' \cos 2v$

Parallaxe horizontale de la Lune = $57', 10'' - 222'' \cos v + 8'' \cos 2v$

Le mouvement horaire de la Lune

$$33', 43'' - 258'' \cos v + 11'', 7 \cos 2v - 1'', 8 \cos V + 1'', 4 \cos (v - V)$$

Pour trouver la longitude vraie du noeud ascendant, soit α sa longitude moyenne, & qu'on cherche par les anomalies de la lune v & du Soleil V sa longitude égalée $\varepsilon = \alpha - 81'' \sin v + 585'' \sin V$.

Ensuite posant la longitude du Soleil = θ , la longitude vraie du noeud

$$\text{sera} = \varepsilon + 5850'' \sin 2(\theta - \varepsilon) - 85'' \sin 4(\theta - \varepsilon)$$

& enfin l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique

$$\text{sera} = 5^\circ, 8', 23'' + 525'' \cos 2(\theta - \varepsilon) - 7'' \cos 4(\theta - \varepsilon)$$

XXXII. Mais comme jusqu'ici j'ai supposé assez exactes les tables du Soleil, dont on se sert ordinairement, une petite erreur dans le lieu du Soleil ne manquera pas d'en produire une, peut être jusqu'à une minute, dans le tems d'une vraie conjonction, ou opposition. Pour cet effet ayant examiné un nombre considerable d'observations du Soleil, que Mr. le Monnier a faites avec la dernière exactitude, j'ai trouvé, que les tables du Soleil, qu'il a publiées dans ses Institutions Astronomiques, demandent les corrections suivantes.



I. A la longitude moyenne du Soleil il faut constamment ajouter — — — 3''

II. A la longitude de l'apogée du Soleil il faut ajouter constamment — — — 9' 45''.

III. La plus grande équation du Centre du Soleil doit être supposée — — — 1°, 55', 27''

& moyennant ces corrections, ces tables seront d'accord avec les observations à moins de 5'' près. Si faute de tables dressées sur ces corrections on veut se servir des formules algebriques, en supposant l'anomalie moyenne du Soleil = U , & l'anomalie excentrique = V , on aura cette premiere égalité.

$$U = V + 0,01679 \sin V$$

Ensuite posant la longitude moyenne = Σ & la vraie = Φ on aura

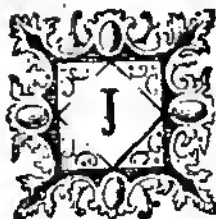
$$\Phi = \Sigma - 6927'' \sin V + 14\frac{1}{2}'' \sin 2V.$$

XXXIV. A cause de ces corrections, les tems des conjonctions ou oppositions moyennes marqués dans les tables précédentes doivent être avancés de 6'' : & dans les formules, qui expriment la valeur de x dans le XXX§. au lieu du terme — 15205 $\sin V$, il faut mettre celui - cy — 15265 $\sin V$. Or, puisque dans la réduction de mes formules principales au tems, j'ai été obligé de négliger plusieurs petits termes, si l'on veut avoir plus exactement le moment d'une conjonction, ou opposition vraie, on n'a qu'à calculer pour le moment, que la regle donnée vient d'indiquer, les lieux du Soleil & de la Lune, pour voir s'ils sont parfaitement d'accord; car s'il s'y trouve quelque petite difference, il sera aisé de rectifier le tems. J'ai cherché ces corrections sur un grand nombre d'Eclipses de la Lune, & c'est après ces corrections, que sont dressées les tables, qui se trouvent dans l'Almanac Astronomique pour l'année 1749.



M E T H O D E
DE TROUVER LE VRAI LIEU GEOCENTRIQUE DE
LA LUNE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCULTATION D'UNE
ETOILE FIXE.

P A R M R. E U L E R.



I.

e suppose qu'au lieu où l'observation se fait, l'elevation du pole soit connue, dont le complement PZ soit $= p$. Z marquant le zenith & P le pole (fig. I.)

II. Le moment, quand l'étoile S se cache derrière le disque de la Lune, sera déterminé selon le tems vrai, par lequel on connoitra l'angle horaire $A P \odot$ compris entre le meridien $A Z P$ & le cercle de déclinaison du Soleil $P \odot$: soit cet angle $A P \odot = b$, l'ascension droite du Soleil pour ce tems, ou l'angle $\gamma P \odot = a$.

III. De plus l'ascension droite de l'étoile S étant connue soit $= c$, & sa distance au pole ou l'arc $SP = d$; donc puisque $\gamma PS = c$, il y aura $\odot PS = c - a$, & partant l'angle $ZPS = b - c + a = e$.

IV. Dans le triangle PZS connoissant les cotés $PZ = p$, $PS = d$, avec l'angle $ZPS = e$ on trouvera $\cos ZS = \cos e \sin p \sin d + \cos p \cos d$.

cot

$$\cot PZS = \frac{\cos d \sin p - \cos e \sin d \cos p}{\sin e \sin d} \quad \& \quad \cot PSZ = \frac{\sin d \cos p - \cos e \cos d \sin p}{\sin e \sin p}$$

V. Par l'observation on connoitra le point S du disque de la Lune, où l'étoile se cache & l'angle S Z L, au centre de la Lune, que fait le rayon S L avec la ligne verticale Z L; soit cet angle S L Z = g ; d'où l'on tirera à peu près la distance apparente du centre de la Lune L au Zenith Z, ou l'arc Z L, qu'il suffira de connoître à peu près pour le commencement; soit donc Z L = b .

VI. Pour le tems de l'observation, l'ayant réduit au Meridien de Paris (ce qui se fera sans une erreur trop grossière, quoique la longitude du lieu de l'observation ne soit pas connue exactement; car il suffira de connoître ce tems à peu près) on calculera des tables de la Lune la parallaxe horizontale, & le diametre apparent horizontal, où l'on se trompera à peine de quelques secondes, quoique ni le tems soit exactement connu, ni les tables parfaites au dernier degré. Soit donc la parallaxe horizontale = μ & le demi diametre horizontal apparent = ν .

VII. Cela posé (fig. 2.) (où C T est le rayon de la Terre) soit r le vray rayon de la Lune, & nous aurons Z T L = b ; μ = $\frac{C T}{C L}$; ν = $\frac{r}{C L}$; & la vraie distance de la Lune au Zenith, vue du centre de la Terre, sera l'angle Z C L = b — C L T: or $\sin C L T$ = $\frac{C T \sin h}{C L}$ = $\mu \sin b$, lequel angle étant fort petit, nous aurons l'angle Z C L = $b - \mu \sin b$, & partant la parallaxe de hauteur = $\mu \sin b$. De plus le rayon apparent de la Lune S L (fig. 1.) sera au rayon horizontal ν comme C L: T L, d'où nous aurons S L = $\frac{\nu \cdot C L}{T L}$ = $\frac{\nu \sin h}{\sin(h - \mu \sin h)}$ = $\frac{\nu \sin h}{\sin h - \mu \sin h \cos h}$ ou S L = $\frac{\nu}{1 - \mu \cos h}$.

VIII. Ayant

VIII. Ayant à cette heure trouvé la vraie valeur de $S L = \frac{v}{1 - \mu \cos h}$ & l'angle $S L Z$ étant $= g$, le triangle $S L Z$ donnera: $\sin S Z : \sin g = \sin S L : \sin S Z L$; d'où nous aurons $\sin S Z L = \frac{\sin g \cdot \frac{v}{1 - \mu \cos h}}{\sin S Z}$. Mais nous nous pourrions passer de cet angle, en menant de S sur $Z L$ la perpendiculaire $S t$, dont on connoitra la valeur par l'observation, où il fera $S t = S L \cdot \sin g = \frac{v \sin g}{1 - \mu \cos h}$ de sorte qu'en tout cas on pourra réciproquement trouver l'angle $S L Z = g$, connoissant cette perpendiculaire $S t$.

IX. Ayant déjà trouvé $Z S$ & l'angle $Z S P$ soit $Z S = m$; $Z S P = n$, & nous aurons $\cos Z S t = \frac{\tan S t}{\tan m} = \frac{v \sin g}{(1 - \mu \cos b) \tan m}$ & $\cos Z t = \frac{\cos S t}{\cos m}$. Or puisque $Z t$ ne diffère que très peu de $Z S$, & que $S t$ est très petit, soit $Z t = Z S - \omega$, & nous aurons $\cos m \cos \omega + \sin m \sin \omega = \frac{\cos m}{1 - \frac{1}{2} S T^2} = \cos m + \frac{1}{2} \cos m \cdot S t^2$ & partant $\sin \omega = \frac{S t^2}{2 \tan m}$, ou $\omega = \frac{v v \sin g^2}{2 (1 - \mu \cos h)^2 \tan m}$, de sorte que $Z t = m - \frac{v v \sin g^2}{2 (1 - \mu \cos h)^2 \tan m}$ & $Z L = Z t + \frac{v}{1 - \mu \cos h} \cos g$, qui fera la véritable valeur de b , laquelle étant différente de celle qu'on aura trouvé auparavant, on la pourra substituer au lieu de celle-là, & refaire ce calcul.

X. Soient ces quantités que nous venons de trouver $S t = \frac{v \sin g}{1 - \mu \cos h} = q$; l'angle $Z S t = r$; de sorte que $\cos r = \frac{q}{\tan m}$,
nous

nous aurons $\mu S r = r - n$, & partant $S u = \frac{q}{\cos(r-n)}$, $r u = q \tan(r-n)$; & l'angle $S u r = 90^\circ - r + n$. Par conséquent $P u = d - \frac{q}{\cos(r-n)}$.

XI. Qu'on prenne $L l = \mu \text{ si } b$, pour avoir le vrai lieu géocentrique l du centre de la Lune; & il y aura $l u = \frac{v}{1-\mu \cos h} \cos g + q \tan(r-n) - \mu \text{ si } h = \frac{q}{\tan g} + q \tan(r-n) - \mu \text{ si } b = s$: de sorte que s sera connu $= l u$. De là on obtiendra: $P l = P u + s \text{ si } (r-n) = d - \frac{q}{\cos(r-n)} + \frac{q \text{ si } (r-n)}{\tan g} + \frac{q \text{ si } (r-n)^2}{\cos(r-n)} - \mu \text{ si } h \text{ si } (r-n)$. Et par conséquent la vraie distance du centre de la Lune au pôle sera:

$$P l = d - q \cos(r-n) - \frac{q \text{ si } (r-n)}{\tan g} - \mu \text{ si } h \text{ si } (r-n)$$

$$\begin{aligned} \text{XII. Depuis l'angle } l P S \text{ fera } &= \frac{s \cos(r-n)}{\text{si } P l} \\ &= \frac{\frac{q \cos(r-n)}{\tan g} + q \text{ si } (r-n) - \mu \text{ si } b \cos(r-n)}{\text{si } P l} \end{aligned}$$

Par conséquent l'ascension droite du centre de la Lune, ou l'angle $\gamma P l$, fera $= c - l P S$: & cet angle $l P S$ étant trouvé, on en obtiendra tant la déclinaison que l'ascension droite de la Lune, pour le moment de l'observation.

METHODE DE DETERMINER LA LONGITUDE DES LIEUX PAR L'OBSERVATION D'OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES PAR LA LUNE.

I.

Qu'on ait observé l'occultation de quelque étoile fixe par la Lune, par exemple à Paris, α heures après midy & que l'ascension droite de la Lune qu'on en a concluë, soit $= \zeta$.

II. Que dans un autre endroit plus occidental que Paris on ait observé la même occultation à β heures après midy, & que l'ascension droite de la Lune qu'on en a conclue, soit $= \eta$.

III. Pour le tems de l'observation à Paris, qu'on calcule le mouvement horaire de la Lune en ascension droite par les Tables Astronomiques; car, quoique ces Tables ne soient pas tout à fait exactes, le mouvement horaire qu'on en conclut, s'écartera à peine de quelques secondes du vrai. Soit donc le mouvement horaire en ascension droite $= \gamma$.

IV. Que la différence en longitude, qu'on veut chercher, entre Paris & l'endroit proposé, soit de z heures: & il y aura eu à Paris $\beta + z$ heures après midy, quand l'ascension droite de la Lune fut $= \eta$.

V. Or à Paris à α heures après midy l'ascension droite de la Lune a été observée $= \zeta$. Donc pendant le tems de $\beta + z - \alpha$ heures le mouvement de la Lune en ascension droite a été $= \eta - \zeta$, or ce mouvement doit être $= (\beta + z - \alpha) \gamma$, d'où l'on tirera $\beta + z - \alpha = \frac{\eta - \zeta}{\gamma}$ & la différence des longitudes qu'on cherche sera $z = \alpha - \beta + \frac{\eta - \zeta}{\gamma}$ heures.

VII. Quoi-

VII. Quoique j'aye supposé, que le lieu inconnu est plus occidental que Paris, il est evident que si la valeur de z se trouvera negative, il en faudra conclure que cet endroit est plus oriental.

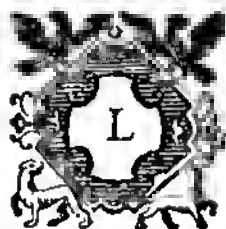
VII. En cas qu'après cette conclusion on trouveroit, que la longitude de l'endroit inconnu fut trop differente de celle qu'on avoit supposée dans le calcul de la parallaxe de la Lune au n°. 6. de la precedente methode; on corrigera maintenant ce calcul, & on reiterera la même recherche, jusqu'à la fin, pour trouver plus exactement la longitude qu'on cherche.





MEMOIRE SUR LA FORCE DES RAMES

PAR MR. EULER.



I.

orsqu'on considère l'action des rames, on est d'abord porté à croire qu'elle doit suivre les loix du levier : & c'est de ce principe qu'Aristote a déjà voulu déterminer la force des rames, dont les vaisseaux sont mis en mouvement. Or l'expérience a bientôt fait connoître, que ce Philosophe s'est trompé dans cette recherche, & Mr. Bouguer dans son excellent Traité sur le Navire, qu'il vient de publier, n'est pas peu surpris, que depuis le tems d'Aristote personne ne se soit appliqué avec plus de succès à développer cette question ; quoi que la Mécanique paroisse portée à présent à un si haut degré de perfection, qu'il semble qu'on ne dût plus être embarrassé sur de pareilles questions. Mr. Bouguer tâche donc de suppléer à ce défaut, en traitant cette matière sur la force des Rames avec beaucoup de soin ; mais quoiqu'il ait évité heureusement les fautes d'Aristote, & de ceux qui l'ont suivi, il s'en faut beaucoup, qu'il ait réussi tout à fait : il y a quelques petites circonstances auxquelles ce grand Geometre ne paroît pas avoir assez réfléchi, & par lesquelles l'action des Rames se trouve altérée fort considérablement. Mr. Bouguer trouve par sa Théorie que, pour que les Rames produisent le plus grand

grand effet, la partie de chaque rame qui est dans le vaisseau, doit être plus longue que celle qui est dehors: cependant on fait, que dans la pratique on observe une règle tout à fait opposée, & il n'y a aucun doute, que l'expérience cultivée depuis si longtemps n'ait donné à connoître à peu près la plus avantageuse proportion, qu'il faut mettre entre les parties des rames. Cette seule circonstance est suffisante à mon avis pour nous convaincre que la Théorie de Mr. Bouguer sur les rames n'est pas encore achevée, & j'espère de mettre cette matière tellement dans tout son jour, qu'il ne restera plus aucun doute, ni sur la vérité de la Théorie même, ni sur son accord avec l'expérience.

II. Il est vrai qu'il y a un grand rapport entre le levier & la rame: dans le levier il y a trois points à remarquer; le point d'appuy, celui où l'on applique la force, & celui auquel est attaché le fardeau, qui doit être mis en mouvement. Or la rame nous présente pareillement trois points à considérer: le premier, où le rameur applique sa force: le second est le point, où l'on appuie la rame sur le bord du vaisseau, & le troisième se trouve dans la pale, qui frappe l'eau. Mais on remarquera aussi d'abord une grande différence, & on ne saura déterminer, lequel de ces trois points dans la rame est celui d'appui, ou de l'attache du fardeau. D'un côté, le point où la rame est appuyée sur le bord du vaisseau, paroît répondre au point d'appuy du levier, mais alors ce seroit l'eau poussée par la pale, qui tiendroit lieu du fardeau, & non pas le vaisseau même: d'un autre côté, si l'on regarde la pale comme le point d'appuy, en quel cas la rame deviendroit un levier homodrome, on rencontrera d'autres difficultés, qui détruisent la ressemblance du levier. Car dans ce cas le point d'appuy ne sera point fixe, & comme la force du rameur agit dans le vaisseau même, qui doit être mis en mouvement, il en naît une circonstance singulière, qui ne se rencontre pas dans les leviers ordinaires. Ces considérations nous laissent en doute sur la force, par laquelle le vaisseau est immédiatement poussé; si c'est la force, que le rameur emploie sur la rame, ou celle dont le bord du vaisseau est poussé, ou enfin celle que la pale exerce sur l'eau. Dans cette incertitude on

doit tout à fait abandonner la considération du levier, & se tenir uniquement aux premieres loix de la Mécanique, pour en déterminer immédiatement le mouvement du vaisseau causé par l'action des rames.

III. Dans cette recherche il y a quantité de choses, auxquelles il faut avoir égard, si l'on veut déterminer le mouvement du vaisseau, qui est causé par l'action des rames. Premièrement, on doit considérer la masse du vaisseau, la vitesse qu'il a actuellement, & la résistance qu'il rencontre en sillant par l'eau avec cette vitesse. En second lieu, on doit regarder le poids & la figure de chaque rame, la quantité de la partie qui est dans le vaisseau, & de l'autre qui se trouve dehors, avec la surface de la pale dont l'eau est frappée. En troisieme lieu, il faut introduire dans le calcul la force que les rameurs appliquent aux rames, pour en déterminer la vitesse avec laquelle les pales fendent l'eau, & la résistance qu'elles y rencontrent: & comme dans chaque palade il n'y a qu'environ le tiers du tems, que la rame agit sur l'eau, le reste du tems étant employé à lever la rame & à la retirer, il est à remarquer que ce n'est que la force, que le rameur exerce, pendant que la pale est sous l'eau, qui est employée à pousser le vaisseau. Le nombre de ces considérations, dont dépend cette recherche, étant si grand, & celles qui sont connues étant mêlées avec les inconnues, on ne sera plus surpris pourquoi cette matiere a été si négligée jusqu'ici, & combien il est difficile de n'y tomber point dans l'erreur.

IV. De tous ces differens sujets, qu'il faut soigneusement distinguer les uns des autres, je commencerai par le vaisseau même; dont voici les dénominations:

1. Soit la masse du Vaisseau, ou son Poids $\equiv M$, qui étant égal au poids d'une masse d'eau, dont le volume est égal à la partie submergée du vaisseau, soit cette partie ou le volume d'eau égal en pesanteur au poids du vaisseau tout entier $\equiv g^3$ de sorte qu'on puisse se servir, ou de la lettre M , ou de l'expression g^3 pour marquer la masse du vaisseau.

2. Pour

2. Pour déterminer la résistance du vaisseau, qu'il effuye en fendant l'eau directement, ou suivant la direction de sa quille, on pourra concevoir une surface plane, qui en passant par l'eau directement, avec une egale vitesse, souffre une résistance egale : soit donc l'aire de cette surface $\text{---} \text{---} \text{---} = ff$, dont la détermination depend de la figure du vaisseau, qui sera d'autant plus petite, plus le vaisseau aura de façon, ou qu'il sera allongé vers la proue. Pour chaque vaisseau, je suppose que ces quantités g^3 & ff soyent déjà connues par l'expérience.
3. Pour désigner la vitesse du vaisseau je me servirai de la hauteur, dont un corps tombant acquiert la même vitesse. On fait que cette hauteur est proportionnelle au quarré de la vitesse; & connoissant cette hauteur on est en état de déterminer la vitesse même ou l'espace, que le vaisseau doit parcourir avec cette vitesse dans un tems donné, par exemple, dans une seconde. Soit cette hauteur generatrice de la vitesse du vaisseau $= v$: & il est reconnu, que si l'on exprime cette hauteur en milliemes parties du pied du Rhin, le vaisseau parcourra dans une seconde un chemin de $\frac{1}{4} \sqrt{v}$ pieds du Rhin: de sorte que sachant la hauteur v , on ne manquera pas de connoître la vitesse absoluë.
4. La force, dont le vaisseau est poussé en avant selon la direction de sa quille, soit égale au poids $= P$; & je me servirai de cette idée générale, jusqu'à ce que je serai en état de tirer sa valeur de l'action des rames, car avant que d'entreprendre cette recherche principale, je me vois obligé de déterminer en general le mouvement, qu'une force quelconque doit imprimer au vaisseau.

V. Ces dénominations avancées, il est clair que, si le vaisseau ne rencontroit aucune résistance, son acceleration, pendant qu'il parcourt l'element d'espace $= ds$, seroit exprimée par cette formule $M dv = P ds$. Mais à cause de la résistance il faut retrancher de la force poussante P la force qui résulte de la résistance. Or la résistance du vaisseau étant égale à celle qu'une surface plane $= ff$ souffriroit, si elle étoit muë directement avec une vitesse egale par l'eau. Cette vitesse étant supposée due à la hauteur v , on fait de la

Theorie



Theorie Hydrodynamique, que cette force en question est égale au poids d'une colonne d'eau, dont la base est égale à la surface $\equiv ff$ & la hauteur $\equiv v$. c. à d. au poids d'un volume d'eau $\equiv ff v$. Mais le poids d'un volume d'eau $\equiv g^3$ étant $\equiv M$, on aura la résistance, égale à un poids $\equiv \frac{ff v}{g^3} \cdot M$; qui étant retranché de la force pous-
sante $\equiv P$, le vaisseau sera poussé en avant avec la force $P - \frac{ff v}{g^3} M$, & l'accélération du vaisseau, pendant qu'il parcourt l'élément de l'espace $\equiv ds$, sera renfermée dans cette formule

$$M dv \equiv P ds - \frac{ff v}{g^3} M ds.$$

VI. Pour rendre cette formule plus commode, on pourra réduire le volume d'eau g^3 , égal en pesanteur au poids du vaisseau, à une colonne d'eau, dont la base $\equiv ff$ & la hauteur $\equiv b$; de sorte que $ff b$ exprime le volume de la partie submergée du vaisseau: ou on n'aura qu'à changer la partie submergée dans la forme d'un prisme, dont la base soit la surface ff , qui sert de mesure de la résistance, & la longueur sera la valeur de la lettre h . Ayant donc $g^3 \equiv ff b$, l'équation trouvée se changera en cette forme.

$$M h dv \equiv P h ds - M v ds$$

$$\text{d'où l'on tire: } ds \equiv \frac{M h dv}{P h - M v}$$

$$\& \text{ prenant l'intégrale: } s \equiv h \int \frac{P h}{P h - M v}$$

Où s sera l'espace, que le vaisseau aura parcouru, depuis le commencement de son mouvement jusqu'à ce qu'il aura atteint la vitesse qui répond à la hauteur v , étant constamment poussé par la force $\equiv P$.

VII. Si nous passons aux nombres, nous déterminerons pour chaque point du chemin, que le vaisseau parcourt, sa vitesse véritable. Car soit e le nombre dont le logarithme hyperbolique est $\equiv 1$; ou soit $e \equiv 2, 718281828459$

On aura cette équation :

$$s : b = \frac{P h}{P h - M v}$$

de laquelle on tire la valeur de v ;

$$v = \frac{P h}{M} \left(1 - e^{-s : h} \right)$$

Comme la valeur de b devient d'abord fort petite par rapport au chemin s , que le vaisseau parcourt, le terme $e^{-s : h}$ évanouira bientôt depuis le commencement ; de sorte qu'on ne se trompe pas, si l'on suppose

$$v = \frac{P h}{M}.$$

En effet on fait par expérience, que quelle que soit la force, dont le vaisseau est poussé, il en acquiert dans peu de tems un degré de vitesse, dont il paroît depuis continuer son mouvement sans aucune accélération. Il suffit donc pour mon dessein de connoître cette vitesse, & il importe fort peu, par quels degrés le mouvement est accéléré dans les premiers instans.

VIII. Il sera donc fort aisé de déterminer cette vitesse, qu'un vaisseau poussé par une force quelconque doit acquérir. Car ayant posé le poids du vaisseau $= M$, & la force dont il est poussé $= P$, on n'a qu'à considérer la partie submergée du vaisseau, & la changer dans une colonne cylindrique égale en volume, qui étant muë avec la même vitesse que le vaisseau selon sa longueur, en frappant l'eau d'une de ses bases perpendiculairement, souffre la même vitesse que le vaisseau. Cette réduction faite, que b marque la longueur de cette colonne, & la formule $\frac{P}{M} \cdot b$ donnera la hauteur v , de laquelle un

corps tombant acquiert la vitesse cherchée du vaisseau. Puisque $h = \frac{g^3}{ff}$, on aura $v = \frac{P}{M} \cdot \frac{g^3}{ff}$, & parce que M à g^3 a un rapport constant, la hauteur v ou le quarré de la vitesse du vaisseau sera comme $\frac{P}{ff}$. Or ff marque la résistance absolue, ou celle que le vaisseau sent étant porté d'un degré donné de vitesse; & partant on aura cette regle: Que le quarré de la vitesse est proportionnel à la force, dont le vaisseau est poussé, divisée par la résistance absolue.

IX. Réciproquement, si la vitesse du vaisseau est connue, ou la hauteur v , on en connoitra la force, dont le vaisseau est poussé: car posant cette force $= P$, on aura $P = \frac{M v}{h}$. On reconnoitra aisé-

ment, que cette même force sera requise pour arreter le vaisseau dans une riviere, qui se meut avec la même vitesse due à la hauteur v : & par cette considération, quelle que soit la vitesse du vaisseau sur la mer, nous pourrons regarder le vaisseau, comme s'il étoit en repos, pourvuque nous transportions son mouvement dans l'eau selon une direction contraire, & alors la force requise pour arreter

le vaisseau dans cet état de repos, sera $= \frac{M v}{h}$; pourvu que le mou-

vement soit uniforme: Mais si le mouvement du vaisseau est accéléré, desorte que la hauteur v acquiere un accroissement $= d v$, pendant qu'il parcourt l'element d'espace $d s$; on pourra de meme, tant le mouvement du vaisseau que son acceleration, transporter dans l'eau; or alors la force requise pour arreter le vaisseau dans cet état de repos sera $P = \frac{M v}{h} + \frac{M d v}{d s}$.

Fig. 1. X. Que AB represente donc la quille du vaisseau, A sa proue & B la poupe: & son mouvement, qui soit selon la direction $A a$ avec une vitesse due à la hauteur $= v$, soit transporté dans l'eau, qui se meuve avec la meme vitesse dans la direction $b q s$; de sorte que le vaisseau



vaisseau puisse être considéré comme arrêté en repos. Cela posé, je vais examiner l'effet d'une rame, pendant qu'elle est frappée dans l'eau, avec une force quelconque. Pour cet effet soit la rame représentée par la ligne *facbg*, dans laquelle il y a d'abord trois points à considérer.

1. Le point *a* auquel la force du rameur est appliquée ; ou s'il y a plusieurs rameurs, qui agissent sur divers points, le point *a* en fera le milieu ; de sorte que si l'on y conçoit appliquée une force égale à celles de tous les rameurs prises ensemble, elle produise le même effet.
2. Le point *b*, que je nommerai le centre de la pale ; car chaque point de la pale frappant l'eau, & en essuyant la force de la résistance, il y aura un point *b*, par lequel passe la moyenne direction de la résistance, & c'est ce que je nomme le centre de la pale, auquel sera rassemblée toute la force, que la pale soutient en frappant l'eau.
3. Le troisième point, auquel il faut avoir égard, c'est le point d'appuy *c* ; qui sera en repos de même que le vaisseau, pendant que la rame est poussée d'un mouvement angulaire autour de ce point *c*.

Ayant déterminé ces trois points principaux de la rame, nous y aurons deux parties à distinguer, celle qui est en dedans du point *c* dans le vaisseau, & celle qui est dehors ; je nommerai la longueur de chacune :

$$ac = a \quad \& \quad bc = b$$

& la surface de la pale $= cc$, qui essuye la résistance de l'eau, en la frappant.

XI. Pour la force, qui est employée à mouvoir la rame au point *a*, je la nommerai $= p$, dont la direction soit selon la quille du vaisseau, vers la proue A : c. à. d. la rame sera poussée au point *a* par la force $= p$ dans la direction *aA* parallèle à la quille. Or comme les rameurs se trouvent dans le vaisseau, ils ne sauroient exercer aucune force, sans qu'ils en s'appuyant exerçassent une force éga-

le sur le vaisseau même dans une direction contraire. Par conséquent le vaisseau par la force des rameurs sera immédiatement poussé en arrière dans la direction $A'B$ par une force $= p$. De plus, comme les rameurs ne peuvent agir, sans qu'ils mettent leurs propres corps en mouvement, & qu'ils en vainquent l'inertie, pour y avoir égard, soit l'inertie des rameurs $= q$, qui ne doit pas être estimée par la masse de leurs corps, puisqu'une bonne partie ne participe point du mouvement; on pourra prendre pour q la moitié ou une autre partie de leurs corps, qu'on jugera la plus conforme à l'expérience: car par rapport à leur force p , & leur inertie q , on se doit contenter de les connoître à peu près, à quoi quelques observations feront suffisantes. Outre cela comme la masse de la rame doit être mise en mouvement, soit son inertie ou son poids $= m$ & puisque ce mouvement est angulaire autour du point fixe c , il en faut regarder le *momentum* de l'inertie par rapport au point c , qu'on trouve en multipliant chaque particule de matière de la rame par le carré de sa distance au point c , & en rassemblant tous ces produits ensemble dans une somme. Soit donc ce moment d'inertie de chaque rame $= mkk$, puisqu'il sera le produit du poids par le carré d'une ligne droite.

XII. La ligne $facbg$ représente ici la situation de la rame au premier moment, qu'elle est plongée dans l'eau; cette situation étant oblique à la quille AB , je tire à la quille la perpendiculaire ech , & je nomme l'angle $fce = \alpha$. Quelque tems après dans cette palade, la rame soit réduite dans la situation $epcqv$, où chacune des lettres e, p, c, q, v répond à chacune des lettres f, a, c, b, g dans la première situation: soit nommé l'angle $ecv = \phi$, & la vitesse de la pale à son centre q soit due à la hauteur $= u$, dont la direction sera la droite qr perpendiculaire à la direction de la rame cq . Donc si l'eau étoit en repos, la pale frapperoit directement l'eau, & la force de l'eau sur la pale seroit égale au poids d'un cylindre d'eau, dont la base $= cc$, c. à. d. à la surface de la pale, & la hauteur $= u$: ou cette force seroit égale au poids d'un volume d'eau $= ccu$, ou absolument au poids

poids $= \frac{cc\pi}{g^3} M$: & la direction de cette force seroit la droite gy perpendiculaire à la surface de la pale.

XIII. Mais l'eau ayant déjà un mouvement suivant la direction gs parallèle à la quille, avec une vitesse $= Vv$; elle échapera en partie à l'action de la rame. Donc pour avoir la direction & la vitesse, dont la rame frappe actuellement l'eau, on n'aura qu'à prendre les lignes gs & gy égales ou proportionnelles aux vitesses $V\sigma$ & Vu , & après en avoir formé le parallélogramme $sgyz$, y tirer la diagonale gz , qui représentera tout ensemble la direction & la vitesse, dont l'eau est frappée par la rame. C'est pourquoi la vitesse étant représentée par la diagonale yz , & l'obliquité par l'angle vqz , la force de l'eau sur la pale sera égale au poids d'un volume d'eau $= cc.qz^2$. sin vqz^2 , ou à cause de $uz = qz \sin vqz$, à un volume d'eau $= cc.uz^2$. Mais puisque $sz = gy = Vu$, $gs = Vv$, & l'angle $sgs = \phi$, nous aurons $su = Vv \cdot \cos \phi$, & partant $uz = Vu - \cos \phi \cdot Vv$. Donc la force d'eau sur la pale sera égale au poids d'une masse d'eau dont le volume $= cc (Vu - \cos \phi \cdot Vv)^2$. Par là il est clair, que la pale souffre la même résistance, que si sa vitesse Vu dans la direction gr étoit diminuée de la vitesse de l'eau Vv réduite à la même direction gr , qui sera $= \cos \phi \cdot Vv$: & on voit bien que pour que la rame produise quelque effet, la partie retranchée $\cos \phi \cdot Vv$ doit être moindre que Vu .

XIV. Maintenant ayant supposé la force $= p$, dont le rameur tire la rame au point p , soit la direction de cette force perpendiculaire à la direction de la rame selon $p\pi$, & la vitesse du point p suivant $p\pi$ sera $= \frac{a}{b} Vu$; & pendant que la rame avance de l'élément de l'angle $d\phi$ autour de c , le point g parcourra l'espace $= bd\phi$ & le point p l'espace $ad\phi$. Or l'inertie des rameurs g ayant la même vitesse, que le point p , qui est due à la hauteur $\frac{aa u}{bb}$, son accelera-

tion, pendant que l'angle ϕ croît de son element $d\phi$, sera $\frac{aadu}{bb}$: $ad\phi = \frac{adu}{bb d\phi}$; à la production de laquelle est requise une force $\frac{a q du}{bb d\phi}$: Ce ne sera pas donc toute la force des rameurs p qui est employée à l'acceleration de la rame, mais il en faut retrancher la partie $\frac{a q du}{bb d\phi}$, qui est employée à l'acceleration des corps des rameurs ou de leur inertie. Et partant la force employée à l'acceleration de la rame est $= p - \frac{a q du}{bb d\phi}$, dont le moment par rapport au point d'appuy c est $= ap - \frac{a a q du}{bb d\phi}$.

XV. La force de la resistance de l'eau sur la pale etant trouvée égale à un volume d'eau $= cc (\sqrt{u} - \cos \phi. \sqrt{v})^2$, elle fera égale au poids $= \frac{M}{g^3} cc (\sqrt{u} - \cos \phi. \sqrt{v})^2$, dont le moment par rapport au point d'appuy c sera $\frac{M b c c}{g^3} (\sqrt{u} - \cos \phi. \sqrt{v})^2$, qu'il faut retrancher du moment de la force : de sorte que le mouvement angulaire de la rame sera acceléré par le moment $ap - \frac{a a q du}{bb d\phi} - \frac{M b c c}{g^3} (\sqrt{u} - \cos \phi. \sqrt{v})^2$. Mais le moment d'inertie de la rame étant $= m k k$, & sa vitesse angulaire $= \frac{\sqrt{u}}{b}$, l'acceleration meme sera $= m k k. \frac{du}{bb d\phi}$, & partant nous aurons cette equation :

$$\frac{m k k du}{bb d\phi}$$

$$\frac{mkkdu}{b^3 d\phi} = ap - \frac{aaqdu}{bb d\phi} - \frac{Mbcc}{g^3} (Vu - \cos \phi. Vv)^2$$

de laquelle il faut déterminer la quantité u , pour connoître la force, que la rame sent en frappant l'eau. Alors la rame étant sollicitée

en p par la force $p\pi = p - \frac{aqdu}{bb d\phi}$, & en q par la force $q\gamma$

$$= \frac{Mcc}{g^3} (Vu - \cos \phi. Vv)^2 = \frac{ap}{b} - \frac{(aaq + mkk) du}{b^3 d\phi}$$

le point d'appuy c soutiendra la somme de ces forces $= p + \frac{ap}{b} - \frac{(aaq + abq + mkk) du}{b^3 d\phi}$, d'où résulte suivant la direction cd parallele à la quille la force

$$cd = \frac{(a + b)}{b} p \cos \phi - \frac{(a(a + b)q + mkk) du \cos \phi}{b^3 d\phi}$$

Cette force agissant immédiatement sur le vaisseau, il en faut retrancher la force, dont le rameur en s'appuyant repousse le vaisseau, & qui étant réduite à la direction du vaisseau est $= p \cos \phi$: Par conséquent la force, qui résulte de l'action de la rame pour accélérer le mouvement du vaisseau, sera $= \frac{ap}{b} \cos \phi - \frac{(a(a + b)q + mkk) du \cos \phi}{b^3 d\phi}$.

XVI. De là il est d'abord evident, que dès que le mouvement de la rame devient uniforme, ce qui arrive quand $du = 0$, alors la force de la rame pour accélérer le vaisseau, sera la plus grande $= \frac{ap}{b} \cos \phi$; mais tandis que l'accélération de la rame dure, cette force sera d'autant plus diminuée, plus la vitesse de la rame ira en augmentant. Il faut donc tâcher d'arranger la manœuvre des rames, en sorte que leur mouvement arrive au plutôt qu'il sera possible à un degré d'uniformité, ou que la pluspart de son accélération, qui se fait dans l'eau, se fasse au plus vite. Pour cet effet on doit observer, que les rameurs, avant qu'ils plongent les rames dans l'eau, leur impriment déjà

déjà à peu près le même mouvement, dont ils sont capables de les tirer par l'eau ; & la force deviendroit même plus grande, si les rames venoient dès le premier instant frapper l'eau encore avec une plus grande vitesse ; ce qui s'exécute aisément, pourvu que les rameurs commencent déjà, pendant que les rames sont encore levées dans l'air, à les tirer selon la même direction, qu'on leur donne dans l'eau. Car puisqu'on ne rencontre alors que la résistance de l'air, on imprimera aux rames presque dans un instant ce degré requis de vitesse, ou bien un plus grand. Cette règle est d'autant plus nécessaire à garder, lorsque le vaisseau va fort vite. Car alors si la première vitesse, avec laquelle la rame entre dans l'eau, savoir $v u$ étoit plus petite que la vitesse du vaisseau ; le mouvement du vaisseau seroit effectivement arrêté, puisque l'eau agiroit sur la pale suivant la direction $y q$, & non pas suivant $r q$, comme il a été supposé dans le calcul.

XVII. Si donc la rame étoit d'abord plongée dans l'eau avec le degré de vitesse $v u$, que la force des rameurs est capable de conserver dans l'eau, de sorte que la rame puisse être tirée par l'eau sans être accélérée : par ce que je viens de trouver, la force, dont le vaisseau sera accéléré, seroit $= \frac{a p}{b} \cos \varphi$; & de là on devroit conclure que

plus la raison $\frac{a}{b}$ seroit grande, c. à. d. plus la partie de la rame, qui est hors du vaisseau, seroit courte, plus aussi la force, qui agit sur le vaisseau, devroit être grande ; & c'est à quoi la théorie de Mr. Bouguer aboutit. Mais outre que nous voyons, qu'on est bien éloigné d'observer cette règle dans la pratique, il est aisé de se convaincre, qu'on ne gagneroit non seulement rien, mais qu'on perdrait très considérablement, si l'on faisoit la partie extérieure des rames beaucoup plus courte, que l'intérieure. Car alors la vitesse des bras des rameurs deviendroit beaucoup plus grande, que la vitesse avec laquelle les pales sont poussées par l'eau. Or cette vitesse doit être considérablement plus grande que la vitesse du vaisseau : d'où l'on voit, que pourvu que le mouvement du vaisseau fut médiocre, les rameurs seroient obligés

obligés de mouvoir leurs bras avec une si grande vitesse, qu'ils ne sauroient les soutenir. Cette circonstance étant tout à fait contraire à ce que le calcul vient d'avancer, il s'ensuit évidemment, qu'il y a quelques considérations essentielles omises dans le fondement du calcul, auxquelles on doit nécessairement avoir égard, si l'on veut déterminer l'action des rames conformément à l'expérience.

XVIII. Or je remarque d'abord qu'il y a une grande différence par rapport à la production du mouvement entre les masses, dont on considère l'inertie dans la Mécanique, & les corps humains: les premiers sont susceptibles, à moins qu'on fasse abstraction de la résistance, de tout degré de vitesse, pourvu que la force, dont ils sont sollicités, ait assez de tems d'y agir: & ce n'est que l'accélération du mouvement, qui requiert une dépense des forces. Mais il n'en est pas de même des corps humains; il faut non seulement de la force pour les mettre en mouvement, mais aussi pour les y conserver. On sait qu'un homme, quoiqu'il applique toutes ses forces à courir, n'est pas capable de surmonter un certain degré de vitesse; & alors il lui sera impossible de porter, ou de trainer après lui, le moindre fardeau. Il y a donc une grande différence entre la force, qu'un homme étant en repos peut exercer, & celle dont le même homme est capable, pendant qu'il court, ou qu'il est obligé d'entretenir ses membres dans le mouvement. Par là on conviendra aisément, qu'un rameur, quand il est obligé de tirer la rame fort vite, n'y puisse appliquer la même force, que s'il étoit encore en repos: & il y aura même un degré de vitesse, que le rameur étant obligé de lui-même, n'est plus capable d'employer la moindre force. Donc si p marque la force, dont le rameur étant encore en repos tire la rame, on se tromperoit fort, si l'on estimoit de la même quantité la force, que le rameur, étant obligé de se mouvoir soi-même, peut employer à tirer la rame.

XIX. Pour corriger cette faute, qui a été commise dans la détermination précédente, il est nécessaire de savoir ce degré de vitesse, dont un homme est capable de mouvoir ses membres, quand il n'a rien du tout à tirer, qu'on pourra aisément estimer par quelques

observations. Soit θ la hauteur due à cette vitesse, & il est clair, que si la vitesse du point p de la rame, auquel est appliquée la force du rameur, étoit égale à $\sqrt{\theta}$, le rameur n'y pourroit plus exercer la moindre force. Donc, puisque la vitesse du point p est représentée par la hauteur $\frac{aau}{bb}$, s'il y avoit $\frac{aau}{bb} = \theta$, la force du rameur cesseroit entièrement; & elle deviendroit même négative si $\frac{aau}{bb} > \theta$, & dans ce cas le rameur arrêteroit le mouvement de la rame, quand même il n'y rencontreroit la moindre résistance. Or ayant posé $p =$ à la force, dont le rameur tire la rame étant encore en repos, il est évident qu'on doit diminuer cette force p d'autant plus, plus que le mouvement de la rame sera rapide, en sorte que s'il devient $\frac{aau}{bb} = \theta$, la force évanouisse entièrement. Quoiqu'il soit difficile, & peut-être impossible, de déterminer précisément cette diminution, puisque cela demanderoit une connoissance parfaite de la force & de l'action des muscles: il me semble que je ne m'écarterai sensiblement de la vérité, quand je suppose que la force des rameurs, lorsque le point p de la rame a déjà une vitesse due à la hauteur $\frac{aau}{bb}$, est $= p (1 - \frac{aau}{bb\theta})$. Car cette expression nous marque la force $= p$, si la rame est encore en repos: & si le point p de la rame a déjà une vitesse $= \sqrt{\theta}$, ou si $\frac{aau}{bb} = \theta$, cette force évanouit.

XX. On m'objectera peut-être, que j'aurois pû former cette formule des vitesses $\sqrt{u}$ & $\sqrt{\theta}$ memes, au lieu de leurs quarrés, & que peut-être cette formule $p (1 - \frac{a\sqrt{u}}{b\sqrt{\theta}})$ seroit plus convenable, comme étant plus simple. Mais je réponds que si cette formule étoit vraie, il s'ensuivroit, que si le mouvement se faisoit en sens contraire, auquel

auquel cas, au lieu de $\sqrt{u}$ on devoit écrire $-\sqrt{u}$; la force agissante deviendroit plus grande, que si la vitesse $\sqrt{u}$ étoit $= 0$, ce qui seroit absurde. Or ma formule $p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$ n'est pas sujette à cet in-

convenient, puisque la vitesse du rameur $\frac{a \sqrt{u}}{b}$, soit qu'elle soit affirmative ou negative diminue également la force principale p .

Ayant donc établi cette expression $p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$ pour marquer la force, que les rameurs exercent sur la rame, nous n'aurons pas besoin d'avoir égard à la diminution, qui est causée par l'accélération de la rame, puisqu'il est permis de supposer que le mouvement de la rame, pendant qu'elle fend l'eau, est uniforme, & qu'il ne s'y fait aucune accélération. Car comme c'est la manœuvre la plus avantageuse des rames, on doit apporter tout le soin, que les rameurs exécutent cette règle; & quand même la première vitesse, avec laquelle ils plongent les rames dans l'eau, seroit plus grande, la force, dont le vaisseau est poussé, deviendroit un peu plus grande: & le vaisseau marcheroit plus vite que le calcul marqueroit, ce qui seroit une faute à profit. Car comme il est impossible de déterminer exactement toutes les quantités, dont le mouvement du vaisseau dépend, il faut se contenter de le connoître à peu près, & il sera toujours plus à propos de se tromper en défaut qu'en excès: vu qu'il sera un avantage, lorsque le vaisseau marchera plus vite, qu'on n'auroit pensé.

XXI. Ayant donc trouvé, que la force dont la rame est poussée au point p selon la direction $p \pi$, est $= p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$, & la

force de l'eau sur la pale restant comme auparavant $= \frac{M c c}{g^3}$

$(\sqrt{u} - \cos \Phi. \sqrt{v})^2$; puisqu'il n'y a plus d'accélération, il faut que les moments de ces forces soyent égaux entr'eux: ce qui donne cette équation:

$$ap \left(1 - \frac{aau}{bb\theta}\right) = \frac{Mbcc}{g^3} (Vu - \cos \phi \cdot Vv)^2$$

de laquelle il faut chercher la quantité u ; & alors la véritable force, avec laquelle l'eau est frappée par la rame suivant la direction qy sera

$$\frac{Mcc}{g^3} (Vu - \cos \phi \cdot Vv)^2 = \frac{ap}{b} \left(1 - \frac{aau}{bb\theta}\right)$$

Donc le point d'appuy c étant poussé par la somme de ces deux forces, il en résultera une force suivant la direction cd parallèle à la quille, qui sera =

$$\frac{(a+b)p \cos \phi}{b} \left(1 - \frac{aau}{bb\theta}\right)$$

qui est employée à accélérer le mouvement du vaisseau. Mais d'un autre côté le vaisseau étant repoussé par toute la force que les rameurs emploient, qui est $= p$, & dans une direction perpendiculaire à celle des rames, il en faut retrancher la force $p \cos \phi$, pour avoir la véritable force, dont le vaisseau est poussé suivant la direction de son mouvement Aa : cette force sera donc:

$$\begin{aligned} & \frac{(a+b)p \cos \phi}{b} \left(1 - \frac{aau}{bb\theta}\right) - p \cos \phi \text{ ou bien} \\ & = \frac{a}{b} p \cos \phi - \frac{(a+b) aau p \cos \phi}{b^3 \theta} \end{aligned}$$

XXII. Cette force ne sera donc plus $= \frac{ap}{b} \cos \phi$, comme nous avons trouvé dans la première recherche, mais elle doit être diminuée d'une quantité, qui est proportionnelle au quarré de la vitesse de la pale; & de là il n'en suivra plus cet inconvénient, que le mouvement du vaisseau deviendroit plus vite, plus on raccourciroit la longueur extérieure de la rame $cb = b$. Pour profiter de la formule trouvée

$$\frac{ap}{b} \cos \phi - \frac{(a+b) aau p \cos \phi}{b^3 \theta}$$

qui

qui marque la force dont le vaisseau est poussé dans la direction Aa ; il faut premièrement remarquer, que l'angle ϕ ne devient jamais si grand, qu'on eut besoin de réfléchir à la diminution de cette force, qui est causée par le $\cos \phi$; je rejetterai donc ce facteur $\cos \phi$, comme si la direction du mouvement de la pale restoit toujours parallèle à la quille; ou afin qu'on n'estime cette force trop grande, on la pourra diminuer d'une partie convenable, ou de supposer la force entière des rameurs p un peu plus petite qu'elle n'est en effet: & ainsi cette force sera:

$$\frac{ap}{b} - \frac{(a+b) a a u p}{b^3 \theta}.$$

XXIII. Cette force doit être égale à la résistance, que le vaisseau trouve à fendre l'eau; si l'on veut, que le vaisseau soit déjà réduit à un mouvement uniforme. Or cette résistance a été trouvée là

haut $= \frac{M v}{h}$, où $h = \frac{g^3}{ff}$: d'où nous tirons cette égalité

$$\frac{M v}{h} = \frac{ap}{b} - \frac{(a+b) a a u p}{b^3 \theta}.$$

qui étant jointe à celle, que nous venons de trouver, qui est en supposant l'angle $\phi = 0$ ou $\cos \phi = 1$;

$$ap \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right) = \frac{M b c c}{g^3} (V u - V v)^2$$

servira à déterminer tant la vitesse des pales $V u$ que celle du vaisseau $V v$. Or ici j'ai supposé, que la force des rames demeure constamment la même; mais puisque dans chaque palade il se passe à peu près deux tiers du tems, que la pale est frappée dans l'air, si nous concevons trois rames, dont l'une agisse après l'autre, il n'y aura toujours qu'une, dont l'action est employée à pousser le vaisseau: & partant ces trois rames ne produiront que l'effet, que je viens de déduire d'une seule.

XXIV. Ainsi quand il y aura sur le vaisseau n rameurs, ils produiront le même effet, que s'il n'y avoit que le tiers $\frac{1}{3} n$, & que

leur force fut sans interruption employée à pousser le vaisseau. Donc si nous posons la force, dont un rameur travaille $= p$, la force de tous les n rameurs, entant qu'elle s'applique au mouvement du vaisseau, ne sera que $= \frac{1}{3} n p$. Et partant mettant dans la premiere $\frac{1}{3} n p$ au lieu de p , on trouvera la vitesse du vaisseau, qui est mis en mouvement par n rameurs, en résolvant ces deux équations:

$$\frac{3 M v}{n h} = \frac{a p}{b} - \frac{(a + b) a a p u}{b^3 \theta}$$

$$\frac{M b c c}{g^3} (V u - V v)^2 = a p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$$

dont celle-cy donne d'abord:

$$V v = V u - V \frac{g^3 a p}{M b c c} \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$$

Mais la premiere donne:

$$V v = V \frac{n a h p}{3 M b} \left(1 - \frac{(a + b) a u}{b b \theta}\right)$$

supposé que chaque rame ne soit agitée que par un seul homme: car s'il y en a plusieurs, il faut partager la pale d'une rame en autant de parties, qu'il y a de rameurs, & alors une telle partie sera la valeur de $c c$.

XXV. Or il faut remarquer, que comme les rameurs par leur force, dont ils s'appuyent dans le vaisseau, en diminuent le mouvement, pendant qu'ils tirent la rame: ils avanceront au contraire le mouvement du vaisseau, pendant qu'ils retirent les rames dans l'air; à quoi nous n'avons pas fait réflexion. C'est pourquoi c'est trop si l'on retranche de la force des rames, la valeur $p \cos \phi$, ou p en supposant $\cos \phi = 1$, & on n'en doit oter que la force $p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta}\right)$, qu'un rameur exerce actuellement sur la rame; puisque l'excès est redressé par le mouvement suivant du rameur. Cette considération nous fournira ces deux équations

$$\frac{3 M v}{n h}$$

$$\frac{3 M v}{n h} = \frac{a p}{b} \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta} \right) \&$$

$$\frac{M b c c}{g^3} (V u - V v)^2 = a p \left(1 - \frac{a a u}{b b \theta} \right)$$

d'où l'on tire :

$$\frac{3 v}{n h} = \frac{c c}{g^3} (V u - V v)^2$$

$$\text{ou } V u - V v = V \frac{3 g^3 v}{n c c h}$$

$$\& \text{ partant } V u = \left(1 + V \frac{3 g^3}{n n c c h} \right) V v$$

On aura donc :

$$u = \left(1 + V \frac{3 g^3}{n n c c h} \right)^2 v$$

laquelle valeur étant substituée dans la première équation donnera

$$\frac{3 M v}{n h} = \frac{a p}{b} - \frac{a^3 p}{b^3 \theta} v \left(1 + V \frac{3 g^3}{n c c h} \right)^2$$

d'où nous tirerons enfin :

$$v = \frac{n a b b h \theta p}{3 M b^3 \theta + n a^3 h p \left(1 + V \frac{3 g^3}{n c c h} \right)^2}$$

$$\& u = \frac{n a b b h \theta p \left(1 + V \frac{3 g^3}{n c c h} \right)^2}{3 M b^3 \theta + n a^3 h p \left(1 + V \frac{3 g^3}{n c c h} \right)^2}$$

XXVI. Puisque $g^3 = ff b$, les lettres g & b , s'en iront du calcul, au lieu desquelles il y entrera la quantité ff , qui marque une surface plane, qui souffre la même résistance, que le vaisseau proposé. De là nous aurons les valeurs suivantes :

$$v =$$



$$v = \frac{n a b b h \theta p}{3 M b^3 \theta + n a^3 h p \left(1 + \frac{f}{c} \sqrt{\frac{3}{n}}\right)^2}$$

$$\& u = \frac{n a b b h \theta p \left(1 + \frac{f}{c} \sqrt{\frac{3}{n}}\right)^2}{3 M b^3 \theta + n a^3 h p \left(1 + \frac{f}{c} \sqrt{\frac{3}{n}}\right)^2}$$

Pour abréger ces formules posons :

$$\left(1 + \frac{f}{c} \sqrt{\frac{3}{n}}\right)^2 = \left(1 + \sqrt{\frac{3ff}{n c c}}\right)^2 = r; \& \frac{b}{a} = x,$$

& nous aurons :

$$v = \frac{n h \theta p x x}{3 M \theta x^3 + n h p r}$$

$$\& u = \frac{n h \theta p r x x}{3 M \theta x^3 + n h p r}$$

Ici il faut remarquer, que comme $n p$ marque la somme des forces de tous les rameurs prises ensemble; ainsi $n c c$ marquera la somme des surfaces de toutes les pales prises ensemble.

XXVII. Exprimons les forces M & p par le poids des volumes d'eau, & comme $M = g^3 = ff b$, soit de même $p = \gamma^3$, ou la force d'un rameur soit égale au poids d'un eube d'eau, dont un coté $= \gamma$; & cela posé nos expressions seront:

$$v = \frac{n \theta \gamma^3 x x}{3 ff \theta x^3 + n \gamma^3 r} \&$$

$$u = \frac{n \theta \gamma^3 r x x}{3 ff \theta x^3 + n \gamma^3 r}$$

Posons outre cela $\frac{3 ff \theta}{n \gamma^3} = c$, pour avoir

$$v = \frac{\theta x x}{c x^3 + r} \& u = \frac{\theta r x x}{c x^3 + r}$$

d'où

d'où nous concluons, que puisque e , r & x sont des nombres absolus, si l'on exprime la hauteur $\mathfrak{g}$ en milliemes parties du pied de Rhin, le vaisseau acquerra une vitesse par laquelle il parcourra dans une seconde

$$\frac{x}{4} \sqrt{\frac{\mathfrak{g} x x}{e x^3 + r}} \text{ pieds de Rhin.}$$

& puisque la vitesse des bras des rameurs est $= \frac{a}{b} \sqrt{u} = \frac{1}{x} \sqrt{u}$, le point p des rames doit être tiré par les rameurs avec une vitesse, qui fait dans une seconde

$$\frac{x}{4} \sqrt{\frac{\mathfrak{g} r}{e x^3 + r}} \text{ pieds de Rhin.}$$

Or la force requise pour maintenir le vaisseau dans son mouvement étant $= \frac{M v}{h} = \frac{g^3 v}{h} = ff v$, exprimée en volume d'eau, si nous la divisons par $\frac{n}{3}$, nous trouverons la force qu'un rameur, pendant qu'il fend l'eau, apporte à pousser le vaisseau qui sera $= \frac{3 ff v}{n} = \frac{\gamma^3 e}{\mathfrak{g}} v = \frac{p e}{\mathfrak{g}} v$, puisque $p = \gamma^3$, & partant cette force actuelle d'un rameur sera $= \frac{p e x x}{e x^3 + r}$.

XXVIII. Voyons présentement, par quelles operations on pourra commodément parvenir à la connoissance de la vitesse d'un vaisseau, qui est poussé par un nombre donné de rameurs. Pour cet effet je proposerai en abrégé les diverses choses desquelles cette recherche dépend, en omettant celles qui ne se trouvent plus dans les dernieres formules, quoique je fusse obligé d'y avoir égard au commencement du calcul. Premièrement donc, pour ce qui regarde les rameurs, il faut connoître

1. Leur nombre que je pose $= n$.



2. La force dont un rameur commence à tirer la rame, avant qu'elle soit déjà mise en mouvement: Cette force a été supposée $\equiv$ au poids p , ou au poids d'un volume d'eau $\equiv \gamma^3$. Cette valeur depend de l'application de chaque rameur, & est par conséquent fort variable. On la pourra estimer de 48 jusqu'à 60 livres: & comme un pied cubique d'eau pèse 72 livres, en exprimant γ en pieds, la valeur de γ^3 sera de $\frac{2}{3}$ jusqu'à $\frac{5}{2}$ pieds cubiques.
3. La plus grande vitesse dont un rameur est capable de tirer la rame, quand il n'a aucune résistance à vaincre que je suppose due à la hauteur $\equiv 2$. Cette hauteur 2 sera à peu près égale à un pied, d'où résulte une vitesse, qui fait environ 8 pieds dans une seconde.

Ensuite pour la rame nous avons à considérer:

4. La raison qu'il y a entre la partie de la rame qui sort hors du vaisseau, & l'autre qui se trouve dans le vaisseau, ces deux parties étant séparées par le point d'appuy c . La longueur de la partie extérieure se conte du point c jusqu'au centre de la pale b , & j'ai nommé $c b \equiv b$. La longueur de la partie intérieure doit être prise depuis le point d'appuy c jusqu'au point a , où l'on conçoit appliquée la force moyenne de plusieurs rameurs, qui travaillent à la même rame: j'ai nommé cette longueur $c a \equiv a$. Or il n'y entre dans le calcul que le rapport entre ces deux parties, que j'ai posé $\frac{b}{a} \equiv \frac{c b}{c a} \equiv x$.
- La surface de chaque pale, que je pose $\equiv c c$, s'il n'y a qu'un rameur, qui la tire: ou s'il y a plusieurs, il faut diviser la surface de la pale par le nombre des rameurs qui s'appliquent à une rame, & la partie résultante sera la valeur de $c c$. Ou on ajoutera les surfaces de toutes les pales dans une somme, qui étant divisée par le nombre de tous les rameurs donnera la valeur de $c c$. Mr. Chazelles donne une description d'une Galere, dans les Mémoires de l'Acad. Royale de Paris pour l'an. 1702. où le nombre des rameurs étoit 260, & toutes les pales rassemblées dans une
- somme

somme faisoient 130 pieds quarrés; dans ce cas donc la valeur de c étoit $\frac{1}{2}$ pied quarré.

Du vaisseau même on n'a qu'à considérer:

6. Sa résistance, que je mesure par une surface plane $= ff$, laquelle frappant l'eau directement avec la vitesse du vaisseau, effuye la même résistance. Si le vaisseau avoit une figure prismatique, la section de la partie submergée, faite perpendiculairement à la quille, donneroit la valeur de ff . Mais les façons, dont les vaisseaux sont presque terminés en pointe vers la prouë, diminuent considérablement cette valeur de ff , desorte qu'ordinairement ff est plusieurs fois plus petite, que la plus large section de la partie submergée, faite perpendiculairement à la quille.

XXIX. Ces six choses, dont dépend la détermination de la vitesse du vaisseau, étant connues, qu'on en tire les valeurs suivantes:

$$r = (1 + V \frac{3ff}{ncc})^2; \& e = \frac{3ff\vartheta}{n\gamma^3}.$$

& alors la vitesse du vaisseau sera

de $\frac{1}{4} V \frac{\vartheta x x}{e x^3 + r}$ pieds dans une seconde; supposé qu'on exprime la hauteur ϑ en milliemes parties du pied de Rhin. Si donc la hauteur ϑ est estimée de 1, 024 pieds de Rhin, ou à peu près à un pied de Paris, le vaisseau parcourra dans une seconde:

$$8 V \frac{x x}{e x^3 + r} \text{ pieds de Rhin.}$$

où les lettres e , r , & x , marquent des nombres absolus, & la force d'un rameur, pendant qu'il tire la rame par l'eau, laquelle est em-

ployée au mouvement du vaisseau, sera $= \frac{p e x x}{e x^3 + r}$.

XXX. Pour faire l'application de ces formules à la pratique je vais développer l'exemple, que Mr. Bernoulli rapporte dans son Hydrodynamique, pag. 299 d'une Galere, dont Mr. Chazelles a communiqué un recit dans les Memoires A. 1702. Il remarque d'abord

que cette Galere etant tirée par le poids d'un pied cubique d'eau, parcourroit une espace de 2 pieds dans une seconde. Faisant l'application de la formule §. 9 à ce cas ; qui étoit $P = \frac{Mv}{h}$; ou puisque $M = g^3 = ff b$, nous aurons $P = ff v$. Or P etant $=$ à un pied cubique d'eau, ou $P = 1$, & $\frac{1}{4} \sqrt{v} = 2$, nous aurons $v = 64$ milliemes parties d'un pied, ou $v = \frac{64}{1000}$, d'où l'equation $P = ff v$ se changera en $1 = \frac{64}{1000} ff$, de là nous connoissons la valeur de ff , mesure de la resistance, savoir $ff = \frac{1000}{64}$ pieds quarrés, & partant pour cette Galere je pourrai supposer qu'il y avoit $ff = 16$ pieds quarrés.

XXXI. Ensuite le nombre des rameurs étoit 260 ; d'où je tire $n = 260$; & la somme de toutes les pales ensemble egaloit 130 pieds quarrés, d'où nous aurons $cc = \frac{1}{2}$. La partie extérieure des rames étoit deux fois plus longue que l'intérieure, ce qui donne $x = 2$. Et la galere mise ainsi en mouvement a parcouru chaque seconde un espace de $7\frac{1}{2}$ pieds de Paris, ou à peu près $7\frac{1}{2}$ pieds de Rhin. La force p de chaque rameur n'est pas déterminée, mais nous la pourrons trouver de la vitesse du vaisseau. Car puisque $x = 2$ nous aurons d'abord cette equation ; en supposant $\theta = 1$.

$$7\frac{1}{2} = 8 \sqrt{\frac{4}{8e + r}},$$

$$\text{ou } 8e + r = \frac{1024}{225} = 4, 55.$$

De plus puisque $ff = 16$, $cc = \frac{1}{2}$; & $n = 260$, nous aurons $e = \frac{48}{260y^3}$ & $r = (1 + \sqrt{\frac{48}{130}})^2 = 2, 5845$; donc $8e = 1,$

9655 & $e = 0$, $2456 = \frac{24}{130\gamma^3}$: d'où nous obtiendrons $\gamma^3 = 0,752$ ou $\gamma^3 = \frac{3}{4}$ pied. cubique, de sorte que la force absolue d'un rameur ait été $p = 54$ livres ; ce qui est un milieu entre les valeurs de 48 lb & 60 lb , que j'ai mises par estime. Deplus, la force d'un rameur, qui est actuellement employée à pousser le vaisseau, fera d'environ 12 Livres. Mais prenant tous les rameurs ensemble, des 54 lb que chacun applique, il n'y a que 4 lb , qui agissent sur le mouvement du vaisseau.

XXXII. A l'avenir donc je pourrai avec assez de sûreté supposer $\gamma^3 = \frac{3}{4}$ & $\theta = 1$, d'où j'aurai $e = \frac{4ff}{n}$, pourvu que ff soit exprimée en pieds quarrés, & alors prenant $r = (1 + \sqrt{\frac{3ff}{ncc}})^2$.

la vitesse du vaisseau fera de $8 \sqrt{\frac{A \cdot x}{e \cdot x^3 + r}}$ pieds dans une seconde ; & on peut être assuré, que par le moyen de cette formule on trouvera dans chaque cas proposé assez exactement la vitesse avec laquelle le vaisseau sera mis en mouvement. De plus sachant les elemens e , r , & x , dont dépend la vitesse du vaisseau, on sera en état de trouver les plus favorables dispositions de ces elemens, afin que le mouvement du vaisseau devienne le plus rapide qu'il sera possible ; & c'est à cette recherche que je vais m'appliquer avant que de finir ce Memoire.

XXXIII. Or d'abord il est evident, que la diminution des valeurs e & r doivent contribuer à l'acceleration du vaisseau. La valeur de e étant $= \frac{4ff}{n}$, on voit que c'est la diminution de la resistance ff & l'augmentation du nombre des rameurs, qui rendent le mouvement du vaisseau plus rapide. Les memes choses servent aussi à diminuer la valeur de r , de sorte qu'elles contribuent doublement à ce dessein. Mais la valeur de r fera aussi diminuée, si l'on augmente la

Cc 3

surface

surface des pales cc ; & de là on tirera cette maxime, qu'on doit tâcher de rendre les pales aussi larges, que les autres circonstances le permettront; de sorte que la manœuvre n'en devienne plus difficile. Il est bien vrai qu'une trop grande largeur seroit accompagnée de plusieurs autres inconveniens, mais je ne doute pas, qu'on ne sauroit tirer de cette considération encore quelque avantage pour accélérer le sillage. Or combien on en pourroit gagner, je déterminerai dans la suite, après avoir découvert la plus avantageuse valeur de x , ou du rapport qu'on doit mettre entre les parties des rames cb & ca .

XXXIV. Outre les valeurs de e & r , la vitesse du vaisseau dépend principalement de la valeur x : car la vitesse évanouit également tant si $x = 0$, que si $x = \infty$: d'où l'on voit qu'il y a une certaine valeur de x , qui produit la plus grande vitesse: & il sera fort important de connoître cette valeur. Pour cet effet on n'a qu'à égaler à zero le

différentiel de $\frac{xx}{ex^3 + r}$, ce qui donnera $2rx = ex^4$, ou $x^3 = \frac{2r}{e}$ & $x = \sqrt[3]{\frac{2r}{e}}$. Voilà donc le plus avantageux rapport

qu'on doit mettre entre les parties de la rame cb & ca ; on le déterminera par cette formule:

$$\frac{cb}{ca} = \sqrt[3]{\frac{2r}{e}}.$$

Ce rapport n'est pas donc constant, ou le même dans tous les vaisseaux; mais il le faut déterminer pour chaque cas proposé à part des valeurs des lettres r & e .

Ayant trouvé:

$$e = \frac{4ff}{n} \text{ \& } r = \left(1 + \sqrt[3]{\frac{3ff}{ncc}}\right)^2$$

on voit que ce plus avantageux rapport $\frac{cb}{ca} = x$ dépend premièrement de la résistance du vaisseau ff ; secondement du nombre des rameurs

meurs n , & enfin de la largeur des pales. Dans la Galere considerée, nous avons à peu près $e = \frac{1}{4}$ & $r = 2\frac{1}{2}$, d'où il s'ensuit $x = \sqrt[3]{20} = 2,71$ ou $x = 2\frac{5}{7}$. Donc le rapport entre cb & ca devoit etre $\frac{cb}{ca} = \frac{19}{7}$. Or suivant la description, il y avoit $cf = 6$ pieds & $cg = 12$ pieds, & selon toute apparence la distance cb etoit $= 10$ pieds, & ca environ $= 4$ pieds, puisqu'il y avoit plusieurs rameurs attachés à la meme rame; d'où l'on voit que le rapport dont on s'est servi dans cette Galere, ne différoit pas beaucoup de celui que la theorie nous donne à connoître.

XXXV. Comme la plus avantageuse valeur de $x = \sqrt[3]{\frac{2r}{e}}$ est un *maximum*, il n'est pas necessaire qu'on l'observe dans la pratique si rigoureusement; car soit qu'on prenne x un peu plus grand, ou un peu plus petit, la difference qui en naît dans la vitesse du vaisseau, sera imperceptible. Or supposant comme nous venons de trouver :

$$x = \sqrt[3]{\frac{2r}{e}} \text{ \& \> } x^3 = \frac{2r}{e}$$

la veritable vitesse du vaisseau sera telle, qu'il parcourra chaque seconde un espace de

$$8 \sqrt[3]{\frac{2r}{e}} : \sqrt[3]{3r} = \frac{8}{\sqrt[3]{3r}} \sqrt[3]{\frac{2r}{e}} \text{ pieds de Rhin.}$$

Ou cet espace sera de $\frac{5,81933}{\sqrt[3]{e e r}}$ pieds par secondes, supposant $e =$

$$\frac{4ff}{n} \text{ \& \> } r = \left(1 + \sqrt[3]{\frac{3ff}{n e c}}\right)^2, \text{ où } ff \text{ doit etre exprimée en pieds}$$

quarrés. Et partant si nous substituons ces valeurs, le vaisseau parcourra chaque seconde un espace de

$$\frac{5,81933}{\sqrt[3]{\frac{4ff}{n} \left(1 + \sqrt{\frac{3ff}{nc}}\right)}} \text{ pieds de Rhin,}$$

qui est la plus grande vitesse, dont ce vaisseau est susceptible, & qu'on obtient, si l'on fait

$$x = \frac{c}{c} \frac{b}{a} = \sqrt[3]{\frac{n \left(1 + \sqrt{\frac{3ff}{nc}}\right)^2}{2ff}}$$

XXXVI. Ayant vû que dans l'exemple allegué il y avoit $cc = \frac{1}{2}$ puisqu'il est avantageux d'augmenter la largeur des pales, supposons qu'il soit possible de faire $cc = \frac{3}{4}$, & alors on doit disposer les rames, enforte qu'on obtienne

$$x = \frac{c}{c} \frac{b}{a} = \sqrt[3]{\frac{n \left(1 + \sqrt{\frac{4ff}{n}}\right)^2}{2ff}}$$

& la plus grande vitesse, dont le vaisseau fillera par cette disposition sera,

$$\text{de } \frac{5,81933}{\sqrt[3]{\frac{4ff}{n} \left(1 + \sqrt{\frac{4ff}{n}}\right)}} \text{ pieds par seconde.}$$

Par là on voit que, tant la proportion entre les parties des rames, que la vitesse du vaisseau, dépend uniquement du rapport $\frac{ff}{n}$, qu'il y a entre la résistance ff , qui doit être exprimée en pieds quarrés, & le nombre des rameurs: de sorte que dès qu'on connoit ce rapport $\frac{ff}{n}$, on est en état de déterminer la plus avantageuse disposition des

rames, ou le rapport $x = \frac{c}{c} \frac{b}{a}$, & la vitesse meme, qui par ce moyen sera imprimée au vaisseau.

XXXVII. Dans

XXXVII. Dans l'exemple calculé cy-dessus, la valeur de la résistance absolue étoit $ff = 16$, & le nombre des rameurs $n = 260$, ainsi la valeur de la fraction $\frac{ff}{n}$ étoit à peu près $= \frac{1}{16}$, ou $n = 16 ff$

Supposons qu'il soit généralement $n = m ff$, ou $\frac{ff}{n} = \frac{1}{m}$, & nous aurons ces expressions :

$$x = \frac{c b}{c a} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} m \left(1 + 2 \sqrt{\frac{1}{m}}\right)^2}$$

& le vaisseau décrira par son mouvement chaque seconde un espace de

$$\frac{5,81933}{\sqrt[3]{\frac{4}{m} \left(1 + 2 \sqrt{\frac{1}{m}}\right)}} \text{ pieds de Rhin.}$$

De ces formules je construirai la table suivante, où la première colonne marque le nombre des rameurs exprimé par ff , qui est l'aire d'une surface plane, dont la résistance est la même, que celle du vaisseau, & ff est supposé être donné en pieds quarrés. La seconde colonne représente le rapport des parties de chaque rame $bc : ac$, ou la valeur de la fraction $\frac{bc}{ac}$, exprimée en fractions décimales. La troisième colonne contient la vitesse du vaisseau, ou marque combien de pieds le vaisseau parcourra dans une seconde. La quatrième colonne indique le chemin parcouru dans une heure, pareillement en pieds du Rhin. Voici la table que j'ai calculée, la résistance du vaisseau étant égale à la résistance d'une surface plane $= ff$ donnée en pieds quarrés.



Nombre des Rameurs.	Rapport en- tre $b c$ & $a c$ ou la valeur de $\frac{b c}{a c}$	Espace par- couru dans une seconde en pieds de Rhin.	Espace par- couru dans une heure en Pieds de Rhin.
0 ff	1, 2599	0, 0000	0
1 ff	1, 4620	1, 3505	4862
2 ff	1, 5417	1, 8600	6696
3 ff	1, 6510	2, 5814	9151
4 ff	1, 7997	3, 4430	12395
5 ff	1, 9096	4, 0935	14737
6 ff	2, 0000	4, 6188	16628
7 ff	2, 0779	5, 0662	18237
8 ff	2, 1472	5, 4596	19654
9 ff	2, 2098	5, 8128	20926
10 ff	2, 2674	6, 1348	22085
11 ff	2, 3208	6, 4315	23154
12 ff	2, 3708	6, 7076	24148
13 ff	2, 4178	6, 9660	25078
14 ff	2, 4623	7, 2100	25956
15 ff	2, 5044	7, 4403	26785
16 ff	2, 5449	7, 6602	27577
17 ff	2, 5836	7, 8672	28329
18 ff	2, 6208	8, 0698	29051
19 ff	2, 6564	8, 2617	29742
20 ff	2, 6909	8, 4470	30409
21 ff	2, 7242	8, 6247	31049
22 ff	2, 7565	8, 7974	31670
23 ff	2, 7877	8, 9637	32269
24 ff	2, 8181	9, 1253	32857
25 ff	2, 8477	9, 2817	33414
26 ff	2, 8765	9, 4339	33962
27 ff	2, 9044	9, 5820	34495
28 ff	2, 9317	9, 7262	35014
29 ff	2, 9584	9, 8666	35520
30 ff	2, 9845	10, 0036	36013
31 ff	3, 0099	10, 1372	36494
32 ff	3, 0350	10, 2682	36966
33 ff	3, 0599	10, 3966	37430
34 ff	3, 0845	10, 5225	37886
35 ff	3, 1089	10, 6468	38334
36 ff	3, 1330	10, 7695	38774
37 ff	3, 1569	10, 8907	39207
38 ff	3, 1806	11, 0103	39633
39 ff	3, 2041	11, 1284	40052
40 ff	3, 2274	11, 2450	40465
41 ff	3, 2505	11, 3601	40872
42 ff	3, 2734	11, 4737	41273
43 ff	3, 2961	11, 5859	41668
44 ff	3, 3186	11, 6966	42058
45 ff	3, 3409	11, 8059	42443
46 ff	3, 3630	11, 9137	42823
47 ff	3, 3849	12, 0201	43198
48 ff	3, 4066	12, 1251	43568
49 ff	3, 4281	12, 2287	43933
50 ff	3, 4494	12, 3310	44294
51 ff	3, 4705	12, 4329	44650
52 ff	3, 4914	12, 5335	45002
53 ff	3, 5121	12, 6328	45349
54 ff	3, 5326	12, 7317	45692
55 ff	3, 5529	12, 8302	46031
56 ff	3, 5730	12, 9274	46366
57 ff	3, 5929	13, 0242	46697
58 ff	3, 6126	13, 1206	47024
59 ff	3, 6321	13, 2166	47347
60 ff	3, 6514	13, 3122	47666
61 ff	3, 6705	13, 4075	47981
62 ff	3, 6894	13, 5024	48293
63 ff	3, 7081	13, 5969	48599
64 ff	3, 7266	13, 6911	48902
65 ff	3, 7449	13, 7850	49201
66 ff	3, 7630	13, 8786	49497
67 ff	3, 7809	13, 9719	49790
68 ff	3, 7986	14, 0649	50080
69 ff	3, 8161	14, 1575	50367
70 ff	3, 8334	14, 2498	50651
71 ff	3, 8505	14, 3418	50932
72 ff	3, 8674	14, 4335	51210
73 ff	3, 8841	14, 5249	51485
74 ff	3, 9006	14, 6160	51757
75 ff	3, 9169	14, 7068	52027
76 ff	3, 9330	14, 7973	52294
77 ff	3, 9489	14, 8875	52558
78 ff	3, 9646	14, 9774	52819
79 ff	3, 9801	15, 0670	53078
80 ff	3, 9954	15, 1563	53334
81 ff	4, 0105	15, 2453	53588
82 ff	4, 0254	15, 3340	53839
83 ff	4, 0401	15, 4224	54088
84 ff	4, 0546	15, 5105	54335
85 ff	4, 0689	15, 5983	54579
86 ff	4, 0830	15, 6858	54821
87 ff	4, 0969	15, 7730	55061
88 ff	4, 1106	15, 8600	55299
89 ff	4, 1241	15, 9467	55534
90 ff	4, 1374	16, 0331	55767
91 ff	4, 1505	16, 1192	55998
92 ff	4, 1634	16, 2050	56227
93 ff	4, 1761	16, 2905	56454
94 ff	4, 1886	16, 3757	56679
95 ff	4, 2009	16, 4607	56899
96 ff	4, 2130	16, 5454	57118
97 ff	4, 2249	16, 6300	57334
98 ff	4, 2366	16, 7143	57549
99 ff	4, 2481	16, 7983	57762
100 ff	4, 2594	16, 8821	57973
10000 ff	17, 3270	78, 4610	282460

XXXVIII. Cette table peut donner lieu à plusieurs réflexions curieuses. Premièrement on voit, qu'afin que le vaisseau obtienne le mouvement le plus vite, qui est possible par les mêmes forces, la partie extérieure des rames doit toujours être plus longue que la partie intérieure; condition que l'expérience a donnée à connoître, & qui se pratique généralement. En second lieu nous voyons, que plus le mouvement du vaisseau doit être rapide, plus grande doit être aussi la raison entre la partie extérieure des rames & l'intérieure; car si le vaisseau doit achever chaque heure un espace de 16600 pieds, la partie extérieure des rames doit être deux fois plus longue que l'intérieure: & pour que l'espace parcouru dans une heure soit de 36500 pieds, la partie extérieure doit être trois fois plus longue. De plus on voit, que la vitesse du vaisseau ne suit pas la raison du nombre des rameurs, ni celle des racines quarrées: car, pour rendre la vitesse du vaisseau deux fois plus grande, le nombre des rameurs doit être plus que quatre fois plus grand. La vitesse de 16628 pieds par heure demande le nombre des rameurs $= 4 \text{ ff}$, mais la vitesse double de 33256 pieds par heure demande un nombre de rameurs presque $= 23 \text{ ff}$, qui est presque 6 fois plus grand. Enfin on reconnoit, que plus la vitesse est grande, plus elle augmente lentement en augmentant le nombre des rameurs: & quoiqu'un nombre infini de rameurs doive produire une vitesse infiniment grande, pourtant un nombre prodigieux de rameurs comme de 10000 ff ne produit qu'une médiocre vitesse, savoir de 282460 pieds par heure, qui ne seroit que 10 fois plus grande, que si le nombre des rameurs n'étoit que $= \text{ff}$. Or dans ce cas de 10000 ff rameurs, la partie extérieure des rames devroit être environ $17\frac{1}{3}$ fois plus longue que la partie intérieure.

XXXIX. Par le moyen de cette table on est aussi en état de construire & d'arranger un vaisseau, en sorte qu'il devient capable de faire un chemin donné par heure. Si l'on veut conter le chemin par milles d'Allemagne, il faut remarquer, qu'une telle mille contient 23640 pieds de Rhin. Et partant afin que le vaisseau fasse une mille d'Allemagne par heure, le nombre des rameurs doit être $= 9\frac{1}{2} \text{ ff}$;

& les rames doivent être partagées, en sorte que $\frac{b c}{a c} = 2\frac{1}{2}$ ou que

$a c : b c = 3 : 7$. Mais que le vaisseau fasse $1\frac{1}{2}$ milles par heure ou 38460 pieds, il faut un nombre de rameurs $= 27 ff$, & $b c$ doit être presque 3 fois plus longue que $a b$. Donc la Galere considérée cy-dessus, où il étoit $ff = 16$, parcourra par heure une mille d'Allemagne, si elle est poussée par 152 Rameurs: mais si l'on vouloit qu'elle fit $1\frac{1}{2}$ milles d'Allemagne, on y devroit mettre 432 Rameurs. Et partant si cette Galere n'est pas capable de recevoir un si grand nombre de rameurs, il sera impossible qu'elle achève $1\frac{1}{2}$ mile par heure. Car il faut remarquer, que plus on y place de rameurs, à cause de leur poids la Galere s'enfoncera plus dans l'eau, & sa résistance, & partant la valeur de ff , deviendrait plus grande. Par cette raison il sera tout à fait impossible de disposer une Galere, tellement qu'elle soit capable de parcourir deux milles d'Allemagne par heure, puisqu'il falloit pour cet effet un nombre de rameurs $= 54 ff$, si ce n'étoit qu'on pût trouver moyen de diminuer la résistance très considérablement; or il semble que d'autres circonstances, auxquelles il faut avoir égard, ne permettent pas une si grande diminution.

XL. Pour mieux voir, combien la rigoureuse observation de la proportion trouvée entre les parties $a c$ & $b c$ de chaque rame, contribué à l'accélération du vaisseau, je considérerai le cas, où le nombre des rameurs est $= 16 ff$, & la vitesse du vaisseau de 29051 pieds par heure, si l'on fait usage de la plus avantageuse disposition des rames

$\frac{b c}{a c} = x = 2, 6208$; & je chercherai la vitesse, que ce même

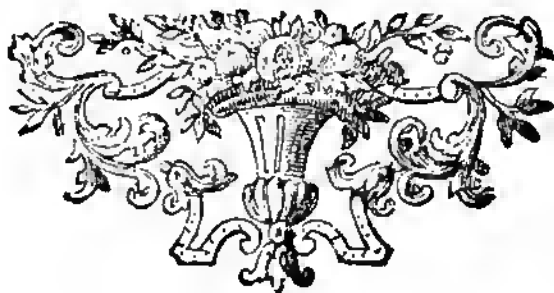
vaisseau acquerroit, si l'on ne mettoit que $x = 2$. Dans ce cas la

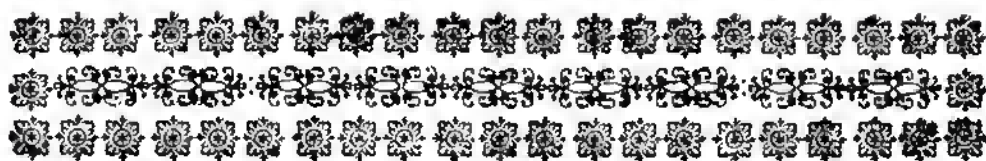
vitesse du vaisseau seroit de $\frac{16}{\sqrt{(8c + r)}}$ pieds dans une seconde,

& partant de $\frac{57600}{\sqrt{(8c + r)}}$ pieds par heure. Or pour ce cas

nous

nous aurons $e = \frac{4ff}{n} = \frac{1}{4}$ & $r = (1 + \sqrt{\frac{1}{4}})^2 = \frac{9}{4}$ à cause de $c c = \frac{3}{4}$: donc $8e + r = 2 + \frac{9}{4} = \frac{17}{4}$, & la vitesse du vaisseau sera $= \frac{115200}{\sqrt{17}} = 27940$ pieds par heure. Par conséquent, si au lieu de la proportion la plus avantageuse entre les parties des rames $\frac{bc}{ac} = 2$, 6208, on faisoit $\frac{bc}{ac} = 1$, on perdrait dans la vitesse du vaisseau 1111 pieds par heure, ce qui seroit une perte déjà assez considérable. Puisque j'ai remarqué que la valeur des pales $c c = \frac{3}{4}$ pieds quarrés est plus avantageuse que si l'on faisoit $c c = \frac{1}{2}$, je calculerai encore la vitesse du même vaisseau pour cette valeur $c c = \frac{1}{2}$ en supposant $x = 2$. Dans ce cas la valeur de e reste $= \frac{1}{4}$, mais on aura $r = (1 + \sqrt{\frac{3}{8}})^2 = 2,5997$, & la vitesse du vaisseau sera de 26856 pieds par heure. Donc cette diminution des pales causeroit encore une perte de 1084 pieds par heure; d'où il est clair combien il est important d'augmenter la grandeur des pales, autant qu'il sera possible.





RECHERCHES

SUR LA COURBE QUE FORME UNE CORDE

TENDUE MISE EN VIBRATION,

PAR MR. D'ALEMBERT.

I.

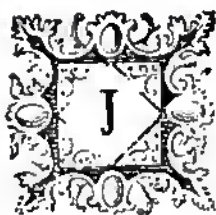


Fig. 1.

Je me propose de faire voir dans ce Memoire, qu'il y a une infinité d'autres courbes que *la Compagne de la Cycloïde allongée*, qui satisfont au Probleme dont il s'agit. Je supposeray toujours 1^{mo}. que les excursions ou vibrations de la corde sont fort petites, enforte que les arcs A M de la courbe qu'elle forme, puissent toujours être supposés sensiblement égaux aux abscissés correspondantes A P. 2^o. que la corde est uniformément epaisse dans toute sa longueur: 3^o. que la force F de la tension est au poids de la corde, en raison constante, c. a. d. comme m à 1; d'où il s'ensuit que si on nomme p la gravité, & l la longueur de la corde, on pourra supposer $F = p m l$; 4^o. que si on nomme A P ou A M, s ; P M, y ; & qu'on fasse $d s$ constante, la force acceleratrice du point M suivant M P, est $-\frac{F d d y}{d s^2}$, si la courbe est concave vers A C, ou $\frac{F d d y}{d s^2}$ si elle est convexe. Voyez *Taylor Meth. Incr.*

II. Cela



II. Cela posé, imaginons que Mm, mn , soient deux côtés consécutifs de la courbe dans un instant quelconque, & que $Pp = p\pi$, c. à. d. que ds soit constant. Soit t le tems écoulé depuis que la corde a commencé à entrer en vibration; il est certain que l'ordonnée PM ne peut être exprimée que par une fonction du tems t , & de l'abscisse ou de l'arc correspondant s , ou AP . Soit donc $PM = \Phi(t, s)$ c. à. d. égale à une fonction inconnue de t , & de s ; on fera $d[\Phi(t, s)] = p dt + q ds$, p , & q étant pareillement des fonctions inconnues de t & de s ; or il est évident par le Theor. de Mr. Euler, Tom. VII. des Mem. de Petersb. p. 177, que le coefficient de ds dans la différentielle de p doit être égal au coefficient de dt dans la différentielle de q ; soit donc $dp = \alpha dt + \nu ds$, on aura $dq = \nu dt + \beta ds$, α, ν, β , étant encore des fonctions inconnues de t & de s .

Fig. 2.

III. De là il s'ensuit, que comme les cotés Mm, mn , appartiennent à la même courbe, on aura $pm - PM$ égale à la différence de $\Phi(t, s)$ en ne faisant varier que s , c. à. d. que $pm - PM = q ds = ds . q$; & que la quantité que nous avons nommé cy-dessus $d dy$, c. à. d. la différence seconde de PM , prise en ne faisant varier que s , sera $ds . b ds$, on aura donc $\frac{F d d y}{ds^2} = F \delta$.

IV. Imaginons présentement que les points M, m, n viennent en M', m', n' ; il est certain que l'excès de $P M'$ sur PM sera égal à la différence de $\Phi(t, s)$ prise en ne faisant varier que t , c. à. d. que $P M' - PM = p dt = dt . p$; & que la différence seconde de PM prise en ne faisant varier que t , c. à. d. la différence de MM' , ou ce qui est la même chose, l'espace parcouru par le point M en vertu de la force accélératrice qui l'anime, sera $= \alpha dt$.

Fig. 3.

V. Cela posé, soit a l'espace qu'un corps pesant animé de la gravité p , parcourreroit dans un tems donné & constant θ : il est évident que l'on aura (par le Lem. XI. Sect. I. Liv. I. Princ. Math.) αdt^2 :

$$\alpha d t^2 : 2 a = F \beta d t^2 : p \theta^2, \text{ donc } \alpha = \frac{2 a F \beta}{p \theta^2} = \frac{2 a p m l \beta}{p \theta^2} =$$

$$\beta \cdot \frac{2 a m l}{\theta^2}.$$

VI. Nous remarquerons d'abord, que l'on peut représenter le tems donné θ par une ligne constante de telle grandeur que l'on voudra : il faudra seulement avoir soin de prendre, pour exprimer les parties variables & indéterminées du tems, des lignes t qui soient à la ligne qu'on aura prise pour marquer θ , dans le rapport de ces parties variables du tems au tems constant & donné, pendant lequel un corps pesant parcourt l'espace a . On pourra donc supposer θ telle, que $\theta^2 = 2 a m l$: & en ce cas on aura $\alpha = \beta$. Donc puisque $d p = \alpha d t + v d s$, il faut que $d q$ ou $v d t + \beta d s$ soit $= v d t + \alpha d s$.

VII. Pour déterminer par ces conditions les quantités α & v , on remarquera, que comme $d p = \alpha d t + v d s$, & $d q = v d t + \alpha d s$, on aura $d p + d q = (\alpha + v) \cdot (d t + d s)$; & $d p - d q = (\alpha - v) \cdot (d t - d s)$. d'où il s'ensuit

1^o, que $\alpha + v$ est égale à une fonction de $t + s$, & que $\alpha - v$ est égal à une fonction de $t - s$.

$$2^o. Qu'à par conséquent on aura $p = \frac{\Phi(t+s) + \Delta(t-s)}{2}$$$

ou simplement $= \Phi(t+s) + \Delta(t-s)$; & $q = \Phi(t+s) - \Delta(t-s)$, d'où l'on tire P M ou $s(p d t + q d s) = \psi(t+s) + \Gamma(t-s)$, $\psi(t+s)$ & $\Gamma(t-s)$ exprimant des fonctions encore inconnues de $t + s$ & de $t - s$.

L'équation générale de la courbe est donc

$$y = \psi(t+s) + \Gamma(t-s).$$

VIII. Or il est aisé de voir que cette equation renferme une infinité de courbes. Pour le faire voir, ne prenons icy qu'un cas particulier, savoir celui, où $y = 0$, quand $x = 0$; c. à. d. supposons que la corde, lorsqu'elle commence à entrer en vibration, soit étendue en ligne droite, & qu'elle soit forcée à sortir de son état de repos, par l'action de quelque cause que ce puisse être; il est évident que l'on aura $\psi x + \Gamma x = 0$, donc $\Gamma x = -\psi x$. De plus, comme la corde passe toujours par les points fixes A & B, il faut que $x = 0$, & $x = l$, rendent $y = 0$, quelle que soit t ; donc 1^o. $\psi x + \Gamma x = 0$, & $\Gamma x = -\psi x$; donc $\Gamma(x - l) = -\psi(x - l)$; donc on aura $y = \psi(x + l) - \psi(x - l)$; donc il faut que $-\psi - x = \Gamma x = -\psi x$; donc ψx doit être une fonction de x dans laquelle il n'entre que des puissances paires, lorsqu'on l'aura réduite en série. 2^o. De plus la condition de $y = 0$ lorsque $x = l$, donne $\psi(x + l) - \psi(x - l) = 0$. Il faut donc trouver une quantité $\psi(x + l)$, telle, que $\psi x - \psi - x = 0$ & $\psi(x + l) - \psi(x - l) = 0$.

IX. Pour y parvenir, imaginons la courbe xOT , dont les coordonnées foyent $TR = u$, $QR = z$, & qui foyent telles, que $u = \psi z$; cela posé puisque $\psi x - \psi - x$ doit être égale à zero, il est évident qu'en prenant $QR = Qx$, il faut que $rx = RT$; & qu'ainsi la courbe xOT aura, de part & d'autre du point o , des portions semblables & égales, xO , oT . De plus, comme $\psi(x + l)$ doit être $=$ à $\psi(x - l)$ & que la différence de $x + l$ & de $x - l$ est $2l$, il est évident que la courbe xOT doit être telle, qu'étant supposée entièrement décrite, deux ordonnées quelconques distantes l'une de l'autre de la quantité $2l$, foyent égales entr'elles. Donc si on suppose $QR = l$, on verra que la partie TK doit être égale & semblable à xO ; que la partie KX doit être aussi égale & semblable à oT &c.; & comme les parties xO , oT , sont déjà semblables & égales, il s'ensuit que la courbe cherchée s'étend à l'infini des deux côtés du point o , & qu'elle est composée de parties toutes égales & semblables à la partie oTK , dont l'abscisse $QV = 2l$, & qui est

Fig. 4.

Fig. 5.

divisée par son point de milieu T en deux parties semblables & égales. Or les Geometres savent qu'une telle courbe peut toujours s'engendrer par le moyen d'une autre courbe $T V' S R V'$, qui rentre en elle même, & dont les deux parties $T R S$, $T V' S$ soient semblables & égales: car si par un point quelconque L de l'axe T S on tire une droite L H, laquelle soit égale à un multiple de l'arc T R, plus à une fonction quelconque de l'abscisse T L & de l'ordonnée L R; ou bien si l'on fait la ligne L H égale à une fonction quelconque de l'abscisse T L & de l'ordonnée L R, plus à l'espace T L R divisé par une constante quelconque; il est certain qu'on aura par ce moyen une courbe $o T K$, dont les deux parties seront égales & qui s'étendra à l'infini, ayant toutes ses parties semblables & égales à $o T K$, comme la cycloïde ordinaire.

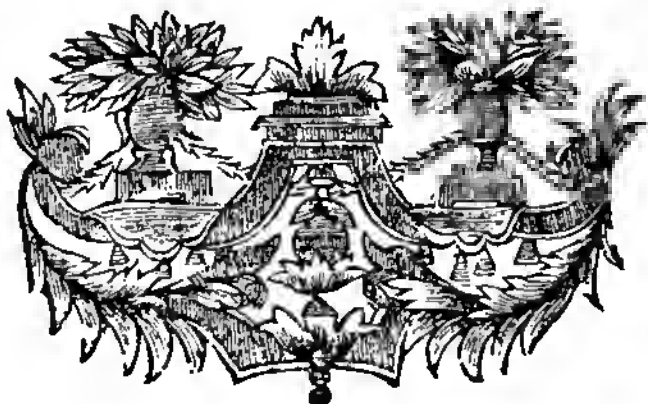
X. Ayant donc décrit une telle courbe O T K, il sera facile de déterminer pour un tems quelconque s , la courbe que forme alors la corde tendue: car cette courbe se construira toujours en prenant pour l'ordonnée qui répond à une abscisse quelconque s , la différence de deux ordonnées de la courbe O T K, rapportée à un axe quelconque Z V, & desquelles l'une $\psi(x+s)$ soit distante du point Z de la quantité $x+s$, & l'autre $\psi(x-s)$ soit distante de ce même point Z, de la quantité $x-s$.

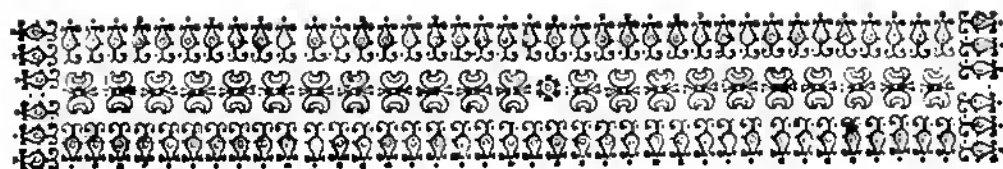
XI. Nous avons déjà remarqué que ψs doit être une fonction paire de s , donc $\psi(x+s)$ doit être aussi une fonction paire de $x+s$. Donc la différence de $\psi(x+s) - \psi(x-s)$, prise en ne faisant varier que x , c'est à dire $d x$. $[\Delta(x+s) - \Delta(x-s)]$ doit être telle, que $\Delta(x+s)$ & $\Delta(x-s)$ soient des fonctions impaires de $x+s$ & de $x-s$: or il est facile de voir que $\Delta(x+s) - \Delta(x-s)$ ou $\frac{PM' - PM}{dx}$

exprime en general la vitesse du point M, & que $\Delta s - \Delta - s$, exprime la vitesse initiale de ce même point; donc l'expression de la vitesse initiale imprimée à chaque point de la corde, lorsqu'elle est en ligne

ligne droite, & qu'elle commence à se mouvoir, doit être telle, qu'étant réduite en série, elle ne renferme que des puissances impaires de s ; autrement, si la fonction de s , qui exprime cette vitesse initiale, n'étoit pas une fonction impaire de s , le problème seroit impossible, c. à. d. on ne pourroit pas assigner une fonction de t & de s , qui représentât en général la valeur des ordonnées de la courbe pour une abscisse s , & pour un tems t quelconque.

Il y a un grand nombre d'autres conséquences à tirer de la solution générale que nous venons de donner. Elles feront le sujet d'un second Memoire.



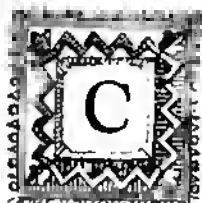


SUITE DES RECHERCHES

SUR LA COURBE QUE FORME UNE CORDE

TENDUE, MISE EN VIBRATION,

PAR M^R. D'ALEMBERT.



e Memoire etant une suite du precedent, je conserveray l'ordre des N^o. des articles.

XII. Je vais continuer à examiner les propriétés de la courbe vibrante, qui dans le cas où $x = 0$, donne $y = 0$. Mais avant que d'entrer dans un plus grand détail, il est à propos de faire voir d'une manière un peu plus étendue que dans l'art. X, comment on peut construire par le moyen de la courbe O T K (fig. 5. du Mem. preced.) la courbe que forme la corde tendue. J'appelleray dans la suite *Courbe generatrice* cette courbe O T K, (fig. 1.) qui est composée, comme je l'ay fait voir, d'une infinité de portions semblables & egales, & dont les ordonnées, répondantes aux abscisses x , sont egales à ψx .

On a deja vû que la courbe O T K devoit etre telle, que O K fût $= 2 l$, & que par conséquent O S ou $\frac{OK}{2}$ fût $= l$. Maintenant par l'extremité Q, de l'axe qu'on peut supposer etre un des bouts de la corde, on tirera la ligne Q P, qui fasse avec la droite O Q N un
angle

angle de 45 degrés; cela posé, si l'on veut savoir en quel endroit se trouvera, dans un tems donné, un point quelconque G de la corde; dont la distance QG au point Q soit s , on remarquera d'abord, que comme le tems donné θ est supposé icy $= \sqrt{2am l}$, c'est à dire, est exprimé par une ligne droite egale à $\sqrt{2am l}$, un tems quelconque t devra etre exprimé par une ligne, qui soit à $\sqrt{2am l}$ comme t est à θ . On prendra donc QN $=$ à cette ligne qui doit exprimer t , & on aura NP $=$ QN $= t$. Donc faisant Qg $=$ QG $= s$, & menant GA, gF paralleles à QN, & AB, FI, paralleles à QP, on aura QB $= t + s$, & QI $= t - s$: donc BD $=$ IE ou CD $=$ dE $= \psi(t + s) - \psi(t - s)$. Donc on aura le point γ où doit se trouver G, en prenant G $\gamma =$ CD $-$ dE.

XIII. Si on suppose que σds soit l'espace que chaque point de la corde tend à parcourir au premier instant (σ étant une fonction de s) on aura (art. XI.) $\frac{d\psi s}{ds} + \frac{d\psi - s}{ds} = \sigma$, d'où l'on tire $\psi s + \psi - s = \int \sigma ds$; & comme $\psi s - \psi - s$ est egal à zero, il s'ensuit que $\psi s = \frac{\int \sigma ds}{2} + \text{Const.}$ D'où l'on voit que les fonctions

σ , qui representent les vitesses initiales doivent etre proportionnelles aux differences des ordonnées I E de la courbe generatrice, divisées par les ds correspondants. Or la courbe generatrice étant composée de parties egales & semblables OT, TK, KY, YH, OR', R'V' &c. il s'ensuit que la courbe QZR, (fig. 2.) dont les ordonnées IP expriment les vitesses initiales σ , doit etre telle, que si on prend sur l'axe QK', de part & d'autre du point Q, tant de parties qu'on voudra QG, QR, RK', &c. toutes egales à l , les portions de courbe QFG, QZR, RVK', correspondantes à ces parties, soyent situées alternativement au dessus & au dessous de l'axe, & que de plus elles soyent egales & semblables: savoir la partie RV à la partie RZ, la partie VK' à la partie ZQ, celle-cy à la partie QF, & la partie FG à la partie ZR, & ainsi de suite.

De plus, comme l'ordonnée $IP (\sigma)$ est égale à zero, lorsque $s = 0$ & lorsque $s = l$, il s'ensuit que $\frac{d\psi}{ds}$ doit être $= 0$ aux points O & T (fig. 1.) c. à d. que la courbe OT doit toucher la ligne OK en O , & luy être parallèle en T ; d'où il s'ensuit nécessairement que cette courbe aura un point d'inflexion entre O & T ; & il en est de même des parties TK , KY , &c. qui doivent être égales & semblables à la portion OT . Le point Z (fig. 1.) qui reprend au point d'inflexion Z' de la courbe OT , donnera la plus grande ordonnée zZ (fig. 2.) de la courbe QZR . Enfin si les parties OZ' , $Z'T$ (fig. 1.) de la courbe génératrice, dont l'une est convexe, l'autre concave vers la ligne OK , sont semblables & égales, comme il arrive par ex. dans la courbe appelée *Compagne de la Cycloïde*, alors les parties QZ , ZR , de la courbe QZR (fig. 2.) seront semblables & égales.

Au reste, il est clair que la valeur de $\psi(x+s) - \psi(x-s)$ est la même, soit qu'on prenne l'origine en Q , ou qu'on la prenne en O . C'est pourquoy nous supposons toujours dans la suite de ce *Memoire*, que l'origine de la courbe vibrante soit en O .

XIV. Il faut cependant remarquer, qu'au lieu de faire commencer l'origine de la courbe au point O , on pourroit la faire commencer au point S , qui est le point de milieu de l'axe. Car ce point S a la même propriété que le point O , savoir, que si on prend depuis ce point S de part & d'autre des parties de l'axe égales à l , les portions correspondantes de la courbe sont semblables & égales. Mais comme les ordonnées de la portion TK diminuent depuis T jusqu'en K , la valeur de $\psi(x+s) - \psi(x-s)$ seroit alors négative, au moins en supposant que la courbe génératrice fût telle qu'elle est représentée dans la figure, c. à d. que l'origine de l'axe fût en S & non en T . Ainsi pour avoir une valeur positive de y , il faudroit prendre $y = \psi(x-s) - \psi(x+s)$ au lieu de $y = \psi(x+s) - \psi(x-s)$. Cependant on pourroit, si l'on vouloit, prendre $y = \psi(x+s) - \psi(x-s)$ & cela ne changeroit rien à la courbe vibrante, si non

Enon de mettre en deffous de l'axe la partie, qui auroit été en deffus, ce qui est affés indifférent dans le cas dont il s'agit.

XV. Si les parties OZ' , $Z'T$ (fig. 3.) de la courbe generatrice, dont l'une est convexe & l'autre concave, font égales & semblables, en ce cas, la courbe qu'on trouveroit pour la corde tendue, seroit la même, soit qu'on prit le point O , ou le point s , pour l'origine de l'axe de la courbe generatrice, & pour l'extremité de la corde vibrante. Car faisant $sa = OA = r - s$; $Sc = OC = r + s$, l'ordonnée y seroit dans le premier cas $= CD - AE$ (art. XII.), & dans le second cas, $= ae - cd$ (art. XIV.) Or à cause de l'égalité, de la similitude, & de la position respective des parties OZ' , $Z'T$, TX , XK' , on a $CD + cd = ST$, & $AE + ae = ST$; donc $CD - AE = ae - cd$. Donc &c.

Il n'en seroit pas de même si les portions OZ' , $Z'T$ n'étoient point égales & semblables. Car alors la courbe qu'on trouveroit en prenant le point O pour origine, seroit différente de celle qu'on trouveroit en prenant pour origine le point S .

Il est bien facile de trouver une infinité de courbes telles que OTK' , qui soyent composées à l'infini de 4 parties égales & semblables, OZ' , $Z'T$, TX , XK' , dont deux soyent convexes, savoir OZ' , XK' , & les deux autres concaves. Pour cela il suffit de chercher une courbe dont les ordonnées FX , FZ' , (fig. 4.) soyent proportionnelles aux arcs correspondants TV , TL d'une courbe ovale $TVSL$ composée de 4 parties égales & semblables TV , VS , SL , LT : tels sont le cercle, l'ellipse, & une infinité d'autres courbes. Nous examinerons ce point plus en detail dans la suite de ce Memoire.

[Lors que la courbe generatrice OTK' sera composée de 4 parties égales & semblables, OZ' , $Z'T$, TX , XK' ; je l'appellerai pour abregé, *Courbe à inflexion & à 4 parties égales*; & lorsque les parties OZ' , $Z'T$, ne seront pas égales & semblables, j'appelleray la courbe OTK' , *Courbe à inflexion, & à parties égales deux à deux*, parceque la partie OZ' est semblable & égale à la partie

tie $X K'$, & que la partie $Z' T$, est semblable & egale à la partie $T X$.]

XVII. Lorsque la courbe generatrice $O T K'$, (fig. 5.) est d'inflexion $\mathcal{E}$ à quatre parties egales, la courbe $O M S$ (fig. 6.) que forme la corde vibrante, est telle, que si on la continuoit indéfiniment par delà les points O & S , elle seroit aussy à inflexion $\mathcal{E}$ à 4 parties égales. En effet soit $O G$ (fig. 6.) $= s$, $O M'$ (fig. 5.) $= t$; $O C = t + s$, $O A = t - s$, on aura $G I$ (fig. 6.) $= C D - A E$ (fig. 5.) $= \psi(t + s) - \psi(t - s)$. Imaginons à present que l'axe $O S$ (fig. 6.) soit prolongé par de là le point s , & qu'on prenne $S g = O G$, & dans la fig. 5, $C c$ & $A a = O S$, on auroit l'ordonnée $g i$ (fig. 6.) $= c d - a e$ (fig. 5.) $= C D - A E$ pris en sens contraire (art. XV.). Donc en premier lieu la partie $S N K'$ (fig. 6.) fera egale & semblable à la partie $O M S$, mais en dessous l'axe, & la courbe $O M S$ etant continuée, fera de cette maniere des serpenemens infinis autour de son axe. De plus, si on suppose $S g'$ (fig. 6.) $= O G$, & qu'on veuille trouver la valeur de l'ordonnée correspondante $g' i'$, il faudra prendre dans la fig. 5. $M' c' = O g'$ aussi bien que $M' a'$, & faire $g' i' = c' d' - a' e'$: or comme $A M'$ & $M' C = O G = S g'$, il est evident que $A M' + M' c' = O S$, & que $C M' + M' a' = O S$. Donc $c' d' + A E = C D + a' e'$, donc $c' d' - a' e'$ ou $g' i' = C D - A E$ ou $G I$ (fig. 6.); donc les deux parties $M S$, $M O$ de la courbe vibrante sont semblables & egales. Or nous venons de prouver que la partie $S N K'$ est aussi semblable & egale à la partie $O M S$, & placée au dessous de l'axe: donc la courbe $O M S$ que forme la courbe vibrante, est telle, que si elle étoit continuée, elle seroit d'inflexion en S & en O , & à 4 parties égales $O M'$, $M S'$, $S N'$, $N K'$ &c.

Il n'en est pas de même, lorsque la courbe generatrice est à inflexion $\mathcal{E}$ à parties égales deux à deux. La partie $S N K'$ de la courbe vibrante, continuée (fig. 6.) ne seroit point alors semblable à la partie $O M S$, ni la partie $M S$ à la partie $O M$; mais si on prenoit depuis le point O de part & d'autre, tant de parties qu'on voudroit,

droit, égales à $2l$, les parties de la courbe correspondantes à ces divisions de l'axe, seroient égales & semblables entr'elles, & semblablement situées par rapport à l'axe; car on a fait voir dans l'art. IX, qu'en général les ordonnées de la courbe generatrice, qui sont distantes l'une de l'autre de $2l$, doivent être égales.

XVIII. Si $t = \frac{1}{2} l$, c'est à dire si $OM' = \frac{1}{2} OS$, il est facile de voir que $CD - AE$ (fig. 7) $= 2 (CD - M'Z')$: ainsi pour former alors la courbe de la corde vibrante, il suffira de tracer une courbe OMS (fig. 6), qui ait des ordonnées GI , doubles des ordonnées correspondantes de la portion $Z'TX$ (fig. 7) de la courbe generatrice, dont on suppose ici que Z', X soient les points d'inflexion, & $Z'X$ l'axe: d'où l'on voit que si, par exemple, les ordonnées parallèles à OS ou à $Z'X$, dans la courbe generatrice, sont dans le rapport de $\frac{n}{m}$ avec les arcs correspondants d'une courbe ovale quel-

conque, la courbe que forme la corde vibrante dans l'instant où $t = \frac{1}{2} l$, sera telle, que ses ordonnées parallèles à OS (fig. 6) seront dans le rapport de $\frac{n}{2m}$ avec les arcs correspondans d'une courbe ovale semblable, & double de la première.

XIX. Comme l'on a supposé le tems constant θ égal à $\sqrt{2} \pi m l$, il est visible que t fera $= \frac{1}{2} l$, lorsque le tems t sera au tems θ , comme $\frac{1}{2} l$ à $\sqrt{2} \pi m l$; donc en general, après un tems égal à $\frac{\theta l}{2 \sqrt{2} \pi m l}$ ou égal à $\frac{q \theta l}{2 \sqrt{2} \pi m l}$, q étant un nombre impair quelconque, la courbe formée par la corde vibrante sera de la même nature que la courbe generatrice.

XX. Si on veut savoir quels seront les momens, où la corde sera en ligne droite, il faut chercher sur l'axe OS (fig. 5) les valeurs de t telles, qu'en prenant de part & d'autre du point où elles se terminent des valeurs quelconques de s égales entr'elles, les ordonnées correspondantes, qui seront $\psi(t+s)$ & $\psi(t-s)$, soient égales entr'elles, ce qui aura lieu, si on prend $t = OS$ ou OK' , ou

en général, égal à un multiple de l ; or comme $\theta = \sqrt{2am}l$; & que le tems t dont il s'agit ici, sera $= Rl$, R exprimant un nombre entier quelconque, pair ou impair, il est evident, que ce tems t sera à θ , comme Rl est à $\sqrt{2am}l$; donc la corde se trouvera dans la situation rectiligne après chaque tems t , qui contiendra un certain nombre de fois exactement le tems $\frac{\theta l}{\sqrt{2am}l}$, ou $\frac{\theta \sqrt{l}}{\sqrt{2ma}}$.

XXI. Il est facile de tirer de notre solution générale la solution, que l'on donne ordinairement du Problème *de cordis vibrantibus*. Pour le faire voir il ne sera pas inutile de rappeler ici la methode qu'on employe pour y arriver. Suivant cette methode on a

Voyez Tay-
lor Method.
Incram. & les
Mem. de Pe-
tersb. 3.

$\frac{dd y}{ds^2} : \frac{1}{R} = y : A$, en prenant R pour le rayon de la developpée de la courbe à l'extrémité de sa plus grande ordonnée, & A pour cette plus grande ordonnée; d'où l'on tire $-\frac{A R d d y}{ds^2} = y$,

donc $-A R dy^2 = y^2 ds^2 - A^2 ds^2$ & $ds = \frac{dy \sqrt{A R}}{\sqrt{A^2 - y^2}}$,

ou $ds = \frac{A dy}{\sqrt{(A A - y y)}} : \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{A}}$. Donc si on nomme l la longueur de la corde, & n le rapport de la circonference au rayon on aura $\frac{n A}{2} \times \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{A}} = \frac{l}{2}$ & $n^2 A R = l l$, donc $R = \frac{l l}{n n A}$; c'est à dire

que $\frac{l l}{n^2 A}$ est l'expression du rayon de la developpée à l'extrémité de la plus grande ordonnée: donc la force acceleratrice, dont l'expression generale est $-\frac{p m l d d y}{ds^2}$, sera à l'extrémité de la plus grande ordonnée,

$\frac{p m l}{R}$ ou $\frac{p m n^2 A}{l}$. De plus, si on nomme y' la plus grande ordonnée de la courbe après un tems quelconque t , on fait que

que la force $\frac{pmn^2 \Lambda}{l}$ devient alors $\frac{pmn^2 \Lambda}{l} \times \frac{y'}{\Lambda} = \frac{pmn^2 y}{l}$,

donc on aura $\frac{dt^2}{\theta^2} \times \frac{2apmn^2 y'}{pl} = -dd y'$, d'où l'on tire en

integrant $\frac{d y'}{\sqrt{(\Lambda^2 - y'^2)}} = \frac{n dt}{\theta} \times \frac{\sqrt{2am}}{\sqrt{l}}$, donc $\frac{y'}{\Lambda} =$
 $\frac{nt\sqrt{2am} \cdot \sqrt{-1}}{\theta \sqrt{l}} \quad \frac{-nt\sqrt{2am}\sqrt{-1}}{\theta \sqrt{l}}$

$\frac{c}{2\sqrt{-1}}$. Or quand la plus

grande ordonnée est Λ , on trouve par l'équation cy-dessus $ds =$

$\frac{\Lambda dy}{\sqrt{(\Lambda^2 - y^2)}} \times \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{\Lambda}}$, que l'ordonnée à un point quelconque est

$A \times c \frac{\frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}} - \frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}}}{2\sqrt{-1}}$; & quand la plus grande

ordonnée est y' , l'ordonnée y à un point quelconque est $y' \times$

$\frac{\frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}} - \frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}}}{2\sqrt{-1}}$, donc $y = A \times$

$\left(\frac{\frac{nt\sqrt{2am} \cdot \sqrt{-1}}{\theta \sqrt{l}} - \frac{nt\sqrt{2am} \cdot \sqrt{-1}}{\theta \sqrt{l}}}{2\sqrt{-1}} \right) \times$

$\left(\frac{\frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}} - \frac{s\sqrt{-1}}{\sqrt{AR}}}{2\sqrt{-1}} \right)$: mettant pour $\sqrt{RA}$ sa va-

leur $\frac{l}{n}$ & supposant pour simplifier le calcul $\theta = \sqrt{2} am l$, on aura

$$y = A \times \left(c \frac{\frac{nV-1}{l}}{2V-1} - c \frac{-\frac{nV-1}{l}}{2V-1} \right) \times \left(c \frac{\frac{nV-1}{l}}{2V-1} - c \frac{-\frac{nV-1}{l}}{2V-1} \right)$$

$$= A \times \left[\left(c \frac{\frac{nV-1}{l}(t+s)}{4} + c \frac{-\frac{nV-1}{l}(t+s)}{4} \right) \right.$$

$$\left. - \left(c \frac{\frac{nV-1}{l}(t-s)}{4} + c \frac{-\frac{nV-1}{l}(t-s)}{4} \right) \right].$$

Donc dans le cas qu'on a seul considéré jusqu'icy, on a $\psi(t+s)$

$$= A \times \left(c \frac{\frac{nV-1}{l}(t+s)}{4} + c \frac{-\frac{nV-1}{l}(t+s)}{4} \right) \& \psi(t-s)$$

$$= A \times \left(c \frac{\frac{nV-1}{l}(t-s)}{4} + c \frac{-\frac{nV-1}{l}(t-s)}{4} \right).$$

Telle est l'équation de la corde vibrante, dans l'hypothèse qu'elle soit en ligne droite au commencement de son mouvement, & que chacun de ses points reçoive l'impulsion convenable, pour qu'elle prenne la forme de la *compagne de la cycloïde* extrêmement allongée. Si on supposoit que la corde ne fût pas en ligne droite au commencement de son mouvement, & qu'elle eût la forme de la *compagne de la cycloïde* très allongée, alors, comme y' diminueroit à mesure

mesure que x croitroit, on auroit $-\frac{d y'}{\sqrt{(A^2 - y^2)}} = \frac{n d x}{\theta}$

$$\times \frac{\sqrt{2am}}{\sqrt{l}} \& y = A \times \left(c \frac{\frac{n x \sqrt{-1}}{l}}{+ c} \right)$$

$$\times \left(c \frac{\frac{n s \sqrt{-1}}{l}}{- c} \right), \text{ d'où l'on tireroit fort aisé-}$$

ment les valeurs de $\psi(x+s)$ & de $\psi(x-s)$ convenables à cette hypothese.

XXII. Il est facile de voir que dans les deux cas, dont nous venons de parler, $\psi(x+s) - \psi(x-s) = \Delta x \times \Gamma s$, Δx , & Γs exprimant des fonctions de x & de s , & que dans le 1^{er} cas $\Gamma s = \Delta x$; or je dis qu'il n'y a aucun autre cas où $\psi(x+s) - \psi(x-s)$ puisse etre egal au produit d'une fonction de x par une fonction de s . En effet il est visible par ce que nous avons dit dans le art. VII & VIII, que $\psi(x+s) - \psi(x-s)$ peut etre regardé en general comme l'ordonnée d'une courbe que forme une corde vibrante. Or soient OMV, OLV (fig. 8) deux des courbes quelconques que forme la corde dans deux instans differens; pourque y soit $\Delta x \times \Gamma s$, il faut qu'en tirant tant d'ordonnées qu'on voudra LN, RP, KF, &c. on ait LN: MN = RP: PQ = KF: YF; or dans cette supposition on trouvera facilement par la methode ordinaire, que toutes les courbes OMV, OLV, doivent etre des compagnes de cycloïde, fort allongées; donc on ne peut avoir $\psi(x+s) - \psi(x-s) = \Delta x$

$$\times \Gamma s, \text{ que dans le cas de } \Gamma s = c \frac{\frac{M s \sqrt{-1}}{2 \sqrt{-1}}}{- c}$$

M exprimant un nombre quelconque, & dans celui de $\Delta x = A$.

$$\left(\frac{M \dot{x} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{c^2}{V^2}}}{c} \right) \text{ ou bien } = A$$

$$\left(\frac{M \dot{x} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{c^2}{V^2}}}{c} \right). \text{ C'est ainsi que l'application}$$

de la Mécanique à la Géométrie aide quelque fois à découvrir des vérités purement géométriques, qu'il pourroit être assez difficile de trouver, en se servant de méthodes directes.

XXIII. Jusqu'ici nous avons supposé que y étoit $= 0$ lorsque $t = 0$, c'est à dire que la corde étoit d'abord en ligne droite. Mais il peut arriver par une infinité de causes que la corde forme une ligne courbe au commencement de son mouvement: par exemple, qu'elle ait été forcée de se courber, par des puissances qui l'ayent tenu quelque tems en équilibre, & qui viennent à cesser tout-à-coup. Il est évident qu'en ce cas la seule courbure de la corde suffira pour qu'elle se mette en mouvement, sans qu'il soit nécessaire d'imprimer à ses parties aucune vitesse primitive. Cependant pour rendre la solution que nous allons donner, plus étendue & plus générale, nous supposons que chaque partie de la corde, outre le mouvement qu'elle reçoit de la courbure même de la corde, ait encore reçu une vitesse telle, que l'espace qu'elle doit parcourir dans le premier instant dt soit σdt , σ étant une fonction de s . Nous supposons de plus que la première valeur générale de l'ordonnée y soit Σ , Σ exprimant aussi une fonction de s . Cela posé, nous aurons en général comme dans l'art. VIII, $y = \psi(t + s) + \Delta(t - s)$; or lorsque $s = 0$, il faut que $y = 0$, quel que soit t , on aura donc $\psi t + \Delta t = 0$ & $\Delta t = -\psi t$, donc $y = \psi(t + s) - \psi(t - s)$. Cette équation qui paroît la même que celle de l'art. VIII en est cependant différente, en ce qu'ici $\psi s - \psi - s$ ne doit pas être $= 0$, mais $= \Sigma$. L'expression générale de l'espace parcouru dans un instant est $dt [\Gamma(t + s) - \Gamma(t - s)]$, & lorsque $t = 0$, il faut que $\Gamma s - \Gamma - s = \sigma$; donc $d\Gamma s - d\Gamma - s = \sigma ds$; donc ψs
 $\psi - s$

$+ \psi - s = \int \sigma ds + \text{const.}$ d'où l'on voit que $\int \sigma ds$ doit être une fonction paire de s , & que par conséquent σ en est une fonction impaire; de même l'équation $+ \psi - s = \Sigma$ fait voir que Σ doit être une fonction impaire de s . Donc le problème est impossible, si les fonctions σ & Σ ne sont pas l'une & l'autre des fonctions impaires de s , c. à. d. des fonctions où il n'entre que des puissances impaires de s , c'est à dire qu'on ne pourra trouver alors aucune fonction de $x + s$, telle que $y = \psi(x + s) - \psi(x - s)$.

XXIV. Lorsque $\sigma = 0$, on a $\psi s + \psi - s = 0$. Donc ψs doit être une fonction impaire, & $\Sigma = 2\psi s = -2\psi - s$, donc la courbe generatrice doit passer par l'origine A de la corde vibrante (fig. 9.) & être composée de deux parties égales & semblables l'une au dessous de l'axe, l'autre au dessus, lesquelles commencent toutes deux en A, car $\Sigma = 2\psi s$, donne $\psi s = \frac{\Sigma}{2}$. Or Σ est $= 0$ quand $s = 0$, & comme Σ est une fonction impaire, elle doit être négative, quand s est négatif. De plus, comme y doit être $= 0$ lors que $s = l$, il faut que les ordonnées de la courbe generatrice distantes l'une de l'autre de $2l$, soient égales (art. IX.); enfin comme $\Sigma = 0$ lorsque $s = l$, il faut que $\psi s = 0$ lorsque $s = l$, & qu'ainsi la courbe generatrice coupe son axe en un point éloigné de A de la quantité l .

De là il s'ensuit que la courbe generatrice doit être telle, que si on prend sur l'axe AO de part & d'autre du point A des portions égales à $2l$, les parties de la courbe répondantes à ces portions de l'axe, soient égales, semblables, & semblablement situées par rapport à l'axe. De plus, si on fait $AS = 2l$ & $AK = 2l$, on trouvera que la partie KQTGH doit par la même raison être égale & semblable à la partie APOLS, & semblablement située par rapport à l'axe. Or les parties APLS, & AGTQK doivent être aussi égales & semblables, mais différemment situées. Donc les parties APO, OLS, AGT, TQK, sont égales, semblables & alternativement situées au dessus & au dessous de l'axe; donc la courbe genera-



generatrice coupe son axe en une infinité de points distans de part & d'autre de A des quantités $l, 2l, 3l, 4l$ &c. & cette courbe est formée de parties égales & semblables, qui serpentent autour de ces axes, & qui se trouvent alternativement au dessus & au dessous.

XXV. Pour que la courbure de la corde soit telle, que tous ses points puissent arriver à l'axe dans le même instant, il faut qu'il y ait une valeur de t telle que $+(t+s) - +(t-s)$ soit $= 0$, quelle que soit la valeur de s , c'est à dire qu'il y ait des points dans l'axe A O, tels que les ordonnées également distantes de part & d'autre de ces points, soient égales. Or cela ne peut avoir lieu ici, que quand les portions, ou arcades A P O de la courbe generatrice sont composées chacune de deux moitiés égales & semblables A P, P O.

XXVI. Il est clair par les propriétés qui viennent d'être démontrées de la courbe generatrice A P O, que les ordonnées M N de cette courbe (fig. 10.) peuvent être représentées par les aires correspondantes P M S d'une courbe K S G B E I, dont les deux parties séparées par l'axe P Q peuvent être égales ou inégales, mais doivent être composées chacune de deux parties égales & semblables P K C H, H C Q G; & E P C I, I C Q B; & lorsque A P fera égale & semblable à P O, alors ces 4 parties seront toutes égales & semblables entr'elles. Voyés l'art. XXXI. cy dessous.

XXVII. On a déjà vu que dans le cas de $\sigma = 0$ la fonction $+s$ est $= \frac{\Sigma}{2}$. D'où il s'ensuit que si A K O (fig. 11.) est la figure de la corde au premier instant de son mouvement, on trouvera facilement la courbe generatrice A P O, en coupant par le milieu en G, P, toutes les ordonnées N V, K C, de la courbe A K O.

De là, & de l'art. preced. il s'ensuit que la courbe donnée A K O doit être telle, que ses ordonnées paralleles à A O puissent être représentées par les aires correspondantes d'une courbe composée de deux parties, dont chacune puisse se diviser par une ligne parallele à A O en deux moitiés égales & semblables; & pour que
tous



tous les points de la corde A K O arrivent en même tems à la ligne droite A O, il faut que les deux parties A K, K O, soient égales & semblables.

XXVIII. Si σ n'est pas $= 0$, c. à. d. si les points de la corde reçoivent au commencement de leur vibration des vitesses, qui leur foyent imprimées par des puissances quelconques, on aura $\psi s + \psi - s = A + \int \sigma ds$, A marquant une constante & $\psi s - \psi - s = \Sigma$. Donc $\psi s = A + \frac{\int \sigma ds + \Sigma}{2}$ & $\psi - s = A + \frac{\int \sigma ds - \Sigma}{2}$, Σ & σ étant l'une & l'autre des fonctions impaires de s .

Dans ce cas la courbe generatrice Q M L (fig. 12.) doit etre telle, que si on prend sur l'axe A O tant de parties qu'on voudra A O', O R, &c. égales à $2l$, les portions de courbe correspondantes Q M L, L K N, &c. foyent égales & semblables; savoir, la partie Q M à L K, la partie M L à K Q &c. parceque $\psi (t + s) - \psi (t - s)$ doit etre $= 0$ lorsque $s = l$. Par la même raison si on prend A Z $=$ A O, la partie Q P doit etre égale & semblable à la partie L M, & la partie P F à la partie M Q.

REMARQUE I.

XXIX. Nous avons supposé dans la solution generale du probleme (art. VI.) que θ etoit $= \sqrt{2am}l$; & nous avons fait voir que cette hypothese ne limitoit point notre solution: cependant si on vouloit résoudre sans le secours de cette hypothese le probleme dont il s'agit, voici comment il faudroit s'y prendre.

On remarquera 1^o. que la question se réduit à trouver des quantités α & β , telles que $\nu dt + \beta ds$, & $\nu ds + \alpha dt$ foyent des differentielles exactes, & que de plus $\alpha = \frac{6.2am l}{\theta^2}$. Il faut donc

trouver une quantité β telle, que $\nu dt + \beta ds$ & $\nu ds + \frac{6.2am l}{\theta^2} dt$

foyent des differentielles exactes. 2^o. Puisque la solution que nous avons donnée en faisant $\theta = \sqrt{2am}l$, est absolument générale,



rale, la valeur de y qui est $\psi(t+s) - \psi(t-s)$ doit donc être la même, soit qu'on prenne $\theta = \sqrt{2am l}$, ou non. Donc lorsque θ ne sera pas supposé $= \sqrt{2am l}$, il faudra pour conserver la valeur de y , prendre au lieu de t , une ligne égale à celle qui exprime le tems t dans le cas de $\theta = \sqrt{2am l}$. Or si θ est $= g\sqrt{2am l}$, g exprimant un nombre quelconque, la ligne qui exprimeroit alors le tems t , seroit à celle qui l'exprime dans le cas de $\theta = \sqrt{2am l}$, comme g à 1. Donc, si on divise par g la ligne qui exprime le tems t dans le cas de $\theta = g\sqrt{2am l}$, cette ligne ainsi divisée sera égale à celle qui exprimeroit le même tems t dans le cas de $\theta = \sqrt{2am l}$. Donc

si au lieu de t , on écrit $\frac{t}{g}$ ou $\frac{t\sqrt{2am l}}{\theta}$ dans la valeur de y , on

aura l'expression générale $\psi\left(\frac{t\sqrt{2am l}}{\theta} + s\right) - \psi\left(\frac{t\sqrt{2am l}}{\theta} - s\right)$

qui est toujours la même, soit que $\theta = \sqrt{2am l}$, ou non.

Pour voir maintenant comment on arriveroit à trouver cette valeur générale de y en integrant directement les quantités $v dt + \beta ds$ & $v ds + \frac{\beta \cdot 2am l dt}{\theta^2}$, on remarquera que dans le cas

de $\theta = \sqrt{2am l}$, ces deux quantités étant ajoutées ensemble, ont donné $v + \beta$ égale à une fonction de $t + s$, & que la seconde étant retranchée de la première a donné $v - \beta =$ à une fonction de $t - s$; d'où l'on a tiré les valeurs de v & de β . Il faut donc tâcher de préparer les deux quantités données, de manière qu'elles demeurent toujours des différentielles complètes, & que les ajoutant & les retranchant successivement l'une de l'autre, on ait deux différentielles dont l'une soit celle d'une fonction de $\frac{t\sqrt{2am l}}{\theta} + s$, & l'autre,

celle d'une fonction de $\frac{t\sqrt{2am l}}{\theta} - s$. Pour cela il faudra

d'abord écrire la seconde ainsi $= \frac{\beta\sqrt{2am l}}{\theta} \times \frac{dt\sqrt{2am l}}{\theta} + v ds$ &



la premiere ainsi $= \frac{v \theta}{\sqrt{2 a m l}} \times \frac{\sqrt{2 a m l}}{\theta} d t + \beta d s$. On multipliera cette derniere par $\frac{\sqrt{2 a m l}}{\theta}$, ce qui ne l'empêchera point d'être une differentielle exacte, & on la changera en $v \cdot \frac{d t \sqrt{2 a m l}}{\theta} + \frac{\beta \sqrt{2 a m l}}{\theta} \cdot d s$; ajoutant ensemble ces deux differentielles, & retranchant ensuite l'une de l'autre, on aura pour la 1^{re} transformée $\left(\frac{d t \sqrt{2 a m l}}{\theta} + d s \right) \times \left(\frac{\beta \sqrt{2 a m l}}{\theta} + v \right)$ & pour la 2^{de} transformée $\left(\frac{d t \sqrt{2 a m l}}{\theta} - d s \right) \times \left(\frac{\beta \sqrt{2 a m l}}{\theta} - v \right)$ d'où l'on déduira facilement la valeur generale de y .

Je me suis un peu étendu sur la methode de trouver β & v dans le cas de $\theta = g \sqrt{2 a m l}$, parce que cette methode est generale, quelque autre quantité que l'on ait à la place de $\frac{2 a m l}{\theta^2}$; par ex. si les deux quantités proposées étoient $v d t + \beta d s$ & $v d s + g \beta d t$, g étant un coefficient constant quelconque, il n'y auroit qu'à mettre dans les calculs precedens $\sqrt{g}$ à la place de $\frac{\sqrt{2 a m l}}{\theta}$, pour trouver v & β . Voyez ma Dissertation sur les Vents (art. 87. 88. & 89.) où j'ay eu occasion de traiter ce probleme plus à fond, & d'une maniere très generale.

REMARQUE II.

XXX. Il est visible par tout ce qui a été dit jusqu'à present, que la solution generale du Probleme des cordes vibrantes se reduit à deux choses: 1^o. à déterminer de la maniere la plus generale la courbe generatrice. 2^o. à trouver ensuite dans chaque cas particulier, quelle doit être cette courbe, par les valeurs de Σ & de σ .

Or nous avons vû, que lorsque $\Sigma = 0$, la courbe generatrice A L E (fig. 13.) doit etre telle, qu'en prenant depuis l'origine a de part & d'autre, les parties ab, be, ef, fg , &c. & ac, cd , &c. toutes egales à l , les portions correspondantes de la courbe, soyent toutes egales & semblables, & situées de la même maniere les unes par rapport aux autres, comme on le voit dans certe figure. C'est pourquoy prenant $AB = l$, & imaginant l'origine de la courbe au point L, l'equation de la courbe doit etre telle, que la partie L E soit egale & semblable aux parties L A, E M, & que la partie M G soit egale & semblable à la partie L E, & ainsi de suite à l'infini. Or faisant $LP = x$, ces conditions auront lieu, lorsque la valeur de dy en dx fera telle 1^o. que pour un même dx on ait toujours deux valeurs egales de dy , l'une d'un côté de l'axe, l'autre de l'autre côté, c. à d. l'une positive, l'autre negative. 2^o. Que $\frac{dy}{dx}$ soit $= 0$ ou ∞ lorsque $x = 0$, c. à d. au point L; & nous avons de plus fait voir (art. XIII.) que dans le cas particulier dont il s'agit icy, où $\Sigma = 0$, il faut que $\frac{dy}{dx}$ soit $= \infty$ au point L. 3^o. que lorsque $x = LB$, la valeur de dy soit $= 0$ ou ∞ ; & dans le cas particulier de $\Sigma = 0$ elle doit etre $= \infty$ (art. XIII.). 4^o. Que lorsque $x = LB$ la valeur de y ne soit point $= 0$, autrement la courbe pourroit retourner sur ellè même sans avoir un cours infini; 5^o. que la valeur de $\frac{dy}{dx}$ qui est $= 0$ ou ∞ , lorsque $x = 0$ ou $= LB$, soit imaginaire, lorsque x est negative, ou lorsque x est positive & $> LB$. 6^o. Que si la valeur de $\frac{dy}{dx}$ est infinie lorsque $x = 0$, ou lorsque $x = LB$. Cette valeur infinie soit d'un ordre radical, c. à d. d'un ordre d'infini au dessous de ∞ , autrement les ordonnées en L & en B seroient infinies.

XXXI. On peut, si l'on veut, tracer la courbe L E M G par le moyen des aires correspondantes d'une autre courbe auxquelles les ordonnées P R soyent proportionnelles. Ainsi toute la difficulté se réduit à trouver les conditions de l'équation de cette seconde courbe. Ces conditions seront 1°. que l'ordonnée u de cette courbe ait toujours deux valeurs égales pour une même x , l'une positive, l'autre négative, 2°. qu'en faisant x négative ou x positive & $> L B$, la valeur de u devienne imaginaire. 3°. Que $x = 0$ rende $y = \infty$ ou 0 , & que dans le cas de $\Sigma = 0$, $y = \infty$ lorsque $x = 0$. 4°. Que l'aire de cette courbe soit nulle, lorsque $x = 0$, & qu'ainsi l'ordonnée répondante à $x = 0$ soit tout au plus un infini radical. 5°. Que cette aire ne soit ni $= 0$, ni $= \infty$, lorsque $x = L B$ ou $< L B$.

J'appellerai dans la suite *courbe engendrante*, cette courbe, dont les aires sont proportionnelles aux ordonnées correspondantes de la courbe generatrice L E M, & dont les ordonnées sont par conséquent proportionnelles aux $d y$ correspondans de la courbe L E M.

Ainsi, faisant $L B = 2 a$, on voit que la *courbe engendrante*, dont l'équation seroit $u = \frac{1}{(2 a x - x x)^{\frac{3}{2}}}$ est excluë par la 4°. condition, la courbe qui auroit pour ordonnée $\frac{x}{\sqrt{(4 a a - x x)}}$ est excluë par la 2°. & la 3°. De même la courbe qui auroit pour ordonnée $\sqrt{(a - x)^{\frac{2}{3}} - a a}$ est excluë par la 5°. condition. Car l'aire de cette courbe ou l'integrale de $d x \sqrt{(a - x)^{\frac{2}{3}} - a a}$ est $\sqrt{(a - x)^{\frac{2}{3}} - a a} \times \left\{ \frac{1}{(a - x)^{\frac{1}{3}}} - (a - x) \right\}$ comme il est facile de s'en assurer. Or comme a represente icy l'unité, il est clair que cette aire est nulle lors que $x = 2 a$, cela vient de ce qu'en

Gg 3

faisant $x > a$ c'est à dire $x > \frac{LB}{2}$ l'ordonnée devient negative. Pour le faire voir, supposons $a - x = z$, x étant très peu différente de a , il est clair que l'ordonnée sera $z - \frac{z}{3} = \sqrt[3]{\frac{1}{z}}$ qui devient negative lorsque z est negative.

XXXII. Si on veut que la courbe generatrice A L E ait une inflexion en son point de milieu R, (fig. 14.) & que les parties R E, L R soyent egales & semblables, l'une convexe & l'autre concave, il faudra pour lors supposer, que les ordonnées soyent proportionnelles aux aires correspondantes d'une courbe, qui ait toutes les conditions marquées dans l'art. XXXI. & qui outre cela soit composée de 4 parties egales & semblables. De plus, lorsque x est egale à LP, c. à d. à la moitié de L B, l'ordonnée de la *courbe engendrante* ne doit etre ni infinie, ni zero; car imaginons qu'on place au point p l'origine des abscisses de la *courbe engendrante* & qu'on prenne une abscisse infiniment petite; si l'ordonnée correspondante etoit nulle ou infinie, elle ne pourroit etre exprimée que par $\sqrt{\frac{+z^2 p^m}{z}}$, à cause des quatre parties semblables & egales, dont (hyp.) la courbe est composée. Ainsi faisant z succesivement positif & negatif, on auroit pour les valeurs de l'ordonnée $\pm z \frac{+}{-} \frac{p}{m}$; donc l'ordon-

née qui etoit $z \frac{+}{-} \frac{p}{m}$ dans le cas de l'abscisse positive, devient $-z \frac{+}{-} \frac{p}{m}$ dans le cas de l'abscisse negative, c'est à dire seroit negative elle même. Ainsi, comme les 4 parties de la courbe sont egales & semblables, son aire seroit $= 0$ lorsque x seroit $=$ L B. Or cela ne doit point etre (art. XXXI. n. 5.) Donc &c.

D'où l'on voit que la tangente au point d'inflexion R doit faire avec l'axe un angle fini.

XXXIII.

XXXIII. Lorsque la partie LE de la courbe generatrice (fig. 13) ne doit pas etre egale & semblable à la partie EM, mais à la partie MG, alors la courbe engendrante doit avoir toutes les memes conditions qui ont été marquées cy - dessus, excepté que les ordonnées de part & d'autre de l'axe seront inegales.

Dans ce dernier cas, si la courbe LE doit avoir un point d'inflexion en R (fig. 14), & que la partie LR doive être semblable à la partie RE, & la partie rA à la partie Lr, alors la courbe engendrante doit être telle, qu'une ligne parallele à AE, qui passera par le point de milieu de son axe LB, divise chacune de ses parties en deux moitiés egales & semblables.

XXXIV. Il est donc facile maintenant, si on se rappelle tout ce qui a été dit cy - dessus de trouver Σ & σ , lorsque la courbe generatrice est donnée; Il n'est pas plus difficile de trouver la courbe generatrice (art. XXVIII) lorsque Σ & σ sont données. Mais il faut prendre garde que Σ & σ ne peuvent pas être données à volonté, ces quantités doivent avoir de certaines conditions, comme on l'a déjà vu dans ce memoire.

On remarquera d'abord que Σ & σ etant des fonctions impaires (art. XXVIII) les courbes dont les ordonnées sont proportionnelles à Σ & à σ doivent etre telles, qu'etant continuées de part & d'autre de l'origine, elles ayent deux parties indefinies, & semblables, & egales, l'une au dessus de l'axe, l'autre au dessous. De plus comme $\psi s - \psi - s = \Sigma$, il s'ensuit 1°. que Σ doit etre $= 0$ lorsque $s = l$, puisque $s = l$, rend $\psi s - \psi - s = 0$. 2°. comme la courbe ΛGR , (fig. 15) dont l'abscisse $AL = s$, & l'ordonnée $GL = \psi s$, est telle que $\psi + s - \psi - s = 0$ lorsque $s = l$ ou un multiple de l , il s'ensuit que Σ doit etre aussy $= 0$ toutes les fois que $s = nl$, n etant un nombre entier quelconque, pair ou impair. 3°. Par la même raison si on prend une abscisse $= nl + z$, & une autre $= nl - z$, z etant une quantité quelconque, les ordonnées correspondantes Σ doivent etre de position contraire & egales. Car soit $AE = nl$, EC , & $EL = z$, $AM = AE$, $AD = AL$, $AP = AC$, on aura $\psi (nl + z) - \psi - (nl + z) = CR - PN$, & $\psi (nl - z)$
 $- \psi$

$-\psi - (nl - z) = GL - OD$. Or $CR = OD$, $PN = GL$, donc $\psi (nl + z) - \psi - (nl + z) = - [\psi (nl - z) - \psi - (nl - z)]$. Ainsi la courbe dont les ordonnées sont Σ , & dont la corde vibrante est supposée avoir la figure au premier instant, sera telle que si on prend depuis l'origine A tant de parties qu'on voudra de part & d'autre de l'axe, toutes égales à l , les portions correspondantes de la courbe seront alternativement situées au dessus & au dessous de l'axe, & de plus semblables & égales. Cette courbe est donc de la même nature que les courbes generatrices de l'art. XXIV.

XXXV. On voit de même par l'equation $\psi s + \psi - s = \int \sigma ds$, que lorsque $s = 2l$ ou $4l$ ou $6l$ &c. les aires correspondantes $\int \sigma ds$ de la courbe dont les ordonnées sont σ , doivent être $= 0$, car comme l'on peut toujours supposer $\psi s = 0$, lorsque $s = 0$, il s'ensuit que $\psi s = 0$ lorsque $s = 2l$, ou $4l$ &c. & par conséquent aussi $\psi - s = 0$ dans le même cas. On verra de même que les quantités, $\psi s + \psi - s$, doivent être égales, lorsque $s = l$, ou $3l$ ou $5l$ &c. d'où il s'ensuit que les aires correspondantes $\int \sigma ds$ doivent être égales aussi. Enfin si on prend une abscisse $= nl + z$, & une autre $= nl - z$, les aires correspondantes $\int \sigma ds$ devront aussi être égales. De là il s'ensuit que la courbe dont les ordonnées sont σ aura les mêmes propriétés que celle dont les ordonnées sont Σ , & qui ont été démontrées dans l'art. precedent.

XXXVI. Au reste chaeune de ces courbes peut avoir d'ailleurs telle figure qu'on voudra, pourvu qu'elle ait les propriétés que nous avons marquées, & on trouvera toujours la courbe engendrante qui lui repond. Ainsi on trouvera que la courbe engendrante de la courbe ASTL (fig. 16) moitié de ALE (telle qu'elle est représentée ici, coupant σ fois son axe, depuis A jusqu'en E, qu'on suppose distant de A de la quantité l) on trouvera, dis- je, que la courbe engendrante de cette courbe doit avoir à peu près la forme représentée dans la figure 17, la partie mnt donnant la portion LNT, la partie rst la portion RTS, la partie sma la portion SA; & cette dernière courbe représentée (fig. 17) doit avoir d'ailleurs par rapport à son

Fig. 16. 
17.

à son axe & à ses asymptotes les conditions marquées cy - dessus (art. XXXI).

XXXVII. Comme les ordonnées GN de la courbe ASTL (fig. 16) sont exprimées par une fonction, qui a une infinité de valeurs, il s'ensuit que l'aire ALg^n (fig. 17) a aussi une infinité de valeurs, quoique la courbe ne soit pas ovale & rentrante en elle même; mais quelque paradoxe que cette vérité puisse paroître, on en conviendra aisément, si on fait attention que la courbe, qui auroit

pour ordonnée $\frac{1}{\sqrt{(2ax - xx)}}$ & pour abscisse x , & dont les aires seroient proportionnelles à des arcs de cercle, que cette courbe, dis-je, seroit dans le même cas que celui dont il s'agit, quoiqu'elle ait deux asymptotes aux points où $x = 0$, & où $x = 2a$.

XXXVIII. On peut donc toujours supposer que les ordonnées de la courbe generatrice sont proportionnelles aux aires d'une autre courbe. Mais il faut prendre beaucoup de précautions, lorsqu'on les suppose égales ou proportionnelles aux arcs correspondants d'une autre courbe. Car 1^o. il n'est pas toujours possible de trouver une courbe dont les arcs soient proportionnels aux ordonnées d'une autre. Soit par ex. $dy = dx \sqrt{(2ax - xx)}$ l'équation de la courbe generatrice, il est certain qu'une courbe dont les arcs seroient proportionnels aux ordonnées correspondantes de la courbe generatrice, auroit pour equation $du = dx \sqrt{[n^2 (2ax - xx) - 1]}$ qui est imaginaire lorsque $x = 0$. 2^o. Il y a encore sur ce même sujet d'autres observations très importantes à faire: soit par exemple la cour-

be AROT (fig. 18) dont l'équation soit $dy = dx \sqrt{(1 - x - \frac{2}{3} - 1)}$ (AP = x , PM = y); il est constant que cette courbe sera composée de 4 moitiés égales & semblables, placées comme on les voit dans la figure; que de plus elle sera rectifiable, puisque son element

sera $dx \sqrt{1 - x - \frac{2}{3}}$, quantité facile à integrer; qu'enfin elle n'aura point d'autres branches conjuguées à ces 4 là: car l'équation

delivrée de radicaux est $\left(\frac{dy^2 + dx^2}{dx^2}\right)^3 = \frac{1}{(1-x)^2}$. Or dans toute equation cubique $z^3 = p$ qui n'a que deux termes, il n'y a qu'une racine réelle; donc $\frac{dy^2 + dx^2}{dx^2}$ n'a qu'une valeur réelle en x , & par conséquent $\frac{dy}{dx}$ n'a point d'autre valeur réelle que

$\sqrt{1-x} - \frac{2}{3}$. Si donc on se propoisoit de trouver une courbe dont les ordonnées fussent proportionnelles aux arcs AM, il sembleroit d'abord, que la courbe AROT rentrant en elle même,

l'integrale de $dx \sqrt{1-x} - \frac{2}{3}$, ne devoit pas être plutôt l'arc AM, que l'arc AMROTA + AM, ou 2 AMROTA + AM, &c. d'où l'on conclurroit que l'ordonnée répondante à l'arc AM, & proportionnelle à cet arc, devoit avoir une infinité de valeurs, & qu'ain-

si la quantité $dx \sqrt{1-x} - \frac{2}{3}$ ne devoit point être intégrable, quoiqu'en effet elle le soit. De plus, si on vouloit faire usage ici de la démonstration de Mr. Newton sur l'impossibilité de la rectification indéfinie des courbes ovales, on pourroit croire aussi qu'il seroit facile de l'appliquer au cas présent, en faisant tourner autour du centre C une règle mobile CM, & qu'ainsi la rectification de l'arc AM devoit être impossible. Comment donc arrive-t-il qu'on trouve l'expression finie de cet arc? Qu'est-ce qui empêche la démonstration de Mr. Newton d'être applicable ici? Et pourquoi la courbe dont les ordonnées sont proportionnelles aux arcs AM, n'a-t-elle pas une infinité de branches semblables, comme la compagne de la cycloïde? Voici, ce me semble, quelle en est la raison.

XXXIX. 1°. Quoique l'ordonnée soit imaginaire lorsque $x > A 0$, cependant l'arc n'est pas en quelque manière : son expression, ou plutôt l'expression algebrique de la quantité qui le représente, est réelle. Cela vient de ce que cette quantité n'exprime pas véritablement



ment & strictement l'arc de la courbe, elle exprime seulement l'intégrale $\sqrt{dx^2 + dy^2}$. Or quoique dy soit imaginaire, cette quantité intégrale peut être réelle, tant que dy^2 ne fera pas plus petit

que dx^2 . Ainsi l'intégrale de $dx \sqrt{1-x^2}^{-\frac{2}{3}}$ ne doit pas être une quantité, ou serie indéfinie, parce qu'elle ne devient pas imaginaire, ni quand $x > A\theta$, ni quand x est négative. Pour rendre cette remarque encore plus sensible, je suppose qu'on décrive la courbe A, dont les aires soient proportionnelles aux arcs A M, & par conséquent aux ordonnées de la courbe, qui auroit pour différen-

tielle de ses ordonnées la quantité $dx \sqrt{1-x^2}^{-\frac{2}{3}}$; on trouvera, qu'en nommant u les ordonnées de la courbe A, on aura $\frac{du}{dx} = 1$ lorsque $x = 0$ & lorsque $x = 1$, & que la courbe A aura des asymptotes aux points où $x = AC$, conditions qui sont absolument contraires à celles que nous avons exigées ci-dessus (art. XXXI & XXXII.)

XL. C'est par cette raison, pour le dire en passant, que la cycloïde est rectifiable, quoiqu'à une même abscisse, il paroisse répondre une infinité d'arcs, d'où on pourroit juger que la rectification indéfinie seroit impossible. Pour se tirer de cette erreur, on n'a qu'à construire la courbe dont les ordonnées soient égales aux arcs de la cycloïde, on verra que si u représente l'ordonnée de cette courbe, on a $\frac{du}{dx} = 1$ lorsque $x = 2a$, & que lorsque $x > 2a$,

l'expression de l'arc est encore réelle. Aussi cette courbe dont les ordonnées sont égales aux arcs de la cycloïde, est une parabole indéfinie.

Il n'en est pas de même des cycloïdes allongées ou accourcies, ni des compagnes de la cycloïde; aussi leur rectification indéfinie est-elle impossible. Car on sait depuis long-tems que les cycloïdes allongées, ou accourcies, ne sont rectifiables que par des arcs

d'ellipse, & on peut facilement démontrer la même chose des compagnes de la cycloïde.

Quoique cette digression soit un peu longue, j'ay cru qu'on me la permettroit ici, tant à cause du rapport immédiat & nécessaire qu'elle a avec mon sujet, que parce qu'elle m'a donné occasion d'exposer une methode simple & nouvelle pour trouver une infinité de courbes non ovales, dont la quadrature, ou la rectification indéfinie, est impossible.

REMARQUE III.

XL I. Il est à remarquer 1^o. que la courbe generatrice A L E (fig. 13.) ayant été trouvée suivant les conditions marquées dans l'art. XXX. & XXXI, on peut tracer ensuite suivant des conditions semblables une autre courbe generatrice, qui ait le même sommet Z & le même axe Z B, & ensuite de ces deux courbes generatrices n'en former qu'une seule, qui ait ses ordonnées parallèles à A E égales à la somme des ordonnées correspondantes des deux 1^{eres} courbes, & ainsi de suite à l'infini. 2^o. Que la courbe generatrice A L E étant tracée, on peut en tracer une seconde qui passe par les mêmes points A, E, &c. & qui ait des propriétés semblables, & ensuite, de ces deux courbes generatrices n'en faire qu'une seule dont les ordonnées perpendiculaires à A E, soient égales à la somme des ordonnées correspondantes des deux premières: il est donc visible que de cette sorte on peut avoir, par le moyen de deux courbes generatrices données, une infinité d'autres courbes generatrices, qui auront les mêmes propriétés generales que les deux courbes proposées.

REMARQUE IV.

XLII Jusqu'ici nous avons cherché la courbure que doit avoir la corde, dans l'hypothese que tous les points soient poussés au premier instant avec des vitesses dont la loy soit donnée, & nous avons vû que dans une infinité de cas cette loy pouvoit être telle, que la corde ne prit jamais la figure d'une compagne de cycloïde très allongée, ainsi qu'on le pense ordinairement. Cependant Mr. Taylor
a pre-

a prétendu prouver que la corde devoit toujours prendre cette figure. Mais son raisonnement ne me paroît pas revêtu de toute la clarté possible. Ce savant Geometre veut prouver que la corde prendra toujours une forme telle que pS (fig. 19.) soit à PS , comme qR à QR . Pour cela il suppose qu'il y ait un instant où $pS : PS < ou > qR : QR$, & il se propose de démontrer que la corde doit enfin prendre une figure, dans laquelle pS sera à $PS = qR : QR$. Or la preuve que Mr. Taylor donne de cette proposition, me paroît susceptible de beaucoup de difficultés; car de ce que $Pp : Qq > PS : QR$, comme il arrive lorsque la courbure en P est à la courbure en Q en plus grand rapport que PS à QR , il est à la vérité en droit de conclurre que $pS : PS < qR : QR$ & $pS : qR < PS : QR <$ la force en P est à la force en Q . Mais je ne vois pas qu'il s'ensuive de là, comme il le dit, que la courbure en p soit moindre par rapport à la courbure en P , que la courbure en q ne l'est par rapport à la courbure en Q . D'ailleurs, en supposant même que cette dernière assertion fut démontrée, il faudroit de plus que la vitesse actuelle & la force acceleratrice devinssent à la fois & dans le même instant proportionnelles aux distances à l'axe AC . Or comment cela se fera-t-il? c'est ce que l'auteur n'explique point. Ne peut-il pas arriver que l'un des points P , Q , vienne à l'axe avant que la proportion exacte soit rétablie entre pS , PS , qR & QR ? Toutes ces réflexions jointes aux preuves directes tirées de notre solution generale, sont plus que suffisantes, ce me semble, pour nous convaincre qu'il manque quelque chose à la solution, que Mr. Taylor veut donner pour generale.

REMARQUE V.

XLIII. On met ordinairement une corde en vibration, en la touchant par quelqu'un de ses points avec un archet, ou un autre instrument, & en la faisant sortir par ce moyen de son état de repos. Pour voir quel mouvement cette action produit dans toute l'étendue de la corde, supposons que la corde CAD (fig. 20.) fixe en C & en D , soit composée d'une infinité de petits poids ou corpuscules

Hh_3

$A, E,$

A, E, H, F, G &c. unis ensemble par des ressorts capables de dilatation; il est certain que si on écarte le point A de la ligne droite A E, en l'obligeant à décrire la ligne A *a*, la portion A E de la corde deviendra *a* E, & que le point E sera poussé vers *e* suivant E *e*, avec une force proportionnelle à l'angle *a* E A. On trouvera de même que le mouvement du point E ou *e* en produira dans le point F, celui-ci dans le point G, &c. & que les lignes A *a*, E *e*, F *f*, G *g* &c. suivront une progression geometrique, dont le dernier terme sera la ligne G *g* décrite par le point G, le plus près de l'extrémité D. Il en est de même de l'autre côté de A vers C; il faudroit donc, pour appliquer icy notre solution generale, trouver une fonction σ de *s*, qui exprimât ces propriétés des lignes A *a*, E *e*, F *f*, &c. Or cela est impossible. Car soit C E = *s*; comme les lignes A *a*, E *e*, F *f* &c. sont (hyp.) en progression Geometrique, la valeur de σ ne

pourroit être que c^{-ns} , *c* étant le nombre dont le logarithme est 1, & *n* une constante quelconque. Or 1^o. lorsque *s* = 0 & = C D, cette valeur devroit être égale à zero, ce qui n'est pas; 2^o. lorsque *s* < C A, la valeur de σ devroit diminuer, au lieu que celle de c^{-ns} va en augmentant depuis A jusqu'en C: enfin c^{-ns} n'est pas une fonction paire de *s*, comme σ le doit être (art. XXVIII.).

car $c^{-nc} = 1 - ns + \frac{nns}{2} - \frac{n^3s^3}{2.3.} \&c.$

XLIV. Il n'y a donc point autre chose à faire, que de chercher le mouvement de la corde, en la regardant comme composée d'un grand nombre de points, unis ensemble par des fils extensibles. Supposons pour cet effet une corde C D (fig. 21.) chargée de deux corpuscules A, F, joints ensemble par les fils flexibles & extensibles C A, A F, F D; soit C A = *a*, A F = *b*, F D = *c*, A *a* = *x*, F *f* = *y*; il est facile de voir que la force qui anime les points *a*, *f*, est proportionnelle aux angles C *a* *f*, *a* *f* D, c. à. d. à

$\times \left(\frac{a+b}{a} \right)$

$\frac{x \left(\frac{a+b}{a} \right) - y}{b}$ & à $\frac{y-x}{b} + \frac{y}{c}$. On aura donc les deux

$$\text{equations } - d d x = \frac{2 a d t^2 . m}{\theta^2} \left\{ \frac{x \left(\frac{a+b}{a} \right) - y}{b} \right\}; \&$$

$$- d d y = \frac{2 a d t^2}{\theta^2} . m . \left(\frac{y-x}{b} + \frac{x}{c} \right); \& \text{ ces equations}$$

sont générales soit que les poids a, f , achevent en même tems leurs vibrations, comme on l'a supposé jusqu'ici, soit qu'ils les achevent séparément. Le nombre de ces mêmes equations augmentera avec celui des divisions de la corde, & des poids qui y sont attachés; mais elles pourront toujours s'intégrer par la methode que j'ay donnée il y a 4 ans, dans mon Traité de Dynamique art. 101. J'ai depuis ce tems perfectionné beaucoup cette methode, & j'en ai imaginé plusieurs autres nouvelles & curieuses pour integrer différentes equations, qui sont du même genre que celles-ci. Mais comme ce détail me meneroit trop loin, ce sera le sujet d'un autre Memoire, qui contiendra beaucoup de recherches sur le calcul integral. Ce que je viens de dire, suffit pour faire voir, qu'on peut toujours trouver à peu près les vibrations des differens points de la corde, en l'imaginant comme un fil extensible chargé de plusieurs petits poids.

REMARQUE VI.

XLV. Si on vouloit que la corde, en vertu de l'impulsion d'un de ses points, prit tout d'un coup la forme d'une courbe, telle qu'elle a été déterminée dans les art. XIII., XXIII &c. on pourroit facilement trouver son excursion, c'est-à-dire, la quantité dont chacune de ses parties s'écarteroit du point de repos. Car soit E l'espace que la force de l'impulsion feroit parcourir à une masse egale à celle de la corde, il faut 1°. que $\int \sigma ds = E$. De plus, si dans le cas, par
ex.

ex. où la corde prend la forme d'une compagne de cycloïde, on veut avoir la valeur de la plus grande ordonnée A, on supposera que m' soit l'espace que le point de milieu de la corde parcourreroit dans le tems θ avec sa vitesse initiale, on aura $\frac{m' d t}{\theta}$

pour l'espace qu'il parcourreroit au 1^{er} instant. Or cet espace doit être égal à la différentielle de y , en faisant varier t , & supposant

ensuite $t = 0$ & $s = \frac{1}{2} l$. On aura donc (art. XXI.) $\frac{m' d t}{\theta}$

$$= A \times \frac{n d t}{l} \times \frac{\frac{n \sqrt{-1}}{2} - \frac{-n \sqrt{-1}}{2}}{c - c} \quad \text{d'où l'on tirera la va-}$$

$$\frac{2 \sqrt{-1}}{2 \sqrt{-1}}$$

leur de A.

REMARQUE VII.

XLVI. Si on supposoit que la corde fit des vibrations longitudinales de C vers A, au lieu de les faire perpendiculairement à sa longueur, alors imaginant que y fut l'espace décrit par un point quelconque, on auroit la même équation que ci-dessus (art. VI.) entre y & s . Par là on pourroit calculer la vitesse du son d'une manière beaucoup plus générale, qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

REMARQUE VIII.

XLVII. Si on suppose que la corde, faisant ses vibrations perpendiculaires à AC, ou suivant AC, ne soit fixe que par un de ses bouts, on aura pour lors $y = \psi(t+s) - \psi(t-s)$, & comme ci-dessus $\psi s - \psi - s = \Sigma$ & $\psi s + \psi - s = \sigma$. La courbe génératrice pourra dans ce cas être Geometrique, parce qu'il n'est plus nécessaire que les ordonnées distantes l'une de l'autre de la quantité $2l$, soient égales. Ainsi on aura par ce moyen les oscillations d'une corde

cordes sans pesanteur, fixe par un de ses bouts. Il est vray que nôtre solution est différente de celle des celebres Geometres Mrs. Euler & Bernoulli; mais cela vient de la différence de nos hypotheses sur le ressort. Je regarde ici la corde vibrante comme composée de parties flexibles & extensibles sans roideur. Ces illustres Auteurs la regardent au contraire comme un ressort roide, & une espece de levier, qui a une infinité de points d'appuy, & c'est de là que provient la disparité de nos solutions.

Au reste, puisque l'occasion s'en presente, je crois qu'on ne sera pas fâché de voir icy une methode assez elegante pour integrer l'équation $d^4y = My d^2t^2$, par laquelle ces deux savans Auteurs expriment la nature de la corde vibrante, & fixe par un des bouts. On peut supposer toujours que cette équation vienne des deux suivantes

$$dd y = u d^2 t^2$$

$$dd u = My d^2 t^2$$

Or multipliant la 2^{de}. de ces équations par un coefficient constant, & indéterminé v , & les ajoutant ensuite ensemble, on aura $dd y + v dd u = (u + v My) d^2 t^2$; & faisant $u + v My =$ à un multiple de $y + vu$,

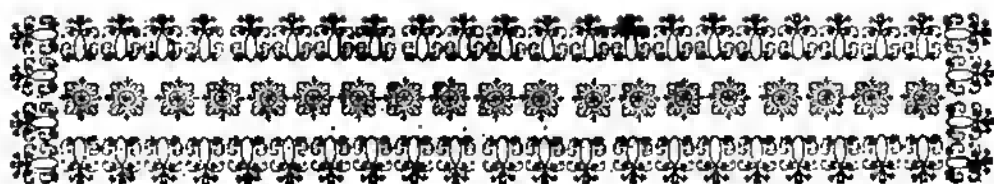
on aura $\frac{1}{v} = vM$; d'où l'on tire $v = \pm \sqrt{\frac{1}{M}}$. Donc si on suppose

$$u + My \sqrt{\frac{1}{M}} = z, \text{ \& } u - My \sqrt{\frac{1}{M}} = q, \text{ on aura } z d^2 t^2 =$$

$$dd z \sqrt{\frac{1}{M}} \text{ \& } q d^2 t^2 = - dd q \sqrt{\frac{1}{M}}. \text{ Ces deux dernieres équations, qui s'integrent aisément, donneront les valeurs de } z \text{ \& de } q$$

en t , & par conséquent aussi celles de u & de y .





REFLEXIONS
SUR LA DERNIERE ECLIPSE DU SOLEIL :
DU 25 JUILLET A. 1748.
PAR M R. E U L E R.



I.

quoique cette Eclipsé ait assés exactement répondu à mon calcul, qui se trouve dans notre Almanac Astronomique; il ne sera pas inutile de repeter le même calcul, & d'en développer tous les elements, pour voir de quoi pourroit dépendre la petite difference, qui a été remarquée dans la grandeur & la durée de l'anneau. Cet examen servira principalement à fixer plus exactement la veritable grandeur de la parallaxe de la Lune, dont les Auteurs sont si peu d'accord, que la difference devient très remarquable dans la détermination des momens principaux de cette Eclipsé. Mr. Cassini suppose la plus petite parallaxe horizontale de la Lune de $54'$, $33''$, & la plus grande de $61'$, $11''$, lorsque la Lune se trouve dans l'opposition ou conjonction avec le Soleil. Dans ces mêmes saisons Mr. Leadbetter paroît fort incertain sur cet article; car dans ses Tables Astronomiques des Planetes il met la plus petite parallaxe de $54'$, $59''$ & la plus grande de $61'$, $24''$; Or dans son Astronomie des Satellites il fait la plus petite parallaxe de $54'$, $29'$, & la plus grande de $60'$, $51'$
Enfin

Enfin dans son Uranoscopie, la plus petite parallaxe se trouve de $53'$, $28''$ & la plus grande de $61'$, $7''$. Il est donc clair que parmi ces diverses tables il y a une différence de plus d'une minute.

II. Je dois aussi remarquer, que suivant la theorie de gravitation, en supposant que depuis la surface de la Terre jusqu'à la Lune la gravité décroisse en raison doublée des distances, la parallaxe de la Lune devroit être plus d'une minute moindre. Cependant quelle que soit la parallaxe moyenne de la Lune, la theorie nous fournit une règle seure pour trouver la parallaxe, qui répond à chaque anomalie de la Lune. Car posant π pour la parallaxe moyenne, & v pour l'anomalie excentrique de la Lune, la parallaxe vraie horizontale sera $\pi - 222'' \cos v + 8'' \cos 2v$; dans les oppositions & conjonctions. De plus la theorie nous enseigne, que la parallaxe dans les conjonctions est environ de $3''$ plus petite, que dans les oppositions. Donc la plus petite parallaxe sera $\pi - 214'' = \pi - 3'$, $34''$ & la plus grande $\pi + 230'' = \pi + 3'$, $50''$. Si nous comparons ces valeurs avec celles de Mr. Casini, la plus petite donne $\pi = 58'$, $7''$ & la plus grande $\pi = 58'$, $21''$, entre lesquelles prenant un milieu on aura $\pi = 58'$, $14''$. Or la comparaison avec les trois hypotheses de Leadbetter donnera

	I. hyp.	II. hyp.	III. hyp.
par la plus petite $\pi =$	$58', 33''$	$58', 3''$	$57', 2''$
par la plus grande $\pi =$	$57, 34$	$57, 1$	$57, 17$
prenant un milieu $\pi =$	$58, 4$	$57, 32$	$57, 10$

dont la dernière paroît la plus conforme à la theorie. Mais voyons laquelle des ces hypotheses répondra le mieux aux phenomenes de la dernière Eclipsé du Soleil, puisqu'ils dépendent principalement de la parallaxe de la Lune.

III. Pour cet effet, & afin qu'on puisse mieux juger de l'accord de cette Eclipsé avec mes tables, je mettrai ici le calcul tout au long. & d'abord je commencerai par chercher le tems de la conjonction moyenne vers le 25 Juillet, dont le calcul suivant mes tables sera:

à Paris t. m.	☉	Long. m. ☉	An. m. ☉	An. m. ☽	Long. m. ☽
A. 1741. 1j, 20 ^b , 44', 15"	6'	9, 12°, 1', 38"	6, 3° 25', 46'	9, 27°, 15', 46"	3, 4°, 9, 52"
7, 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
Juill. 10, 22, 46, 10	6	6, 9, 11, 37	6, 9, 11, 5	11, 17, 48, 33	10, 9, 52
Juill. 25, 23, 23, 2	0	4, 3, 30, 26	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	4, 26, 13, 54
A. 1748.		Long. m. ☉	f. 23, 51	f. 34, 36	10, 7, 55, 58
			0, 24, 22, 51	0, 10, 33, 22	Long. m. ☽
			An. exc. ☉	An. exc. ☽	

Donc la conjonction moyenne auroit du arriver à Paris A. 1748. Juill. 25j, 23^b, 23', 2", t. m. si l'année étoit commune, mais comme elle est bissextile, & que ce tems arrive après le mois de Fevrier, il en faut retrancher un jour, de sorte que la conjonction moyenne est arrivée à Paris.

A. 1748. Juill. 24j, 23^b, 23', 2" tems moyen, où à cause de l'équation du tems 5', 56" à soustraire.

A. 1748. Juill. 24j, 23^b, 17', 6" tems vrai.

Or la difference des meridiens entre Paris & Berlin étant 44', 36", cette conjonction moyenne sera arrivée ici à Berlin

A. 1748. Juill. 25j, 0^b, 1', 42" tems vrai.

Pour ce tems j'ai d'abord calculé les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune, en y appliquant les équations, que mes tables fournissent.

IV. Le tems de la vraie conjonction dans l'orbite sera déterminé par ces anomalies excentriques, en cherchant les six équations de mes tables.



Table	Argument	Eq. à ajouter	Eq. à soustraire
I	0, 10, 33', 22"	2, 3', 40"	
II	9, 24, 22, 51	— — —	1, 42', 54"
III	1, 4, 56, 13	— — —	5, 14
IV	11, 16, 10, 31	— — —	2, 35
ajout.	0, 10, 33, 22		
V	1, 15, 29, 35	— — —	— 42
VI	11, 26, 43, 53	— — —	— 9
		2, 3, 40	1, 51, 34
		1, 51, 34	

Eq. 0, 12, 6 à ajouter

à A. 1748. Juill. 25, 0, 1, 42

A. 1748. Juill. 25, 0, 13', 48" tems vrai à Berlin: ce qui est le tems de la conjonction vraie du Soleil & de la Lune dans son orbite, ou dans ce tems le vrai lieu de la Lune dans son orbite a été le même que le vrai lieu du Soleil dans l'ecliptique. Ce moment, auquel mes tables se rapportent principalement, nous servira d'époque, pour en conter les momens, qui regardent l'Eclipse.

V. Cherchons maintenant pour cette époque le vrai lieu du Soleil, & celui du noeud.

	Long. m. ☉	An. m. ☉	An. moy. ☿	Long. m. ☿
A. 1748. Juill. 25, 0, 13', 42"	4, 3, 30', 26"	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	10, 7, 54, 58
Ajoutes	12', 6"	+ 30	+ 6, 35	— 2
Juill. 25, 0, 13, 48	4, 3, 30, 56	0, 24, 47, 30	0, 11, 14, 33	10, 7, 56, 56
Eq.	— 0, 47, 30	— 0, 23, 49	— 0, 34, 57	Eq. I. + 3, 56
Vrai lieu du ☉	4, 2, 43, 26	0, 24, 23, 23	0, 10, 39, 36	Eq. II. — 0, 19
Vrai lieu de la ☿	4, 2, 43, 26	An. exc. ☉	An. exc. ☿	10, 8, 0, 33
Sourc. long. ☿	10, 8, 0, 33			Eq. III. — 17 22
	5, 24, 42, 53	Vrai lieu du ☿		10, 7, 43, 11
	+ 17, 22			

Arg. Latit.

5, 25, 0, 15

Inclinaison:

5, 16, 53

Eq.

2', 39"

qu'il faut retrancher du tems de la conjonction dans l'orbite, pour avoir le moment de la vraie Nouvelle Lune; de sorte que la conjonction dans l'ecliptique est arrivée.



A. 1748. Juil. 25, 06, 11', 9" à Berlin tems vrai, le vrai lieu du Soleil étant alors 4°, 20', 43", 20" & la longitude de la Lune également 4°, 20', 43", 20". Mais pour notre époque nous venons de trouver la longitude vraie du nœud Ω 10°, 7', 43", 11" & l'inclinaison de l'orbite à l'ecliptique 5, 16, 53

VI. L'anomalie excentrique du Soleil étant 0°, 24', 23" 23" & celle de la Lune 0°, 10', 39', 36", je trouve par mes tables
 le diametre apparent du Soleil 31', 44" = 1904"
 le mouvement horaire du Soleil 2', 23" = 143"
 & pour la parallaxe, je la suppose 12"

Ensuite pour la Lune nous aurons

le diametre apparent horizontal 29', 34" = 1774"
 la parallaxe horizontale 53, 41 = 3221
 le mouvement horaire 29, 36 = 1776

où il faut remarquer, qu'on ne doit pas trop se fier sur la parallaxe de la Lune, & qu'elle pourroit bien différer de la veritable d'une minute, ce que les phenomenes observés de l'Eclipse nous feront voir d'autant plus seurement, puisque dans les autres elemens il ne sauroit y avoir des erreurs considerables.

VII. Le mouvement horaire de la Lune étant 29' 36" nous en pourrons assigner la place de la Lune tant une heure avant, qu'une heure apres notre époque; & connoissant le lieu du nœud avec l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, je calculerai pour ces trois momens la longitude & la latitude de la Lune.

	1 heure avant	Epoque	1 heure apres
Lieu de la ☿	4, 2, 13, 50	4, 2, 43, 26	4, 3, 13, 2
Lieu du Ω	10, 7, 43, 19	10, 7, 43, 11	10, 7, 44, 3
Arg. lat.	5, 24, 30, 31	5, 25, 0, 15	5, 25, 29, 59
du ☾	0, 5, 29, 29	0, 4, 59, 45	0, 4, 30, 1

De là nous tirerons :



	1 h. avant	Epoque	1 h. après
La long. de la ☾	4, 2, 15, 13	4, 2, 44, 42	4, 3, 14, 11
Latitude Boreale	30', 17"	27, 33½	24, 50
donc le mouvement horaire en longitude	29', 29"		
& le mouvement horaire en latitude	2', 45½		

VIII. Puisque l'un & l'autre de ces mouvemens est uniforme, nous en pourrons déterminer les vrais lieux de la Lune de quart d'heure en quart d'heure : car on verra dans la suite, qu'il est absolument nécessaire de considérer de si petits intervalles de tems. Soit donc QF l'ecliptique, S le lieu du Soleil à l'instant de notre époque, L celui de la lune, & L^{-1} , L^{-2} , L^{-3} , L^{-4} les lieux de la Lune une, deux, trois, & quatre quart d'heures avant cette époque, & L^1 , L^2 , L^3 , L^4 les lieux 1, 2, 3, 4 quart d'heures après. Desquels tirant à l'ecliptique les perpendiculaires, & prenant une seconde pour l'unité de leurs mesures, nous aurons

Fig. 1.

$$\begin{aligned}
 P S &= 76; P^{-4} P^{-3} = P^{-3} P^{-2} = P^{-2} P^{-1} \text{ \&c.} = 442\frac{1}{4} \\
 P^{-4} L^{-4} &= 1817, P^{-3} L^{-3} = 1776\frac{1}{8}; P^{-2} L^{-2} = 1735\frac{1}{4} \\
 P^{-1} L^{-1} &= 1694\frac{3}{8}; P L = 1653\frac{1}{2}; P^1 L^1 = 1612\frac{5}{8} \\
 P^2 L^2 &= 1571\frac{3}{4}; P^3 L^3 = 1530\frac{7}{8}; P^4 L^4 = 1490
 \end{aligned}$$

IX. Maintenant pour trouver l'orbite apparente à Berlin, il faut chercher les parallaxes de la Lune en longitude & latitude, ce qui se fera le plus aisément par le calcul du *nonagesime*. Pour cet effet le lieu du Soleil à notre époque étant $4^s, 2^o, 43', 26''$; son ascension droite sera $125^o, 0', 55''$, & le tems depuis midi étant $13', 48''$, ce qui donne en parties de l'équateur $3^o, 27'$, le point de l'équateur qui passe alors par le méridien sera $128^o, 28'$, en négligeant les $5''$, qui font une différence insensible. De plus, puisque pendant une heure il passe par le méridien $15^o, 2', 30''$, une heure avant notre époque il se trouva dans le méridien le point de l'équateur $113^o, 25', 30''$, & une heure après $143^o, 30', 30''$.

De là supposant l'elevation du pôle à Berlin $52^o, 30\frac{1}{2}'$ on trouvera

	1 heure avant	Epoque	1 heure après
Le nonagesime	3°, 16', 16", 50"	3°, 26', 41", 0"	4°, 7', 3', 40"
Sa dist. au Zenith	30, 22, 10	32, 33, 0	35, 43, 0
Son azimuth vers l'Oüest	10, 34, 40	17, 6, 0	23, 14, 0

X. Par le moyen de l'interpolation on en déterminera le nonagesime de quart d'heure en quart d'heure.

	$\frac{1}{4}$ heur. avant	$\frac{1}{2}$ heur. avant	$\frac{3}{4}$ heur. avant	Epoque	$\frac{1}{4}$ heur. après
Le nonagesime	3, 16, 16, 50	3, 18, 53, 7	3, 21, 29, 14	3, 24, 5, 12	3, 26, 41, 0
Sa dist. au Zenith	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33
	Epoque	$\frac{1}{4}$ heur. après	$\frac{2}{4}$ heur. après	$\frac{3}{4}$ heur. après	$\frac{4}{4}$ heur. après
Le nonagesime	3, 26, 41, 0	3, 29, 16, 40	4, 1, 52, 10	4, 4, 27, 30	4, 7, 2, 40
Sa dist. au Zenith	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43

Il n'est pas besoin d'avoir la distance du nonagesime au Zenith plus exactement, puisqu'une difference meme d'une minute ne produiroit aucune erreur sensible.

Fig. 2. XI. Ayant trouvé le nonagesime pour ces tems, soit EN l'ecliptique, EP la longitude de la Lune & PL sa latitude, N le nonagesime, Z le zenith & π le pole de l'ecliptique. Qu'on tire l'arc vertical ZL, & le lieu apparent de la Lune sera en I, prenant LI = à la parallaxe de la hauteur: donc à cause de la parallaxe, tant la longitude que la latitude fera diminuée. Pour trouver ces diminutions, nommons les quantités connues: la longitude du nonagesime = N, sa distance au Zenith ZN = M; la longitude de la Lune = f, & sa latitude PL = g. Ensuite soient les inconnues: la distance de la Lune au Zenith LZ = z, les angles π ZL = x & π LZ = y; & nous trouverons

$$\text{tang } \frac{x-y}{2} = \frac{\sin \frac{M-g}{2}}{\text{tang } \frac{N-f}{2} \cos \frac{M+g}{2}}; \text{ tang } \frac{x+y}{2} = \frac{\cos \frac{M-g}{2}}{\text{tang } \frac{N-f}{2} \sin \frac{M+g}{2}}$$

$$\& \sin z = \frac{\cos M. \sin (N-f)}{\sin y}.$$

XII. Soit π la parallaxe horizontale de la Lune, & la distance vraie au Zenith étant $= z$, si la distance apparente au Zenith étoit $= v$, il y auroit $z = v - \pi \sin v$. Soit $v = z + \omega$, & puisque ω est un angle très petit, il y aura si $v = z + \omega \cos z$, & partant $z = z + \omega - \pi \sin z + \pi \omega \cos z$, & par conséquent $\omega =$

$$\frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} = L. \text{ Cette parallaxe de la hauteur étant trouvée,}$$

je dis que la longitude apparente de la Lune sera $= f - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z}$.

$\frac{\sin y}{\cos g}$, & la latitude $= g - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} \cos y$. De plus, posant

le diamètre horizontal de la Lune $= \beta$, son véritable diamètre apparent sera $= \frac{\beta}{1 - \pi \cos z}$.

XIII. Nous aurons donc pour nos neuf moments.

	$\frac{1}{4}$ h. avant	$\frac{1}{2}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	1 h. avant	Epoque
N	3, 16°, 17'	3, 18, 53	3, 21, 29	3, 24, 5	3, 26, 41
M	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33
f	4, 2, 15	4, 2, 22	4, 2, 30	4, 2, 37	4, 2, 45
g	30	29	29	28	27
x	209, 54	205, 25	200, 48	196, 3	191, 19
y	-25, 28	-21, 38	-17, 39	-13, 34	-9, 31
z	33, 30	32, 54	32, 54	32, 28	32, 36½
	Epoque	$\frac{1}{4}$ h. après	$\frac{1}{2}$ h. après	$\frac{3}{4}$ h. après	1 h. après
N	3, 26°, 41'	3, 29, 17	4, 1, 52	4, 4, 28	4, 7, 3
M	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43
f	4, 2, 45	4, 2, 52	4, 3, 0	4, 3, 7	4, 3, 14
g	27	27	26	25	25
x	191, 19	186, 36	182, 3	177, 37	173, 25
y	-9, 31	-5, 31	-1, 42	+1, 58	+5, 20½
z	32, 36½	32, 58	33, 36	34, 27	35, 28

XIV. Comme nous venons de poser la parallaxe horizontale $\pi = 3221''$, nous en trouverons les parallaxes en longitude & latitude.

	$\frac{1}{4}$ h. avant	$\frac{1}{2}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	1 h. avant	Epoque
Parall. en Longit.	+ 774''	+ 654''	+ 533''	+ 411''	+ 291''
Parall. en Lat.	— 1626	— 1648	— 1674	— 1703	— 1734
	Epoque	$\frac{1}{4}$ h. après	$\frac{1}{2}$ h. après	$\frac{3}{4}$ h. après	1 h. après
Parall. en Longit.	+ 291''	+ 171''	+ 53''	— 63''	— 176''
Parall. en Latit.	— 1734	— 1768	— 1805	— 1845	— 1885

Fig. 3.

XV. Maintenant on pourra dresser une figure, qui représentera la route apparente de la Lune. Soit EF l'ecliptique, & S le lieu du centre du Soleil pour le tems de notre époque A. 1748. Juill. 25j. 0h. 13'. 48''. & nous aurons

à $\frac{1}{4}$ heures avant	$Sp^4 = 1693'' - 774'' = +919''$	$p^4 l^4 = 1817'' - 1626'' = +191''$
à $\frac{1}{2}$ heures avant	$Sp^3 = 1251 - 654 = +597''$	$p^3 l^3 = 1776 - 1648 = +128$
à $\frac{3}{4}$ heures avant	$Sp^2 = 809 - 533 = +276$	$p^2 l^2 = 1735 - 1674 = +61$
à 1 heures avant	$Sp^1 = 366 - 411 = -45$	$p^1 l^1 = 1694 - 1703 = -9$
dans l'époque même	$Sp = -76 - 291 = -367$	$p l = 1653 - 1734 = -81$
à $\frac{1}{4}$ heures après	$Sp^1 = -518 - 171 = -689$	$p^1 l^1 = 1613 - 1768 = -155$
à $\frac{1}{2}$ heures après	$Sp^2 = -960 - 53 = -1013$	$p^2 l^2 = 1572 - 1805 = -233$
à $\frac{3}{4}$ heures après	$Sp^3 = -1402 + 63 = -1339$	$p^3 l^3 = 1531 - 1845 = -314$
à 1 heures après	$Sp^4 = -1645 + 176 = -1669$	$p^4 l^4 = 1490 - 1885 = -395$

XVI. De là il est aisé de conclure, que $\frac{1}{4}$ quart d'heures avant notre époque il y aura

$$SP = -367 + 322 t - \frac{5}{7} tt + \frac{1}{12} t^3$$

$$PL = -81 + 72 t - \frac{5}{7} tt + \frac{1}{36} t^3$$

Or le mouvement du Soleil pendant un quart d'heure étant $36''$, le Soleil $\frac{1}{4}$ quart d'heures avant l'époque aura été en ☉ de sorte que $S\odot = 36t$, & partant

$$\odot P = -367 + 286 t - \frac{5}{7} tt + \frac{1}{12} t^3$$

D'où l'on pourra trouver la distance des centres du Soleil & de la Lune à ce moment.

XVII Mais



XVII. Mais parceque nous ne sommes pas trop surs de la grandeur de la parallaxe, supposons que la parallaxe soit d'une cinquantieme partie plus petite, & nous aurons

$$S P = - 362 + 324 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3$$

$$P L = - 46 + 71\frac{1}{2} t - \frac{9}{7} t t + \frac{1}{38} t^3 \quad \&$$

$$\odot P = - 362 + 288 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3$$

XVIII. Cherchons premierement la plus petite distance des centres du Soleil & de la Lune, & puisque nous savons que cela est arrivé entre $\frac{1}{4}$ h. & $\frac{2}{4}$ h. avant l'époque, supposons d'abord $t = 1 + u$ & nous aurons

Pour la parallaxe tabulaire		Pour cette parallaxe diminuée de sa 50 ^{me} partie
$\odot P = - 81 + 282 u$		$- 74 + 287 u$
$P L = - 10 + 70 u$		$+ 24 + 69 u$
Soit pour abreger $\odot P =$		$\alpha + \beta u; P L = \gamma + \delta u, \&$
il y aura $\odot L = \sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma + 2(\alpha\beta + \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)}$		
qui fera un minimum si $u = -$		$\frac{\alpha\delta - \gamma\beta}{\beta\beta + \delta\delta}, \& \text{ alors}$

la plus petite distance sera $\odot L = \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\sqrt{(\beta\beta + \delta\delta)}}$

d'où nous obtiendrons

Pour la I. hypoth.		Pour la II. hypoth.
$u = \frac{23785}{86125} = 0, 276$		$u = \frac{19582}{87130} = 0, 225$
$\odot L = - \frac{2820}{293} = 9'', 37'''$		$\odot L = \frac{11994}{295} = 40'', 39'''$

ce qui feroit arrivé

à $11^h, 54', 40''$

| à $11^h, 55', 26''$

XIX. Pour ce tems là nous aurons

I. hypoth.

$$\odot P = \text{---} 2''$$

$$P L = + 9$$

II. hypoth.

$$\odot P = \text{---} 9''$$

$$P L = + 39\frac{1}{2}$$

Fig. 5. d'où il est clair, que la ligne, qui joignit les centres du Soleil & de la Lune, $\odot L$, étoit inclinée à l'ecliptique vers l'Orient, comme il est representé dans la fig. 5, & la ligne verticale $Z \odot$ faisoit vers l'Occident un angle $= 76^{\circ}, 26'$. Donc l'angle de la ligne $\odot L$ avec l'ecliptique vers l'Orient, étoit

I. hypoth.

$$\text{Or. } \odot L = 77^{\circ}, 30'$$

$$\text{le Compl.} = 12^{\circ}, 30$$

$$\text{Occ. } \odot Z = 76, 26$$

$$\text{le Compl.} = 13, 34$$

$$\text{l'angle } Z \odot L = 26, 4$$

II. hypoth.

$$77^{\circ}, 1'$$

$$12, 59$$

$$76, 26$$

$$13, 34$$

$$26, 33$$

Par rapport à cet angle l'une & l'autre de ces hypothèses se trouvent allés d'accord avec l'observation, mais par rapport à la distance des centres, la seconde hypothèse convient beaucoup plus exactement que la première, puisque de la figure de l'anneau on a estimé la distance des centres près de $50''$.

XX. Mais la plus grande difference entre ces calculs & l'observation même, se trouve dans le tems, où les centres du Soleil & de la Lune étoient à leur moindre distance; car le commencement de l'anneau ayant été observé à $11^h, 52', 51''$ & la fin à $11^h, 54', 13''$, la plus petite distance des centres doit être arrivée à $11^h, 53', 32''$. Or il est clair, que cette difference ne sauroit être causée par quelque erreur commise dans la parallaxe, & on s'assurera aisément que ni quelque petite erreur dans le lieu du noeud, ni dans l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, en pourroit être la cause. Il ne reste donc pour expliquer cette difference que de dire, que le tems de la conjonction est arrivé un peu plutôt, que j'ai trouvé par mes tables. Il n'est pas même nécessaire de reculer ce tems de tant de minutes, que l'observation précède le calcul: car puisqu'en changeant ce

tems,

tems, les parallaxes de la Lune souffrent aussi quelque changement, une très petite variation pourra être suffisante de reculer de quelques minutes le moment de la plus grande proximité des centres. Or je n'aurai garde de soutenir, que mes tables soient parfaites au dernier point, j'avoué plutôt, qu'elles peuvent quelquefois produire une erreur de plus d'une minute dans le tems des conjonctions & oppositions.

XXI. Il est donc bien certain que la Lune ait parcouru la route $L^{-4} L L^4$ dans les memes intervalles de tems, que j'ai marqués là haut : & il ne reste que cette question ; si dans le moment où la Lune a passé par le point L , le centre du Soleil ait été précisément en S , ou un peu plus en arriere vers E . Car puisqu'on peut supposer, que les tables du Soleil sont tout à fait exactes, si le Soleil avoit été de $36''$ plus en arriere, ce qui est son mouvement pour un quart d'heure, la Lune auroit passé par L un quart d'heure plutôt, & comme la difference entre les points L & L^{-1} est très petite, la Lune étant en L auroit souffert la meme parallaxe, que j'ai trouvée pour le point L^{-1} : & par la même raison la Lune étant en L^{-1} auroit souffert la meme parallaxe, qui a été trouvée pour le point L^{-2} . D'où il est clair, que pour peu qu'on recule le lieu du Soleil, le calcul des parallaxes en devient changé très considérablement.

Fig. 1.

XXII. Je supposerai donc que la Lune ait passé par le point L une minute plutôt, que selon mes tables, & notre époque sera dans cette hypothese

A. 1748. Juill. 25j, 0h, 12', 48''

Donc le Soleil n'a pas été alors en S , mais de $\frac{3}{4}''$ ou $2''$, $24'''$ plus en arriere vers E , & partant il faudra diminuer les espaces SP^{-4} SP^{-3} &c. de $2\frac{1}{2}''$. Ensuite la parallaxe de la Lune en L ne fera plus celle que nous avons marquée ci-dessus, mais elle approchera de celle qui a été trouvée pour le point L^{-1} d'une quinziesme partie. Suivant ces remarques nous aurons pour l'orbite apparente de la Lune ces determinations dans l'hypothese de la parallaxe tabulaire.

Fig. 3.

à $\frac{1}{4}$ h. avant $Sp^{-4} =$	1690 $\frac{1}{2}$ " — 782 — + 908 $\frac{1}{2}$;	$p^{-4}l^{-4} =$	1817 — 1625 — + 192
à $\frac{1}{4}$ h. avant $Sp^{-3} =$	1248 $\frac{1}{2}$ — 662 — + 586 $\frac{1}{2}$;	$p^{-3}l^{-3} =$	1776 — 1646 $\frac{1}{2}$ — + 129 $\frac{1}{2}$
à $\frac{2}{4}$ h. avant $Sp^{-2} =$	806 $\frac{1}{2}$ — 541 — + 265 $\frac{1}{2}$;	$p^{-2}l^{-2} =$	1735 — 1672 $\frac{1}{2}$ — + 62 $\frac{1}{2}$
à $\frac{3}{4}$ h. avant $Sp^{-1} =$	363 $\frac{1}{2}$ — 419 — + 55 $\frac{1}{2}$;	$p^{-1}l^{-1} =$	1694 — 1701 — — 7
à l'Epoque $Sp =$	78 $\frac{1}{2}$ — 299 — — 377 $\frac{1}{2}$;	$p \quad l =$	1653 — 1732 — — 79
à $\frac{1}{4}$ h. après $Sp^1 =$	520 $\frac{1}{2}$ — 179 — — 699 $\frac{1}{2}$;	$p^1 \quad l^1 =$	1613 — 1766 — — 153
à $\frac{2}{4}$ h. après $Sp^2 =$	962 $\frac{1}{2}$ — 61 — — 1023 $\frac{1}{2}$;	$p^2 \quad l^2 =$	1572 — 1802 $\frac{1}{2}$ — — 230 $\frac{1}{2}$
à $\frac{3}{4}$ h. après $Sp^3 =$	1404 $\frac{1}{2}$ + 55 — — 1349 $\frac{1}{2}$;	$p^3 \quad l^3 =$	1531 — 1842 $\frac{1}{2}$ — — 311 $\frac{1}{2}$
à $\frac{4}{4}$ h. après $Sp^4 =$	1847 $\frac{1}{2}$ + 168 — — 1679 $\frac{1}{2}$;	$p^4 \quad l^4 =$	1490 — 1882 $\frac{1}{2}$ — — 392 $\frac{1}{2}$

XXIII. De là nous obtiendrons en général pour un tems qui précède de t quart-heures notre nouvelle époque

$$\begin{aligned} S P &= - 377\frac{1}{2} + 322 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \\ P L &= - 79 + 72\frac{1}{2} t - \frac{4}{3} t t + \frac{1}{10} t^3 \quad \& \\ \odot P &= - 377\frac{1}{2} + 286 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \end{aligned}$$

Mais si nous diminuons la parallaxe de sa *some* partie nous aurons

$$\begin{aligned} S P &= - 372\frac{1}{2} + 324 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \\ P L &= - 44 + 72 t - \frac{4}{3} t t + \frac{1}{10} t^3 \\ \odot P &= - 372\frac{1}{2} + 288 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \end{aligned}$$

XXIV. Pour trouver la plus petite distance des centres, posons comme auparavant $t = 1 + u$, & nous aurons

pour la parallaxe tabulaire.

$$\begin{aligned} \odot P &= - 92 + 285 u \\ P L &= - 8 + 70 u \end{aligned}$$

& ensuite nous trouverons pour la I. hypoth.

$$\begin{aligned} u &= \frac{26780}{86125} = 0,311 \\ \odot L &= \frac{4160}{293} = 14'', 12''' \\ t &= 19', 40'' \\ \text{à} & 11^h, 53', 8'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \odot P &= 4 \\ P L &= 14 \end{aligned}$$

pour cette parallaxe diminuée d'un $\frac{1}{10}$.

$$\begin{aligned} \odot P &= - 85 + 287 u \\ P L &= + 26\frac{1}{2} + 69\frac{1}{2} u \end{aligned}$$

pour la II. hypoth.

$$\begin{aligned} u &= \frac{22566}{87130} = 0,259 \\ \odot L &= \frac{13470}{295} = 45'', 40''' \\ t &= 18', 53'' \\ \text{à} & 11^h, 53', 55'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \odot P &= 11 \\ P L &= 44 \end{aligned} \quad \text{Dans}$$

Dans l'une & l'autre hypothèse l'angle $Z \odot L$ devient plus grand, qu'aut-paravant, ce qui semble encore mieux convenir avec l'observation.

XXV. De là je tire cette conclusion générale, que si l'on diminue la parallaxe tabulaire de x parties cinquantièmes, & qu'on recule le tems de y minutes, la moindre distance des centres seroit $\odot L = 9'' + 5y'' + 31x''$ & le tems où cela est arrivé seroit

$$\text{à } 11^h, 54', 40'' + 46x'' - 92y''$$

Suivant les observations de cette Eclipsé l'anneau s'étoit formé à $11^h, 52', 51''$, & avoit duré jusqu'à $11^h, 54', 13''$, dont le milieu $11^h, 53', 32''$ donne le tems de la plus petite distance des centres: d'où nous obtiendrons cette équation

$$68 + 46x - 92y = 0$$

& supposant la plus petite distance des centres $= 50''$, nous aurons encore cette équation $42 = 31x + 5y$, d'où nous tirerons les valeurs suivantes

$$y = 1, 33 \text{ \& } x = 1, 04$$

XXVI. Il paroît donc assez probable, qu'il faut reculer le tems, où la Lune s'est trouvée au point L de $1', 20''$, pour lequel le lieu du Soleil doit être reculé de $3''$, & la vraie époque, où la Lune a passé par L sera

Fig. 1.

A. 1748. Juill. 25j, 0^h, 12', 28''

Or pour la parallaxe il ne reste plus presque aucun doute, qu'elle ne doive être diminuée de sa cinquantième partie, puisque nous venons de trouver assez exactement $x = 1$. Par conséquent pour un moment qui précède de x quart-heures cette nouvelle époque, nous aurons

$$\odot P = - 376'' + 288x - \frac{5}{7}xx + \frac{1}{12}x^3$$

$$P L = - 43 + 27x - \frac{5}{4}xx + \frac{1}{36}x^3$$

XXVII. Pour trouver maintenant les tems, tant du commencement & de la fin de l'éclipsé, que de l'entrée du disque de la Lune dans celui du Soleil & de sa sortie, il faut avoir égard aux diamètres apparens du Soleil & de la Lune. Le diamètre du Soleil a été trouvé

1904'',

1904'', & le diametre horizontal de la Lune 1774'', qui étant divisé par $1 - \pi \cos 2$, ou multiplié par $\frac{78}{77}$ donnera le vrai diametre apparent de la Lune au tems de l'Eclipse de 1797'', La difference des diametres étant 107'', la difference des rayons sera $= 53\frac{1}{2}''$: & il est clair que l'anneau a du commencer & finir, lorsque la distance des centres étoit $= 53\frac{1}{2}''$.

XXVIII. Comme nous savons que cela est arrivé entre une & deux quart d'heures avant notre époque, faisons $t = 1 + u$, & nous aurons:

$$\odot P = - 88\frac{1}{2} + 287 u; P L = 28 + 69\frac{1}{2} u$$

soit $\odot P = - a + \beta u$ & $P L = \gamma + \delta u$.

& la distance des centres sera

$$V(a a + \gamma \gamma - 2(\alpha \beta - \gamma \delta) u + (\beta \beta + \delta \delta) u u) = 53\frac{1}{2} = \epsilon$$

d'où nous tirerons

$$u = \frac{\alpha \beta - \gamma \delta + V(\epsilon \epsilon (\beta \beta + \delta \delta) - (\alpha \delta + \beta \gamma)^2)}{\beta \beta + \delta \delta}$$

& en nombres $u = \frac{23454 + 6951}{87199}$, dont les deux valeurs

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } u = 0,348 \\ \text{II. } u = 0,182 \end{array} \right\} \text{ \& en tems } \left\{ \begin{array}{l} t = 1 + u = 20', 13'' \\ t = 1 + u = 17', 44'' \end{array} \right.$$

Donc la durée de l'anneau auroit été 2', 29'': mais pour peu qu'on eut diminué le nombre $53\frac{1}{2}$, dont on ne peut pas être sûr à une seconde près, la durée de l'anneau seroit provenue d'une demiminute moindre; ou si nous avions supposé cy-dessus la plus petite distance observée de 51'' au lieu de 50'', desorte que de ce côté là il n'en résulte aucun changement considerable dans les elemens de cette Eclipse. Ainsi selon ce calcul

l'anneau auroit dû commencer à 11h, 52', 15''
— — & finir à 11h, 54', 44''

XXIX. Pour le commencement de l'Eclipse, comme nous savons, qu'il est arrivé presque deux heures ou 8 quart d'heures avant notre époque, supposons $t = 7 + u$, & nous aurons:

$$\odot P =$$

⊙ P = 1633 + 290 u, & P L = 409 + 59 u
 soit ⊙ P = α + β u & P L = γ + δ u

& la distance des centres sera

$V(αα + γγ + 2(αβ + γδ)u + (ββ + δδ)uu)$
 qui doit être égale à la somme des rayons du Soleil & de la Lune, =
 1850 = ε, d'où nous obtiendrons

$$u = - \frac{αβ - γδ + V(εε(ββ + δδ) - (αδ - βγ)^2)}{ββ + δδ}$$

& en nombres u = 0, 5498 = 8', 15"

& t = 7 + u = 1, 53, 15

tems de l'Epoque 12, 12, 28

Reste 10, 19, 13

Par conséquent le commencement de cette Eclipsé est arrivé
 à Berlin.

A. 1748. Juill. 24j, 22h, 19', 13"

ce qui est fort bien d'accord avec l'observation. Car quoique le
 commencement n'ait pas été observé ici; à 10h, 20' le Soleil parut
 déjà éclipsé presque d'un quart de pouce, d'où l'on est assés sûr, que
 le commencement a pu être arrivé à 10h, 19'.

XXX. Pour la fin de l'Eclipsé, elle arriva plus d'une heure après
 notre époque, je mettrai donc t = - 4 - u & il y aura.

⊙ P = - 1545 - 298 u & P L = - 353 - 83 u
 soit ⊙ P = - α - β u & P L = - γ - δ u

& posant la somme des rayons 1850 = ε, nous aurons comme au-
 paravant

$$u = - \frac{αβ - γδ + V(εε(ββ + δδ) - (αδ - βγ)^2)}{ββ + δδ}$$

Pour faire plus facilement le calcul de cette formule, je cherche les
 angles η & ζ, de sorte que tang η = $\frac{α}{γ}$ & tang ζ = $\frac{β}{δ}$, depuis je

cherche un troisième angle θ, que sin θ = $\frac{α \sin(ζ - η)}{ε \sin η}$, & il fera



$$u = \frac{\alpha \sin \zeta}{\beta \sin \eta} \cdot \frac{\sin (\zeta - \eta - \theta)}{\tan \theta}.$$
 Tout ce calcul se fera donc aisément par les seules tables des logarithmes: & on trouvera $u = 0,8568 = 12', 51''$, & puis $x = -1h, 12', 51''$. Il faut donc ajouter à notre époque 25 Juil. $0h, 12', 28''$ cette valeur $1h, 12', 51''$ & la fin de l'éclipse se trouvera.

A. 1748. Juil. 25j, $1h, 25', 19''$

Or la fin a été observée $1h, 25', 9''$

XXXI. Puisque ce calcul est à présent parfaitement d'accord avec l'observation à l'exception de la durée de l'anneau, on n'aura qu'à supposer la plus petite distance des centres $= 52''$ pour rendre la durée de l'anneau plus courte, & alors on trouvera pour x & y les valeurs suivantes.

$$x = 1, 14 \text{ } \mathcal{E} \text{ } y = 1, 33 = 1', 20''$$

Il faut donc reculer de $1', 20''$ le tems, où la Lune s'est trouvée au point L, & partant le lieu du Soleil de $3''$. La Lune aura donc été en L

A. 1748. Juil. 25j, $0h, 12', 28''$

& alors le Soleil a été non en S, point, qui répond à la conjonction dans l'orbite avec le point L, mais en s , de sorte que $Ss = 3''$. Par conséquent le tems de la vraie conjonction dans l'orbite aura encore précédé ce tems, que nous venons de trouver: que ce soit arrivé z heures avant ce tems, & que la ligne joignante les centres du Soleil & de la Lune ait été $\sigma\lambda$, il faudra qu'il soit $S\sigma = L\lambda$. Or par les moments horaires nous aurons $L\lambda = 1776z$ & $S\sigma = 3 + 143z$, de sorte que $z = \frac{3}{1633}$ heur. $= \frac{180'}{1633} = \frac{10800}{1633}'' = 6''$. Donc la véritable conjonction dans l'orbite est arrivée

A. 1748 Juil. 25j, $0h, 12', 22''$

XXXII. Puisque donc mes tables ont marqué ce tems à $0h, 13', 48''$, elles ont trop avancé ce tems de $1', 26''$: & partant l'équation à ajouter $0h, 12', 6''$, que mes tables ont fournie, étoit trop grande, & elle ne devoit être que $0h, 10', 40$. De là il s'ensuit
ou

ou que l'équation à ajouter a été trop grande, ou les équations à soustraire trop petites. Il n'est pas probable que cette erreur se trouve tout entière dans une seule table, d'où il paroît que les équations de la première table, qui dépendent de l'anomalie de la Lune, sont un peu trop grandes, & les équations de la seconde table & des suivantes un peu trop petites. Ou il faudra les équations

Par l'Eclipsé du Soleil				par l'Eclipsé de la Lune.
de la I. Table	—	—	diminuer	diminuer
de la II. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la III. Table	—	—	augmenter	augmenter
de la IV. Table	—	—	augmenter	augmenter
de la V. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la VI. Table	—	—	augmenter	augmenter

XXXIII. Comme la vraie conjonction est arrivée plutôt, que selon mes tables, il semble qu'il se trouve une erreur contraire dans l'Eclipsé de la Lune, & que la véritable opposition est arrivée plus tard que suivant mes tables. Mais il est difficile de déterminer exactement cette aberration, puisqu'on n'est pas assez sûr des moments dans l'observation. Peut-être que cette aberration est environ d'une minute, dont le tems de l'opposition trouvé par mes tables doit être augmenté. Cette erreur demanderoit aussi une diminution dans les équations de la première table, & une augmentation dans celles de la III. & IV. Tabl. comme j'ai remarqué dans le §. précédent; d'où l'on voit, qu'on ne peut soupçonner de là aucune faute dans la II. Table: puisque l'erreur de la conjonction en demanderoit une augmentation, & celle de l'opposition une diminution.

XXXIV. Comme les équations de la III. & IV. tables sont fort petites, il est très probable que ces erreurs ne se trouvent que dans la première table. Or puisque pour la conjonction l'argument de cette table ou l'anomalie excentrique de la Lune étoit $0^{\circ}, 10^{\circ}, 33'$, & pour l'opposition $6^{\circ}, 25^{\circ}, 23'$, si l'on diminue l'équation qui répond à $0^{\circ}, 10^{\circ}$ de $1', 26''$ la plus grande équation de cette table

devroit être diminuée de plus de $6'$. Or il est bien certain, qu'une si grande erreur ne sauroit avoir lieu, puisqu'ayant établi ces tables sur un grand nombre d'Eclipses, les erreurs n'ont jamais surpassé 3 minutes. Il faut donc chercher une autre source de ces petites erreurs, que je viens de découvrir dans les deux Eclipses de cette année, & je remarque que si l'on diminueoit l'anomalie excentrique, & par conséquent l'anomalie moyenne de mes tables environ de $7'$, le calcul deviendroit d'accord avec les observations. Car si l'on suppose l'anomalie moyenne de la Lune de $7'$ plus petite, que mes tables marquent, l'équation pour la conjonction deviendroit diminuée de $1'$, $21''$, & pour l'opposition de $1'$, $0''$, ce qui reviendroit parfaitement aux teins observés.

XXXV. Quoique deux cas ne soyent pas suffisans de déterminer la correction, qu'il faut apporter aux tables, il me paroît pourtant très vraisemblable, qu'il en faut diminuer les anomalies moyennes, & cela à peu près de $7'$. Car d'un côté on satisfait par ce moyen à nos deux Eclipses tout ensemble, & d'un autre côté on ne fait pas un tel changement dans les tables, d'où il pourroit résulter de plus grandes différences en d'autres occasions: car plus la Lune sera éloignée de son apogée ou perigée, moins cette correction deviendra sensible; & partant mes tables ne s'écarteront pas trop des Eclipses, sur lesquelles je les ai fondées. Or un petit éloignement des Eclipses de la Lune, que j'avois employées pour cette fin, doit être admis, si l'on fait attention au peu de précision, dont on peut déterminer les moments. Mais ce qui me confirme le plus dans ce sentiment, que les anomalies moyennes de mes tables demandent une diminution, c'est que dans les tables, que Mr. le Monnier a publiées dans ses Institutions d'Astronomie, les anomalies moyennes de la Lune sont de $13'$ plus petites que les miennes: & comme ces tables sont établies sur un beaucoup plus grand nombre d'observations, il est très naturel, que le lieu de l'apogée y est marqué aussi exactement que dans les miennes. Ainsi je me crois assez autorisé de conseiller à ceux qui voudront se servir de mes tables, de retrancher toujours 7 des anomalies moyennes, qu'ils en auront tirées. Et par une semblable comparaison

fon du calcul avec d'autres Eclipses obfervées exactement, on découvrira les autres corrections, dont mes tables auront encore befoin. C'est donc le premier ufage, que l'obfervation des Eclipses m'a fourni.

XXXVI. L'autre ufage, qui paroît très important dans l'Aftonomie, c'est la véritable détermination de la parallaxe de la Lune dans les conjonctions & oppositions. La table des parallaxes, que j'ai donnée dans notre Almanac Aftronomique pour l'Année 1749. eft fondée fur cette formule, qui nommant v l'anomalie excentrique de la Lune, exprime la parallaxe horizontale de la Lune pour les conjonctions $= 3432'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$; & partant au tems de notre Eclipe du Soleil, la parallaxe de la Lune aura été fuivant cette formule $= 3432'' - 211'' = 3221''$. Or ayant trouvé que cette

parallaxe doit etre diminuée de $\frac{x}{50} = \frac{1049}{50000}$; la véritable parallaxe

horizontale n'a été que $3221'' - 67'' = 3154'' = 52', 34''$. Donc puiſque les coefficients 222 & 8, comme fondés dans la theorie, ne ſouffrent aucun changement, il faut diminuer le ſeul premier terme 3432 de $67''$. Mais comme dans tout le calcul je n'ai pas fait attention à la parallaxe du Soleil, la parallaxe que j'ai attribuée à la Lune, fera la difference entre les parallaxes de la Lune & du Soleil. Donc la parallaxe horizontale de la Lune, moins celle du Soleil, fera $= 3221'' - 67''$, & puiſque la parallaxe du Soleil eſt $= 12''$, la parallaxe horizontale de la Lune a été $= 3221 - 67 + 12$. Par conféquent le nombre 3432 ne doit etre diminué que de $55''$, de ſorte que dans les conjonctions la parallaxe horizontale de la Lune fera $\frac{\text{=====}}{3377'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v}$ & pour les oppositions $\frac{\text{=====}}{3380 - 222 \cos v + 8 \cos 2 v}$ Donc ſi la Lune eſt dans ſon apogée

la parallaxe horizontale fera	—	dans les 8	dans les 8
Mais la Lune étant dans ſon perigée	—	52', 43''	52', 46''
la parallaxe horizontale fera	—	60, 7	60, 10
Donc la moyenne fera	—	56, 25	56, 28
	Ll 3		XXXVII.

XXXVII. Je remarque premièrement que cette quantité de la parallaxe est fort bien d'accord avec la théorie, laquelle donne pour la moyenne distance de la Lune à la Terre 61, 0837 demi-diamètres de la Terre, à laquelle répond une parallaxe de $56', 17'' = 3377''$ tout comme je viens de trouver pour les conjonctions. Cependant supposant la distance moyenne $= 100000$, & l'anomalie excentrique de la Lune $= v$, la distance vraie au Soleil dans les conjonctions se trouve par la théorie $= 99332 + 6428 \cos v - 22 \cos 2v$, d'où il s'ensuit, que lorsque la Lune se trouve dans son apogée, la parallaxe sera $= 53', 13''$ & dans son perigée $= 60', 36''$, l'une & l'autre étant de $30''$ encore plus grande, que je viens de conclure de l'observation de l'Eclipse du Soleil. Mais il faut remarquer que dans la théorie j'ai supposé, que la gravité de la Lune est à la gravité réelle sur la surface de la Terre dans nos contrées, où on a fait des expériences sur les pendules, en raison doublée du rayon de la Terre à la distance de la Lune. Or nous savons que chez nous, nous ne sentons pas toute la force de la gravité, celle-cy étant déjà diminuée de la force centrifuge de la Terre, qui ne s'étend pas jusqu'à la Lune. Donc la véritable gravité chez nous étant plus grande que je n'ai supposé, la gravité de la Lune le sera aussi, & partant pour que la Lune fasse ses revolutions dans le même tems, il faut qu'elle soit plus éloignée de la Terre; par cette raison donc sa parallaxe sera encore diminuée. Il est bien vrai, que cette diminution ne montera qu'à $5''$ environ: mais aussi ne prétens-je point que la détermination, que j'ai tirée de la théorie, soit juste à quelque secondes près.

XXXVIII. Il s'ensuivroit donc, que la parallaxe horizontale que j'ai concluë de l'observation de l'Eclipse, seroit trop petite seulement de $25''$. Mais si nous augmentions cette parallaxe, le centre de la Lune tomberoit trop vers le Sud, & les phases de l'Eclipse auroient dû être tout à fait différentes de celles qui ont été observées, à moins que nous ne supposions, que la latitude de la Lune ait été un peu plus grande que le calcul ne l'a donnée. Or si la parallaxe horizontale étoit de $25''$ plus grande, la parallaxe à la hauteur de la Lune au tems de l'observation deviendroit trop grande de $12''$,
& par-

& partant on devroit changer les tables, enforte que pour ce tems la latitude fût augmentée de $12''$, par conséquent il faudroit d'un coté augmenter l'inclinaison de l'orbite lunaire, & d'un autre coté avancer la longitude du noeud. On voit bien qu'on devroit trop changer l'inclinaison pour obtenir une augmentation de $12''$ dans la latitude, à cause de la petitesse de l'argument de la latitude. Mais on n'aura qu'à avancer le noeud de $2', 12''$ pour rendre la latitude de $12''$ plus grande. Donc supposant la formule pour la parallaxe horizontale $3402'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$ dans les conjonctions & $3405'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$ dans les oppositions, on sera obligé d'ajouter à la longitude du noeud, que mes tables donnent, $2', 12''$: & si l'on vouloit augmenter la longitude du noeud de $3'$, pour rendre mes tables d'accord avec celles de Mr. le Monnier par rapport à la longitude du noeud; les formules pour la parallaxe

horizontale seroient $\left. \begin{array}{l} \delta \ 3411 \\ \delta \ 3414 \end{array} \right\} - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$:

mais alors il faudroit dire, que la Lune étoit moins éloignée de la Terre, que la theorie ne l'exige.

XXXIX. Ces corrections me paroissent d'autant mieux fondées qu'elles approchent d'avantage mes tables de celles de Mr. le Monnier. Car si j'ajoute constamment $2', 20''$ à la longitude moyenne du noeud de mes tables, elle ne différera plus que de $40''$ de celle de Mr. le Monnier: car la longitude moyenne étant augmentée de $2', 20''$ produira dans la longitude vraie une augmentation de $2', 12''$, comme j'ai trouvé. De plus pour les conjonctions on aura la plus petite parallaxe de $3188 = 53', 8''$ & la plus grande de $3632 = 60', 32''$, & dans les oppositions ces parallaxes seront plus grandes de $3''$. Or Mr. le Monnier suppose la plus grande parallaxe de la Lune $61', 8''$ & la plus petite $53', 29''$, lesquelles, à ce qu'il dit, paroissent confirmées par les grandes latitudes Australes & Borcales de la Lune, qui ont été observées très soigneusement en France. Il est vrai que la différence est encore assez remarquable, quoiqu'elle ne soit pas si grande, que par rapport aux autres tables: cependant j'ai



la theorie de mon coté; & si l'on vouloit soutenir que la theorie pourroit etre assujettie à quelque aberration, comme cela arrive effectivement dans le mouvement de l'apogée, je pourrai en m'éloignant un peu de la theorie, approcher mes tables de celles de Mr. le Monnier, tant par rapport à la longitude du nœud, qu'à la parallaxe même. Car si j'ajoute à la longitude moyenne du nœud $3'$, pour les rendre tout à fait d'accord avec celles de Mr. le Monnier, j'aurai pour la parallaxe horizontale

dans les conjonctions	—	3410 — 222 $\cos v + 8 \cos 2 v$
dans les oppositions	—	3413 — 222 $\cos v + 8 \cos 2 v$
d'où résulte la plus petite	=	53', 18" δ & 53, 21 δ
& la plus grande	=	60, 40 δ & 60, 43 δ

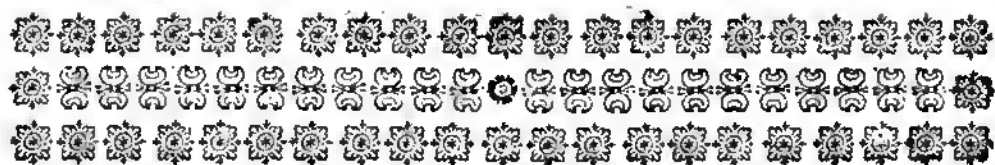
& prenant les milieux de ces de Mr. le Monnier, la difference ne sera plus remarquable. Mais on pourra décider, laquelle de ces hypotheses conviendra mieux avec la verité, si l'on fera le même examen sur une Eclipsé du Soleil, qui sera arrivée apres le nœud ascendant.

XL. Or ayant diminué si considérablement la parallaxe horizontale de la Lune, on comprendra aisément, que dans les Eclipses de la Lune le demi-diametre de l'ombre, qu'on trouve en retranchant le demi-diametre du Soleil de la somme des parallaxes de la Lune & du Soleil, sera trop petit. En effet Mr. Casini, quoiqu'il suppose la parallaxe de la Lune d'une minute plus grande, que je viens de la déterminer, veut qu'on ajoute encore $20''$ au demi-diametre de l'ombre; trouvé par la regle mentionnée, au lieu que ceux qui supposent les parallaxes plus grandes, n'y ajoutent rien. Donc puisque la vraie parallaxe est environ d' $1'$, $20''$ plus petite, que celle de Mr. Casini, pour obtenir le même demi-diametre de l'ombre, que lui, on sera obligé d'ajouter $1'$, $40''$ au demi-diametre trouvé par la regle. Mr. le Monnier, qui se sert des parallaxes autant diminuées n'y ajoute qu' $1'$: mais il semble que cette augmentation n'est pas assez certaine dans sa nature. Car comme c'est l'Atmosphere de la Terre, qui en est la cause, puisqu'elle doit paroître dans une si grande

grande distance presque comme un corps opaque, les changemens, auxquels cette Atmosphere est continuellement assujettie, ne manqueront pas d'augmenter l'ombre dans un tems beaucoup plus que dans un autre. Cependant si le demi-diametre de l'ombre, étant $= 45'$, requiert une augmentation de $1'$, on en conclurra, que notre Atmosphere, entant qu'elle paroît dans la Lune sous la forme d'un corps opaque, s'étend à une hauteur de 19 milles d'Allemagne, d'où l'on comprendra aisément que le défaut de transparence à une si grande hauteur doit être extrêmement variable.

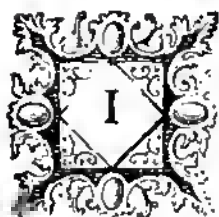
XLI. Voici donc plusieurs avantages, que l'examen de la dernière Eclipsé du Soleil m'a fournis, & qui me paroissent de la plus grande importance par rapport aux tables des vrais moments des pleines & nouvelles Lunes, que j'ai insérés dans l'Almanac Astronomique de l'Académie. Le premier avantage consiste dans la correction de l'anomalie moyenne de la Lune, & il est déjà très probable qu'on doit toujours soustraire $7'$ de l'anomalie moyenne, qu'on aura trouvée par ces tables. En second lieu, la détermination de la place du nœud de la Lune doit porter ces tables à une plus grande précision, & pour cet effet on n'aura qu'à se souvenir, qu'il faut toujours ajouter $2'$, $20''$ à la longitude moyenne du nœud, trouvée par mes tables. Enfin on doit diminuer de $30''$ les parallaxes de la Lune qu'on aura tirées de ces tables, si l'on veut suivre la théorie. Ou bien, si l'on aime mieux de préférer la détermination des parallaxes, que Mr. le Monnier a données, on n'aura qu'à ajouter constamment $5'$ à la longitude moyenne du nœud de mes tables, & de n'en diminuer les parallaxes que de $22''$. L'une & l'autre de ces deux dernières corrections est également d'accord avec l'observation de l'Eclipsé du Soleil de cette année. D'autres Eclipsés du Soleil calculées suivant cette méthode, serviront à nous faire connaître les autres corrections, dont mes tables auront besoin.





SUR LA PERFECTION

DES
VERRES OBJECTIFS DES
LUNETTES,
PAR MR. EULER.



I.

Il est reconnu parmi les Astronomes, que les verres objectifs, dont on se sert ordinairement dans les Lunettes, ont ce défaut, qu'ils produisent une infinité de foyers, selon les differens degrés de réfrangibilité des rayons. Les rayons rouges, comme ils souffrent la plus petite réfraction en passant par le verre, forment leur foyer à une plus grande distance du verre, que les rayons violets, dont la réfraction est la plus grande. De là vient, que si la lumière, qui passe par le verre objectif, est composée de plusieurs sortes de rayons, ce n'est plus dans un point que les rayons rompus se rassemblent, comme on suppose communément dans l'Optique; mais le foyer sera étendu par quelque espace, qui sera d'autant plus considérable, plus le foyer sera éloigné du verre objectif.

Fig. I.

II. Pour faire sentir mieux ce défaut des verres optiques, soit MN un tel verre quelconque convexe de part & d'autre, & qu'on nomme le rayon de l'arc $MAN = f$, & celui de l'arc $MBN = g$.
Soit

Soit de plus $\zeta : \eta$ la raison de réfraction des rayons, qui passent de l'air dans le verre, & posant la distance de l'objet Ee au verre, $EA = a$, la distance du foyer F , ou du lieu, où se forme l'image Ff de l'objet Ee , au verre, c. à. d. la distance BF est trouvée par la theorie de la réfraction $= \frac{\eta a f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$. Ensuite, si l'on nomme la hauteur de l'objet $Ee = e$, la hauteur de l'image, qui sera renversée, se trouvera $Ff = \frac{\eta e f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$:

puisque'il y aura $Ff : BF = Ee : AE$. D'où l'on voit que la grandeur de l'image Ff varie dans la meme raison, que la distance BF .

III. Divisons le numerateur & le dénominateur par yfg , & la distance du foyer sera

$$BF = \frac{a}{\left(\frac{\zeta}{\eta} - 1\right) a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$$

& cette distance sera constante, tant que la raison de réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$

demeurera la même : mais si une partie des rayons suit une autre raison que celle-ci, leur foyer tombera dans un autre point. Pour trouver cette différence, soit Ff l'image de l'objet formée par les rayons d'une nature moyenne, Rr l'image formée par les rayons rouges, & Vv celle des rayons violets. Cela posé, la formule que je viens

de donner, nous fournira la distance BF en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{31}{20}$.

Or la distance BR se trouvera en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{77}{50}$, & la distance

BV en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{78}{50}$.

IV. Nous aurons donc pour les rayons rouges, les moyens & les violets, ces différentes distances de foyers



$$\text{Pour les rayons rouges B R} = \frac{a}{\frac{27}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

$$\text{Pour les rayons moyens B F} = \frac{a}{\frac{11}{20} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

$$\text{Pour les rayons violets B V} = \frac{a}{\frac{28}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

Que l'objet *Ee* soit comme infiniment éloigné ou $a = \infty$, pour faire l'application aux observations astronomiques, & on aura

$$\text{Pour les rayons rouges B R} = \frac{50}{27} \frac{f g}{(f + g)}$$

$$\text{Pour les rayons moyens B F} = \frac{20}{11} \frac{f g}{(f + g)}$$

$$\text{Pour les rayons violets B V} = \frac{50}{28} \frac{f g}{(f + g)}.$$

V. Donc la distance B R sera à la distance B V comme 28 à 27; & partant l'espace V R, par lequel tous les foyers des differents rayons seront dispersés, est; la vingt-septieme partie de la distance entiere B V. Par conséquent pour un verre, qui a son foyer à 27 pieds de distance, les images formées par les differens rayons rempliront un espace d'un pied: d'où il s'ensuit nécessairement, que si le verre oculaire represente une de ces images distinctement, les autres doivent causer une d'autant plus grande confusion, plus elles seront éloignées du foyer de l'oculaire, ou plutot, plus cet éloignement sera considerable par rapport à la distance du foyer de l'oculaire, c. à. d. plus l'oculaire sera petit. De là on comprend aisément combien grande doit etre la confusion, si l'on se sert des objectifs de 100 & plusieurs pieds, & on ne sera plus surpris, que de si longues lunettes n'ont pas produit l'effet, dont on s'est attendu.

VI. Outre

VI. Outre la confusion de la représentation, qui est inévitable dans ces sortes de verres optiques, il n'y a aucun doute que cette dispersion du foyer par un espace considérable, ne soit une des principales raisons, qu'on ne peut pas joindre à un objectif, dont la distance du foyer est assez grande, un oculaire aussi petit qu'on voudroit, pour en rendre l'augmentation de l'objet d'autant plus grande. Car si l'image que l'oculaire doit représenter, est diffusée par un espace considérable, on voit bien qu'un fort petit oculaire est tout à fait incapable d'en exciter dans l'œil une sensation perceptible, & il est bien sûr, que sans cet inconvénient, on pourroit avec bien du succès employer des oculaires beaucoup plus petits, qui grossiroient l'image considérablement davantage.

VII. Puisque la diffusion du foyer causée par la diverse réfrangibilité des rayons, dépend uniquement, comme nous venons de voir, de la distance de ce foyer; il est impossible d'y apporter aucun remède par le rapport, qu'on pourroit mettre entre les rayons f & g des deux faces du verre. Tous les verres, soit qu'ils soient convexes des deux côtés, ou menisces, seront également assujettis à cet inconvénient: & pourvu que la quantité $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$ ou $\frac{fg}{f+g}$ ait la même valeur, de laquelle dépend la distance du foyer, la diffusion sera la même. Et partant plus les lunettes seront longues, plus on s'apercevra de ce défaut: ce qui a porté feu Mr. Newton d'abandonner les verres objectifs, & d'introduire à leur place ses miroirs concaves, dont on se sert à présent avec tant d'avantage.

VIII. Mais je dois remarquer ici en passant une circonstance importante, que ma formule renferme. C'est que si $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = 0$ ou $g = -f$, la distance $BF = \frac{a}{\left(\frac{2}{\eta} - 1\right)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$ devient invariable, quelque changement que subisse la raison de la

réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$. Il est bien vrai, que dans ce cas on aura $BF = -a$

Fig. 2. & que l'image Ff tombe sur l'objet Ee , de sorte qu'un tel verre ne produiroit aucun effet, & les rayons qui passeroient par ce verre ne souffriroient aucune réfraction. Cependant puisque $g = -f$, un tel verre fera un menisque $MAMNBN$, dont la concavité NBN a le même rayon, que la convexité MAM .

IX. Quoiqu'un tel verre, puisqu'il transmet les rayons sans aucune réfraction, ne soit d'aucun usage dans la Dioptrique, il en peut apporter un assez grand dans la Catoptrique. Car couvrant la surface convexe d'un fond convenable pour en rendre un miroir concave, les rayons qui tomberont sur ce miroir selon la direction de l'axe EA , quoiqu'ils passent par le verre, n'en souffriront aucune alteration par rapport à leur diverse réfrangibilité, mais ils représenteront l'image dans le foyer F aussi distinctement, que s'ils avoient été réfléchis d'un miroir de métal. On trouve cette même remarque déjà dans les Transactions d'Angleterre de ces dernières années. Mais il semble qu'on ne se soit pas donné assez de peine pour mettre cette sorte de miroirs en usage, qui seroient sans doute fort préférables à ceux qu'on fait de métal.

X. Mr. Newton a déjà remarqué qu'il s'en faut beaucoup que les miroirs de métal réfléchissent à proportion autant de rayons, que les verres en transmettent; de sorte que de ce côté-ci les verres retiennent une aussi grande prérogative, que les miroirs l'emportent sur eux à l'égard de la diverse réfrangibilité des rayons: d'où il est aisé de prévoir, que s'il étoit possible de délivrer les verres de ce défaut, leur usage surpasseroit bien loin celui des miroirs; & on pourroit espérer de faire à leur aide des decouvertes beaucoup plus importantes. On voit bien qu'on tomberoit dans une pareille perte de rayons, si l'on vouloit employer des objectifs colorés, qui ne transmettroient d'autres rayons que ceux de leur couleur: car la perte de tous les autres rayons deviendroit trop considérable, pour qu'on pût se contenter du reste.

XI. C'est

XI. C'est donc d'une source tout à fait différente, que je tâcherai de puiser la perfection des verres objectifs. Mr. Newton a déjà soupçonné que des objectifs composés de deux verres, dont l'espace entre deux fut rempli d'eau, pourroient servir à perfectionner les lunettes par rapport à l'aberration des rayons, qu'ils souffrent à cause de la figure sphérique des verres. Mais il ne paroît pas, qu'il eût l'idée, que par ce même moyen il seroit possible de rétrécir l'espace par lequel les foyers des divers rayons se trouvent dispersés. Or il m'a d'abord paru très probable, qu'une certaine combinaison de quelques différens corps transparens pourroit être capable de remédier à cet inconvénient; & je suis persuadé, que dans nos yeux les diverses humeurs s'y trouvent arrangées en sorte qu'il n'en résulte aucune diffusion du foyer. C'est à mon avis un sujet tout nouveau d'admirer la structure de l'oeil; car s'il n'avoit été question que de représenter les images des objets, un seul corps transparent y auroit été suffisant, pourvu qu'il ait eu la figure convenable; mais pour rendre cet organe tout accompli, il y falloit employer plusieurs différens corps transparens, leur donner la juste figure & les joindre selon les règles de la plus sublime Geometrie, pour que la diverse réfrangibilité des rayons ne troublât point les représentations.

XII. Puisque donc les rayons, qui entrent dans l'oeil, y souffrent quatre réfractions, j'en conclus qu'il doit être possible d'arranger tellement quatre surfaces réfringentes, que les foyers de toutes sortes de rayons conviennent dans un seul point, à quelque distance que se trouve l'objet. Donc pour trouver cet arrangement, je m'en vais considérer en général quatre surfaces réfringentes MAM, NBN, ODO, PCP, qui soient sphériques ayant leurs centres dans la même ligne droite EI, qui tiendra lieu de l'axe. Je les supposerai d'abord toutes convexes vers l'objet E, & je nommerai les rayons de MAM $= f$, de NBN $= g$, de ODO $= b$, & de PCP $= k$. Soient outre cela leurs distances AB $= b$, B $= c$ & CD $= d$: & de plus la raison

Fig. 3.

de réfraction des rayons, qui passent par la première MAM $= \frac{\zeta}{\eta}$,
de



de ceux qui passent par la seconde $N B N = \frac{\eta}{\theta}$, par la troisieme

$O C O = \frac{\theta}{\kappa}$, par la quatrieme $P D P = \frac{\kappa}{\lambda}$.

XIII. Nous avons donc ici à considérer cinq milieux transparens $E A$, $A B$, $B C$, $C D$ & $D I$, que je suppose tellement differens entr'eux, que des rayons qui passent du premier $E A$ dans le second $A B$, le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction comme ζ à η ; le sinus d'incidence au sinus de réfraction des rayons, qui passent du second $A B$ dans le troisieme $B C$ comme η à θ : le sinus d'incidence au sinus de réfraction des rayons, qui passent du troisieme $B C$ dans le quatrieme $C D$ comme θ à κ ; & enfin le sinus d'incidence au sinus de réfraction des rayons qui passent du quatrieme $C D$ dans le cinquieme $D I$ comme κ à λ . J'ai choisi exprés ces expressions des loix de réfractions, afinqu'on en puisse d'abord tirer la raison de la réfraction, lorsque les rayons passeroient d'un de ces milieux dans un autre quelconque: ainsi si les rayons passaient immédiatement du premier milieu $E A$ dans le quatrieme $C D$, le sinus d'incidence seroit au sinus de réfraction comme ζ à κ : de sorte que ces lettres ζ , κ , θ , η , λ peuvent étre regardées, comme si elles exprimoient les pouvoirs réfractifs des milieux $E A$, $A B$, $B C$, $C D$ & $D I$.

XIV. Soit maintenant $E e$ l'objet, dont les rayons passent par ces cinq milieux differens, & soit $F f$ l'image de cet objet formée par les rayons après la premiere refraction, $G g$ l'image formée après la seconde réfraction, $H h$ celle, que forment les rayons après la troisieme réfraction, & enfin $I i$ l'image, que les rayons representent après avoir souffert toutes les quatre réfractions. Pour trouver l'endroit & la grandeur de ces images, on fait que la premiere $F f$ tient lieu de l'objet dans la formation de la seconde $G g$, & celle-ci doit étre regardée comme l'objet pour trouver la troisieme $H h$, qui tiendra encore lieu de l'objet pour la derniere $I i$. D'où l'on voit, que quoiqu'il ne s'agisse que de déterminer la derniere image $I i$, on est pourtant obligé de chercher toutes les precedentes.

Pour

XV. Pour trouver la premiere image Ff , qui est renversée dans la figure, nommant la distance de l'objet Ee à la premiere surface réfringente $MA M$ c. à d. $EA = a$, on tire des règles de la Dioptrique

$$AF = \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f} \text{ \& } Ff = \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{AF}{EA} \cdot Ee$$

Soit à present $FB = b - \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f} = v$, & v sera la distance de l'objet Ff à la seconde surface NBN , dont la raison de réfraction étant $\eta : \theta$ on aura par les memes règles

$$BG = \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} \text{ \& } Gg = \frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{BG}{FB} \cdot Ff$$

Soit $GC = c - \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} = x$ & on trouvera

$$CH = \frac{\theta x h}{(\theta - \kappa) x - \kappa h} \text{ \& } Hb = \frac{\kappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{GC} \cdot Gg$$

Enfin mettant $HD = d - \frac{\theta x h}{(\theta - \kappa) x - \kappa h} = y$, on obtiendra

$$DI = \frac{\kappa y k}{(\kappa - \lambda) y - \lambda k} \text{ \& } Ii = \frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{DI}{HD} \cdot Hb$$

Cette derniere image sera donc debout, si la valeur trouvée $\frac{\lambda}{\kappa}$.

$\frac{DI}{HD} \cdot Hb$ se trouvera positive, mais en cas qu'elle devienne negative, ce sera une marque que l'image est renversée.

XVI. On voit bien que ces dernieres expressions trouvées pour DI & Ii deviendroient extremement compliquées, si l'on vouloit remettre successivement pour y , x & v leurs valeurs. Mais puisque je borne mes recherches à trouver des corps réfringens propres à être employés dans les lunettes, l'épave AD peut être regardée si pe-

tite, qu'elle sera comme rien par rapport aux autres quantités qui entrent dans nos formules. Je supposerai donc $b = 0$, $c = 0$ & $d = 0$, & j'aurai

$$F B = v = -AF; BG = \frac{\eta g \cdot AF}{(\eta - \theta) AF + \theta g}; Gg = -\frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{BG}{AF} \cdot Ff$$

$$G C = x = -BG; CH = \frac{\theta h \cdot BG}{(\theta - \kappa) BG + \kappa h}; Hh = -\frac{\kappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{BG} \cdot Gg$$

$$HD = y = -CH; DI = \frac{\kappa k \cdot CH}{(\kappa - \lambda) CH + \lambda k}; Ii = -\frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{DI}{CH} \cdot Hh$$

D'où nous tirerons d'abord $Ii = -\frac{\lambda}{\eta} \cdot \frac{DI}{AF} \cdot Ff$, & puisque

$$Ff = \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{AF}{EA} \cdot Ee, \text{ il sera } Ii = -\frac{\lambda}{\zeta} \cdot \frac{DI}{EA} \cdot Ee.$$

Et partant l'image Ii sera renversée, pourvu qu'elle tombe derrière la dernière surface PDP.

XVII. Remettons successivement les valeurs de AF , BG &

$$CH, \text{ \& puisque } AF = \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f}, \text{ nous aurons}$$

$$BG = \frac{\zeta \eta a f g}{\zeta (\eta - \theta) a f + \theta (\zeta - \eta) a g - \eta \theta f g}$$

$$CH = \frac{\zeta \eta \theta a f g b}{\zeta \eta (\theta - \kappa) a f g + \zeta \kappa (\eta - \theta) a f h + \theta \kappa (\zeta - \eta) a g h - \eta \theta \kappa f g h}$$

$$DI = \frac{\zeta \eta \theta \kappa a f g h k}{\zeta \eta \theta (\kappa - \lambda) a f g h + \zeta \eta \lambda (\theta - \kappa) a f g k + \zeta \kappa \lambda (\eta - \theta) a f h k + \theta \kappa \lambda (\zeta - \eta) a g h k - \eta \theta \kappa \lambda f g h k}$$

ou bien

$$DI = \frac{\zeta \eta \theta \kappa a f g h k}{\zeta \eta \theta \kappa a f g h + \zeta \eta \lambda \kappa a f g (k - h) + \zeta \eta \kappa \lambda a f k (h - g) + \zeta \theta \kappa \lambda a h k (g - f) - \eta \theta \kappa \lambda g h k (a + f)}$$

Fig. 4.

XVIII. Pour approcher davantage de mon dessein :

Soit MPPM notre objectif composé de deux verres MM NN & OO PP, entre lesquels l'espace NN OO soit rempli d'eau. L'objet Ee se trouve



se trouve dans l'air, de meme que l'image Ii , que je represente à l'envers. Donc puisque le premier milieu EA & le dernier DI sont de meme nature, il y aura $\lambda = \zeta$, & puisque le second AB & le quatrieme CD sont de verre, il y aura $\kappa = \gamma$. D'où notre formule trouvée se changera en celle-cy :

$$DI = \frac{\gamma \theta a f g h k}{\zeta \eta f k (h-g) + \zeta^2 a (f g k - f g h + g h k - f h k) + \gamma^2 g h (a f - a k - f k)}$$

Divisons le numerateur & le dénominateur par $\gamma^2 f g b k$ pour obtenir

$$DI = \frac{a}{\frac{\zeta}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + \frac{\zeta}{\eta} a \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{k} + \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1 \right)}$$

& puisque $Ii = \frac{DI}{a}$. Ee , nous aurons

$$Ii = \frac{Ee}{\frac{\zeta}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + \frac{\zeta}{\eta} a \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1 \right)}$$

XIX. Dans ces formules. il n'y a que les deux fractions $\frac{\zeta}{\eta}$ & $\frac{\zeta}{\theta}$, qui dependent de la loi de réfraction ; la premiere

$\frac{\zeta}{\eta}$ exprimant la raison de réfraction de l'air dans le verre, &

l'autre $\frac{\zeta}{\theta}$ celle de l'air dans l'eau : Donc si les réfractions sont variables, il n'y aura que ces deux fractions qui en subissent quelque changement. Supposons la raison de réfraction de l'air dans le verre $\frac{\zeta}{\eta} = m$ & celle de l'air dans l'eau $\frac{\zeta}{\theta} = n$, pour avoir

$$DI = \frac{a}{na(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + ma(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - a(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k})}$$

$$\& Ii = \frac{Ee}{na(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + ma(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - a(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k})}$$

ou bien en divisant par a en haut & en bas.

$$DI = \frac{1}{n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

$$Ii = \frac{Ee : a}{n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

XX. Que m soit ici la raison de réfraction de l'air dans le verre des rayons moyens, & n celle de l'air dans l'eau aussi des rayons moyens, de sorte que $m = \frac{3}{2}$ & $n = \frac{4}{3}$. Mais pour les rayons rouges soit la raison de réfraction de l'air dans le verre $= M$, & de l'air dans l'eau $= N$; or pour les rayons violets soient ces raisons μ & ν . Et il est clair que la diverse réfrangibilité des rayons ne changera rien, ni dans le lieu de l'image, ni dans sa grandeur, s'il étoit possible de déterminer les rayons des quatres surfaces sphériques f, g, b, k en sorte qu'il y eut :

$$n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) = N(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + M(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k})$$

$$= \nu(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + \mu(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k})$$

ou bien :

$$(n-N)(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + (m-M)(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) = 0$$

& $(\nu-n)$

$$\& (v-n) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + (\mu-m) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$$

XX. Mais puisque nous supposons que les rayons, pour lesquels nous avons posé les raisons de réfraction m & n sont d'une nature précisément moyenne entre les rouges & les violets, il y aura $n - N = v - n$ & $m - M = \mu - m$; & partant il suffira pour mon dessein de satisfaire à cette seule équation :

$$(n-N) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + (m-M) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$$

Il ne reste donc plus pour parvenir à mon but, que de déterminer généralement la raison de réfraction des rayons rouges, en sachant celle des rayons moyens, ou bien de trouver, quelles fonctions seront les quantités M & N de celles-cy m & n , que je suppose données.

XXII. Il y a plusieurs circonstances, qui déterminent le rapport entre les quantités m & M , de même qu'entre n & N . Or d'abord il est évident que N doit être une fonction toute semblable de n , que M est de m . En second lieu, il est clair que si $m = 1$, il faut qu'il soit également $M = 1$, puisque dans ce cas les deux milieux deviennent égaux, de sorte qu'il n'y aura point de réfraction. Troisièmement, il faut remarquer, que si au lieu de m on met $\frac{1}{m}$,

la fonction M doit se changer en $\frac{1}{M}$; car ce cas est pour le retour des rayons du second milieu dans le premier, qui se fait dans le même chemin, que le passage du premier dans le second. Et enfin si pour m on mettoit mn , la valeur de M doit devenir $= MN$: d'où il s'ensuit en général que si l'on pose $n = m^\alpha$, il sera $N = M^\alpha$. Donc connoissant m , M & n , on trouvera $\alpha = \frac{\log n}{\log m}$ & de là $N = M^\alpha$.

XXIII. Puisque donc dans notre cas nous avons $m = \frac{31}{20}$,
 $n = \frac{4}{3}$ & $M = \frac{77}{50}$, nous trouverons $\alpha = \frac{1}{m} = \frac{1249387}{1903317}$
 $= 0,656426$, & enfin $N = M^\alpha = 1,32768$. De là il fera $m - M$
 $= 0,01000$, & $n - N = 0,00565$, d'où nous obtiendrons cette
 équation $566 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + 1000 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$,
 qui se réduit à celle-ci

$$1000 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = 435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

Donc notre dénominateur commun de DI & Ii étant

$$n \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + m \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \text{ ou}$$

$$(m-1) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}, \text{ il se changera en}$$

$$0,5500 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) - 0,2167 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a} \text{ \& à cause de}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

$$\text{il deviendra } = 0,02258 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}$$

XXIV. Voici donc un objectif M P P M composé de deux
 menisques de verre M N N M & O P P O, entre lesquelles l'espace
 N O O N est rempli d'eau, qui rassemblera tous les rayons, de quel-
 que degré de réfrangibilité qu'ils soient, qui viennent de l'objet E, &
 dans la même image Ii. Pour construire cet objectif, en posant les
 rayons des quatre surfaces sphériques M A M, N B N, O C O,
 P D P = f, g, h , & k , on n'aura qu'à les prendre en sorte, qu'il soit:

$$\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

& alors nommant la distance de l'objet E e à cet objectif, E A = a ,
la distance de l'image renversée formée après l'objectif sera

$$D I = \frac{a}{0,02258 a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - 1}$$

& la quantité de cette image sera

$$I i = \frac{E e}{0,02258 a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - 1}$$

XXV. Pour rendre la détermination des rayons des quatre sphéricités plus aisée, supposons

$$0,02258 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) = a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) = \frac{1}{r}$$

& on aura:

$$\frac{0,02258}{0,435} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = e \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{r}$$

Qu'on prenne $\frac{1}{g} = \frac{n+1:2\alpha}{r}$, $\frac{1}{h} = \frac{n-1:2\alpha}{r}$

& $\frac{1}{f} = \frac{m+1:2\beta}{r}$, $\frac{1}{k} = \frac{m-1:2\beta}{r}$

Or ayant $\frac{1}{2\alpha} = 22,1435$ & $\frac{1}{2\beta} = 9,6324$

en prenant pour m & n à volonté des nombres quelconques, on fera

$$f = \frac{r}{m + 9,6324}$$

$$g = \frac{r}{n + 22,1435}$$

$h =$

$$h = \frac{r}{n - 22, 1435}$$

$$k = \frac{r}{m - 9, 6324}$$

& on aura:

$$D I = \frac{a r}{a - r} \text{ \& } I i = \frac{r \cdot E e}{a - r}$$

Donc si l'objet est supposé être éloigné à l'infini, la distance D I deviendra = r , de sorte que r exprime la distance du foyer de notre objectif.

XXVI. Puisqu'on peut prendre pour m & n des nombres à volonté, les formules trouvées nous fourniront une infinité d'objectifs, qui auront la même distance de foyer r , & qui seront délivrés tous de la diffusion du foyer, à laquelle les objectifs ordinaires sont assujettis. Le cas le plus simple paroît résulter, si l'on met $m = 9, 6324$ & $n = 22, 1435$. Car alors les deux dernières faces O O & P P deviendront planes, ou le verre O P P O fera plan de ses deux cotés. Mais l'autre verre M N N M restera un menisque, dont le rayon de la convexité M A M doit être

$$f = \frac{r}{19, 2648} = \frac{15}{289} r$$

& celui de la concavité N B N

$$g = \frac{r}{44, 2870} = \frac{7}{310} r$$

Ou si l'on met la distance du foyer $r = 10000$, il y aura $f = 519, 08$ & $g = 225, 80$. La forme de cet objectif est représentée dans la figure 5.

Fig. 5.

XXVII. Supposons $m = 0$ & $n = 0$, & que la distance du foyer demeure $r = 10000$, & il sera
 $f = 1038, 16$; $g = 451, 60$; $h = -451, 60$; $k = -1038, 16$
 où les deux dernières faces deviendront concaves vers l'objet, & l'objectif sera composé de deux menisques égaux, & semblables à celui

celui qui a été trouvé dans le §. précédent. La fig. 6 représente la forme cet objectif. Ici il est très remarquable, que quoiqu'on demande un objectif, dont la distance du foyer soit fort grande, les rayons des sphéricités deviennent très mediocres; comme si dans ce dernier cas on vouloit que la distance du foyer fût de 100 pieds, les rayons des sphéricités ne seront que de $10\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ pîeds, par où il semble que l'exccution de ces objectifs doit être beaucoup plus aisée que des ordinaires.

Fig. 6.

XXVIII. On voit que dans ce dernier cas, si l'on met au lieu du menisque O P P O un verre plat de deux cotés, on obtiendra un objectif, dont la distance du foyer sera = 20000, ou double de la première. Tout revient donc dans ces deux cas à la proportion entre les rayons f & g , qui doit être comme 1038, 16 à 451, 60: de

forte que $f = \frac{103816}{45160} g$, & alors la distance du foyer sera =

$\frac{100000}{4516} g$. Comme pour les Ouvriers il sera souvent à propos de

donner la raison entre f & g dans les plus petits nombres entiers, qui approchent autant qu'il est possible de la véritable raison, je joindrai ici les valeurs de f & g exprimées dans les plus petits nombres entiers.

k ou $f = 5, 7, 9, 16, 23, 39, 62, 85, 108, 131, 154, 177, 200$

h ou $g = 2, 3, 4, 7, 10, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87$

Dist. du foyer = 44, 66, 89, 155, 221, 376, 598, 819, 1041, 1262, 1485, 1705, 1926

Si ces nombres sont pris pour marquer des pouces, les derniers donneront un objectif de 1926 pouces l'de foyer, s'il est convexe de deux cotés; mais si on le fait plan d'un coté, la distance du foyer deviendra double = 3853 ou de 321 pîeds.

XXIX. Je dois encore remarquer, qu'il n'est pas absolument nécessaire de se tenir trop soigneusement à la proportion qui a été trouvée, & qu'on s'en peut écarter un peu, sans que la diffusion devienne considérable. On s'en assure aisément par le calcul d'un exemple: car soit $f = 9$, $g = 4$, $b = \infty$ & $k = \infty$, qui

sont des valeurs, qui different encore notablement des vraies; & si la distance de l'objet a est infinie, on trouvera la distance du foyer des rayons moyens

$$D I = \frac{36}{9 n - 5 m - 4} = 144$$

& la distance du foyer des rayons rouges

$$D I = \frac{36}{9 N - 5 M - 4} = 144, 578$$

Donc si ces nombres marquent des pouces, la distance entre les foyers rouges & violets sera $= 1, 156$ pouces, pendant que dans un objectif ordinaire de 144 pouces de foyer cette distance seroit $= 5, 23$, ou presque cinq fois plus grande. Or en general si $b = \infty$, &

$$k = \infty \text{ \& qu'on mette la distance du foyer } r = \frac{f g}{n f - m (f - g) - g}$$

$$= \frac{f g}{0, 5500 g - 0, 2144 f} \text{ la distance entre les foyers rouges \&}$$

$$\text{violets se trouvera } = \frac{2 r r}{f g} (0, 00565 f - 0, 01000 (f - g))$$

$$= \frac{2 r r}{f g} (0, 01000 g - 0, 00435 f) .$$

XXX. La proportion que je viens de trouver entre les rayons f & g , dépend des loix de réfraction de l'air dans le verre, & de l'air dans l'eau, dont j'ai supposé celle-là $m = \frac{3}{5}$, & celle-ci $n = \frac{4}{3}$, pour les rayons moyens. Donc s'il arrivoit, que ces valeurs ne fussent pas trop justes, la proportion trouvée entre f & g demanderoit quelque changement. C'est pourquoi, afin que mes determinations ne soient pas attachées à ces hypotheses de m & de n , je m'en vais rendre la solution plus générale. Or pour faciliter le calcul, je supposerai d'abord $b = \infty$ & $k = \infty$, puisque de ce cas on tire aisément celui où $b = -g$ & $k = -f$, & la distance du foyer devient la moitié de la precedente. Donc si l'on met aussi la

distance



distance de l'objet $a = \infty$, nous aurons la distance du foyer des rayons moyens

$$DI = \frac{1}{\frac{n}{g} + \frac{m}{f} - \frac{m}{g} - \frac{1}{f}} = \frac{fg}{(m-1)g - (m-n)f}$$

& cette distance se reduira à la moitié, si au lieu de $b = \infty$ & $k = \infty$ on met $b = -g$ & $k = -f$.

XXXI. Soit maintenant M la raison de réfraction de l'air dans le verre pour les rayons d'une autre nature quelconque, & N la raison de réfraction de l'air dans l'eau pour les mêmes rayons: & la

distance du foyer de ces rayons sera $DI = \frac{fg}{(M-1)g - (M-N)f}$.

Donc pour que ce foyer tombe dans le precedent, il faut qu'il soit $(M-1)g - (M-N)f = (m-1)g - (m-n)f$, ou bien $(N-n)f = (M-m)(f-g)$.

Or nous avons vu, que si $n = m^{\alpha}$, il doit y avoir $N = M^{\alpha}$, ou puisque $\alpha = \frac{ln}{lm}$ on aura $N = M^{\frac{ln}{lm}}$ ou $lN = \frac{ln}{lm} lM$:

c. à. d. $lm : ln = lM : lN$.

XXXII. Puisque nous savons que les differences entre M & m de même qu'entre N & n sont très petites, il sera permis de mettre $M = m + dm$ & $N = n + dn$ & cette supposition donnera $lm : ln = l(m + dm) : l(n + dn)$. Or il y a $l(m + dm) = lm + \frac{dm}{m}$ & $l(n + dn) = ln + \frac{dn}{n}$, de sorte que $\frac{dm}{m} ln =$

$\frac{dn}{n} lm$ ou $dn = \frac{n}{m} \frac{ln}{lm} dm$. Donc puisqu'il doit etre $f dn =$

$(f-g) dm$, on aura

$$f : f - g = m lm : n ln.$$

$$\& f : g = m lm : m lm - n ln.$$

Et mettant cette proportion entre f & g , la distance du foyer de

tous les rayons sera pour les objectifs plano-convexes $D I =$

$$\frac{f g}{(m-1)g - (m-n)f}$$

XXXII. Tout revient donc à l'invention des valeurs m / m & n / n , en donnant aux lettres m & n des valeurs convenables, desorte que si l'on met $m = \frac{3}{2} = 1,5$ & $n = 1,3333$ on trouvera les solutions précédentes. Or puisque ces valeurs ne sont pas peut-être justes à la dernière rigueur, & afin qu'on puisse mieux faire l'application de ces formules, aussi en cas qu'on voulut employer d'autres matieres transparentes, qui ont d'autres loix de réfraction; je joindrai ici une table qui exprime les valeurs de la formule x / x , en donnant à x toutes les valeurs intermediaires entre 2, 00 & 1, 00: de laquelle il sera aisé de trouver les valeurs de m / m & n / n , en donnant à m & n des valeurs quelconques comprises entre 1 & 2.

x	x/x	x	x/x	x	x/x	x	x/x
1, 00	0,000000	1, 25	0,121138	1, 50	0,264137	1, 75	0,425316
	4365		5330		6119		6748
1, 01	0,004365	1, 26	0,126468	1, 51	0,270256	1, 76	0,432100
	4407		5364		6148		6810
1, 02	0,008772	1, 27	0,131832	1, 52	0,276404	1, 77	0,438910
	4450		5398		6175		6835
1, 03	0,013222	1, 28	0,137230	1, 53	0,282579	1, 78	0,445745
	4493		5432		6204		6860
1, 04	0,017715	1, 29	0,142662	1, 54	0,288783	1, 79	0,452605
	4534		5464		6231		6885
1, 05	0,022249	1, 30	0,148126	1, 55	0,295014	1, 80	0,459490
	4575		5497		6259		6909
1, 06	0,026824	1, 31	0,153623	1, 56	0,301273	1, 81	0,466399
	4617		5531		6288		6932
1, 07	0,031441	1, 32	0,159154	1, 57	0,307561	1, 82	0,473331
	4657		5565		6316		6956
1, 08	0,036098	1, 33	0,164719	1, 58	0,313877	1, 83	0,480287
	4697		5599		6344		6979
1, 09	0,040795	1, 34	0,170318	1, 59	0,320221	1, 84	0,487266
	4737		5632		6373		7002
1, 10	0,045532	1, 35	0,175950	1, 60	0,326592	1, 85	0,494268
	4777		5663		6398		7026
1, 11	0,050309	1, 36	0,181613	1, 61	0,332990	1, 86	0,501294
	4815		5695		6423		7049
1, 12	0,055124	1, 37	0,187308	1, 62	0,339415	1, 87	0,508343
	4854		5726		6451		7073
1, 13	0,059978	1, 38	0,193034	1, 63	0,345866	1, 88	0,515416
	4893		5757		6478		7096
1, 14	0,064871	1, 39	0,198791	1, 64	0,352344	1, 89	0,522512
	4931		5788		6504		7120
1, 15	0,069802	1, 40	0,204579	1, 65	0,358848	1, 90	0,529632
	4969		5820		6530		7143
1, 16	0,074771	1, 41	0,210399	1, 66	0,365378	1, 91	0,536775
	5006		5850		6557		7165
1, 17	0,079777	1, 42	0,216249	1, 67	0,371935	1, 92	0,543940
	5044		5881		6583		7187
1, 18	0,084821	1, 43	0,222130	1, 68	0,378518	1, 93	0,551127
	5080		5912		6610		7209
1, 19	0,089901	1, 44	0,228042	1, 69	0,385128	1, 94	0,558336
	5116		5942		6637		7231
1, 20	0,095017	1, 45	0,233984	1, 70	0,391765	1, 95	0,565567
	5153		5971		6662		7254
1, 21	0,100170	1, 46	0,239955	1, 71	0,398427	1, 96	0,572821
	5189		6001		6686		7277
1, 22	0,105359	1, 47	0,245956	1, 72	0,405113	1, 97	0,580098
	5224		6031		6710		7299
1, 23	0,110583	1, 48	0,251987	1, 73	0,411823	1, 98	0,587397
	5260		6060		6734		7321
1, 24	0,115843	1, 49	0,258047	1, 74	0,418557	1, 99	0,594718
	5295		6090		6759		7342
1, 25	0,121138	1, 50	0,264137	1, 75	0,425316	2, 00	0,602060

XXXIII. Cette Table servira donc à trouver d'abord le rapport entre les rayons des courbures f & g , quelle que soit la loi de réfraction de l'air dans les deux milieux, dont on veut composer l'objectif: & cette proportion entre f & g fera propre, tant pour les objectifs plans d'un côté, que pour ceux qui sont composés de deux pièces semblables. La raison moyenne de réfraction de l'air dans le verre semble assez exactement établie comme 31 à 20, de sorte que $m = 1,55$ & $m \text{ l } m = 0,295014$. Pour la réfraction de l'air dans l'eau, Mr.

Newton a aussi trouvé cette valeur $n = \frac{529}{396} = 1,3358$, d'où l'on

tire par interpolation $n \text{ l } n = 0,167955$, & partant on aura $f : g = 295014 : 127059$, dont les raisons les plus approchantes sont en moindres nombres

$$\frac{f}{g} = \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{17}{10}, \frac{21}{13}, \frac{23}{13}, \frac{27}{16}, \frac{44}{25}, \frac{52}{27}, \frac{58}{31}, \frac{65}{34}, \frac{72}{41}, \frac{137}{89}$$

d'où l'on voit que la raison 10 : 23 pourra être employée aussi bien dans cette hypothèse que dans la précédente. Donc si $f = \frac{23}{10} g$, nous aurons pour les objectifs plano-convexes la distance du foyer =

$$\frac{23}{0,5734} g = 40 \frac{1}{5} g \text{ \& pour les convexes elle sera } = 20 \frac{1}{8} g.$$

XXXIV. On pourra bien négliger cette petite fraction $\frac{1}{8}$, de sorte que la distance du foyer devienne = $20 g$ pour les objectifs convexo-convexes; & réciproquement la distance du foyer étant donnée = c , on en trouvera aisément le rayon des deux convexités

$$f, \text{ \& le rayon des deux concavités } g; \text{ car il y aura } g = \frac{c}{20} \text{ \& } f =$$

$\frac{23}{10} c$, d'où j'ai formé la Table suivante, qui exprime ces rayons f & g pour chaque distance de foyer donnée en pouces, où je suppose le pouce divisé en 100 parties égales.

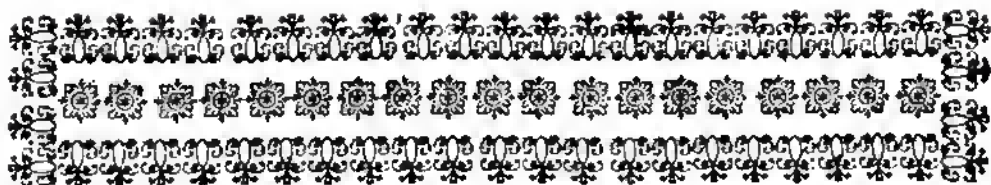
Table des Objectifs convexo-convexes Fig 6. la distance du
foyer étant donnée.

Distance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexités MAM, PDP	Rayon des Concavités NBN, NCN	Distance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexités MAM, PDP	Rayon des Concavités NBN, NCN
1	0, 11½	0, 05	50	5, 75	2, 50
2	0, 23	0, 10	55	6, 31½	2, 75
3	0, 34½	0, 15	60	6, 90	3, 00
4	0, 46	0, 20	65	7, 47½	3, 25
5	0, 57½	0, 25	70	8, 05	3, 50
6	0, 69	0, 30	75	8, 62½	3, 75
7	0, 80½	0, 35	80	9, 20	4, 00
8	0, 92	0, 40	85	9, 77½	4, 25
9	1, 03½	0, 45	90	10, 35	4, 50
10	1, 15	0, 50	95	10, 92½	4, 75
11	1, 26½	0, 55	100	11, 50	5, 00
12	1, 38	0, 60	110	12, 65	5, 50
13	1, 49½	0, 65	120	13, 80	6, 00
14	1, 61	0, 70	130	14, 95	6, 50
15	1, 72½	0, 75	140	16, 10	7, 00
16	1, 84	0, 80	150	17, 25	7, 50
17	1, 95½	0, 85	160	18, 40	8, 00
18	2, 07	0, 90	170	19, 55	8, 50
19	2, 18½	0, 95	180	20, 70	9, 00
20	2, 30	1, 00	190	21, 85	9, 50
22	2, 53	1, 10	200	23, 00	10, 00
24	2, 76	1, 20	220	25, 30	11, 00
26	2, 99	1, 30	240	27, 60	12, 00
28	3, 22	1, 40	260	29, 90	13, 00
30	3, 45	1, 50	280	32, 20	14, 00
35	4, 02½	1, 75	300	34, 50	15, 00
40	4, 60	2, 00	350	46, 00	17, 50
45	5, 17½	2, 25	400	51, 75	20, 00

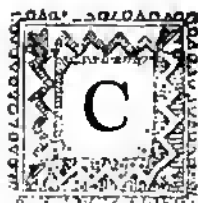
XXXV. En employant ces objectifs au lieu des ordinaires, le premier & le principal avantage qu'on en tirera, fera, que tous les objets en seront représentés beaucoup plus distinctement ; puisque toutes les images formées par les rayons de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soient, se réunissent dans une seule, de sorte que toute la confusion, à laquelle les lunettes ordinaires sont assujetties, doit évanouir tout à fait. En second lieu, ces objectifs pourront être travaillés avec moins de peine que les ordinaires, puisque les rayons des courbures sont beaucoup plus petits. Car pour former un objectif ordinaire de 400 pouces de foyer, il faut que le rayon de ses deux convexités soit à peu près de 400 pouces ; au lieu que pour un objectif de notre façon de la même distance de foyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons sont de $51\frac{1}{2}$ & de 20 pouces. Outre cela, quand on joint un tel menisque avec un verre plan des deux côtés on aura un objectif, dont la distance du foyer fera de 800 pouces.

XXXVI. Mais le plus grand avantage de ces nouveaux objectifs consistera en ce qu'on les pourra combiner avec de beaucoup plus petits oculaires, & par ce moyen on obtiendra une multiplication si grande qui surpasse bien loin celle dont les plus grandes lunettes ordinaires sont capables. C'est de ce point que dépend le principal avantage des tubes Newtoniens & Gregoriens, dans lesquels on est en état de combiner avec un miroir de plusieurs pieds un oculaire d'une ou de deux lignes. De là je conclus, que si un objectif, dont je viens de donner la description, sera bien exécuté, on y pourra joindre des aussi petits oculaires, qui seront capables de produire une augmentation de la grandeur apparente de l'objet, plus de mille fois plus grande ; car notre objectif de 200 pouces, étant joint à un oculaire d' $\frac{1}{10}$ pouce augmentera les objets deux mille fois. Ici je suppose, qu'il n'y ait la moindre diffusion dans le foyer de l'objectif, & que l'image y soit si nette que celle d'un miroir de métal ; mais quand même la figure des verres ne seroit pas exécutée à la dernière rigueur, & que même tous les foyers des différens rayons ne tomberoient pas dans un seul point, la diffusion fera pourtant toujours beaucoup plus petite qu'à l'ordinaire, & par conséquent on y pourra employer des oculaires assez petits, pour produire une augmentation considérablement plus grande.

OBSER-



OBSERVATION
D'UNE ECLIPSE PARTIALE DE LUNE, FAITE
À BERLIN AU MOIS D'AOUT, 1746.
PAR MR. KIES.



omme il n'y a rien qui merite plus d'attention dans les Eclipses, que le tems où l'ombre arrive aux parties du corps qui est obscurci; parcequ'en le comparant avec les Tables Astronomiques, on peut corriger par ce moyen les defauts qui y restent: ou bien qu'en comparant deux Observations de la même Eclipsé faites en des lieux differens on en déduit la longitude de l'Observatoire; mon premier soin a été de corriger ma Pendule avec toute l'exacritude possible, & cette correction m'a été fournie par les hauteurs correspondantes du Soleil prises avant & après midi. J'ai mesuré ces hauteurs du Soleil avec un quart de cercle d'environ deux pieds, dont les divisions marquent toutes les minutes suivant la methode de Nonnius. Mais comme en d'autres tems j'avois souvent remarqué des erreurs de ce quart de cercle, je me suis servi pour diriger ce quart de cercle, du secours de deux Observateurs, dont l'un tenoit continuellement le bord supérieur du Soleil arrêté dans l'intersection des fils du tube, & l'autre regardoit les divisions du quart de cercle, attendant jusqu'à ce que la même hauteur précise du Soleil, qui avoit été observée avant midi, revint l'après-midi. Par ce moyen

nous évitons les erreurs même de la division, qui naissent du frottement de la règle de leton, qui montre les divisions sur le bord du quart de cercle; ces erreurs devenant imperceptibles, parce que le frottement de la règle appliquée aux mêmes endroits du bord, peut être supposé le même

Hauteurs du Soleil.

Temps marqué par l'horloge.

Aout 29. Haut. ☉	39°, 17', 40"	21 ^h , 46', 16"
	41. 44. 40.	22 13 59
	42. 31. 30.	22 24 41
	42. 31. 30.	1 22 1
30.	41. 44. 40.	1 33 45
	39. 17. 40.	1 59 19

J'ai conclu de ces Observations que ma Pendule différoit du temps apparent de 7' 10".

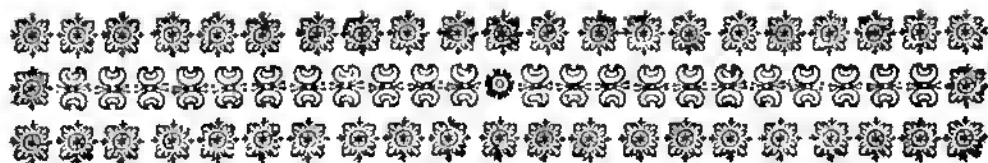
Voici les Observations de l'Eclipse, dans lesquelles j'ai mis le temps corrigé par les hauteurs du Soleil.

Aout. temps appar.

l'ombre est arrivée

30. 12 ^h , 34' 36"	à Junélinus
55. 4.	— Ptolémée
55. 28.	— Hipparque
57. 26.	— Landsberg
13. 8. 33.	— Tarunt
21. 29.	— Pitheas
24. 0.	entre Pitheas & Thimocharis
25. 33.	au dessous de Cephante
28. 5.	à Archimede
30. 28.	— Aristille
37. 13.	— Mer d'Imbrium
39. 40.	— Aristote
45. 49.	au dessous d'Endymion.

La Lune ayant été couverte de petits nuages pendant tout le temps de cette Observation, on n'a jamais pu voir l'ombre terminée avec la dernière exactitude; & des nuages plus épais ont rendu le commencement & la fin entièrement invisible.



OBSERVATION

D'UNE ECLIPSE HORIZONTALE DE SOLEIL,

AU 10 JOUR DU MOIS DE MARS 1747.

PAR MR. KIES.



Le Ciel ayant presque toujours été couvert de nuages la veille de l'Eclipse, j'ai corrigé ma Pendule la nuit précédente, qui fût assez claire, par les hauteurs d'une Etoile fixe.

Haut. de Regulus.

50° 16'
47 49 40"
50 16
47 49 40

Temps de la Pend.

9^h 52' 0"
9 4 24
10 49 20
11 36 56

D'où il paroît que l'erreur de ma Pendule étoit de 2' 2".

Le Soleil ayant commencé à se lever à 18^h, 20', 2", suivant le tems corrigé par ces Observations, j'ai trouvé le demi-diamètre du Soleil encore obscurci d'un demi-doigt, & la fin de l'Eclipse est arrivée le 10 Mars, à 18^h 25' 36" tems appar.

J'ai comparé ensuite cette Observation avec les Tables Astronomiques de Mrs. Euler, Casini & Flamsteed; les elemens du calcul étant pris des Tables de Casini.

Le 10 Mars à 17^h, 54' 22", tems moyen de Berlin, la longitude vraie de la Lune étoit 11°, 19° 58' 52", & sa latitude Septentrionale



$1^{\circ} 20' 33''$, son demi-diamètre horizontal $15' 21''$, sa parallaxe horizontale $56' 42''$, & l'ascension droite du Soleil à midi $350^{\circ} 23' 20''$. Afin de découvrir la parallaxe de longitude & de latitude de la Lune pour ce tems, j'ai calculé le nonagesime de l'Ecliptique $\mp 4^{\circ} 53' 57''$. sa hauteur $14^{\circ} 54' 45''$, la distance de la Lune du $90 = 105^{\circ} 5'$; d'où se déduit la parallaxe de longitude $= 14' 6''$ & celle de latitude $= 54' 52''$, & par conséquent la longitude apparente de la Lune étoit $11^{\circ} 20^{\circ} 12' 58''$ & la latitude vuë $= 0^{\circ} 25' 41''$.

Le 10 Mars à $18^h 34' 22''$ tems moyen de Berlin, on trouve par les mêmes Tables la longitude de la Lune corrigée $11^{\circ} 20^{\circ} 20' 4''$ & la latitude $1^{\circ} 22' 22''$, la parallaxe & le demi-diamètre horizontal de la Lune demeurant les mêmes que dans le tems précédent. Le nonagesime de l'Ecliptique étoit $\mp 29^{\circ} 14'$ sa hauteur $14^{\circ} 0' 40''$ & la distance de la Lune du nonagesime $81^{\circ} 6'$; d'où résulte la parallaxe de longitude $13' 34''$ & de latitude $54' 57''$. Par conséquent la longitude apparente de la Lune dans ce tems étoit $11^{\circ} 20^{\circ} 33' 38''$, & la latitude vuë $= 0^{\circ} 27' 25''$. Dans quarante minutes donc le mouvement de la Lune à l'égard du Soleil étoit $19' 1''$ & le mouvement de latitude $1' 44''$. C'est pourquoi le tems de la conjonction des deux Luminaires dans l'Ecliptique arriva à $18^h 2' 45''$ tems moyen, & la latitude de la Lune étoit dans ce tems $= 0^{\circ} 26' 2''$. Donc la vraie conjonction se fit à $18^h 2' 13''$, & la fin de l'Eclipse arriva à $18^h 29' 9''$.

En repetant les mêmes calculs d'après les Tables Lunaires que Mr. Euler a publiées l'année passée, & qui sont inserées dans ses Opuscules, la fin de l'Eclipse se trouve à $18^h 23' 44''$ tems appar.

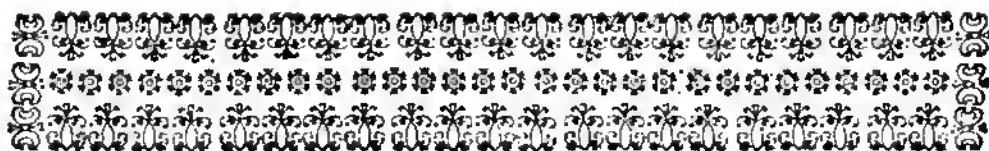
Les Tables Anglicanes qui se trouvent dans le Livre François intitulé, *Institutions d'Astronomie*, donnent la fin de l'Eclipse à $18^h 25' 7''$.



MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
SPECULATIVE.*

* *
*



DISSERTATION
SUR PHERECYDE PHILOSOPHE DE
SYRE,
PAR MR. HEINIUS.

Traduit du Latin.



I.

La dernière fois, que j'eus l'honneur d'entretenir l'Académie, je tirai de l'obscurité le Philosophe OENOPIDAS. Aujourd'hui j'en ferai paroître sur la Scène un beaucoup plus célèbre, c'est PHERECYDE; & je ferai tous mes efforts pour dissiper les ténèbres qui enveloppent diverses circonstances de sa Vie & de ses Ecrits. Nous n'avons en vuë que *Pherecyde* le Philosophe de Syre; car pour les autres Savans de l'Antiquité, qui ont porté ce nom, nous nous contenterons d'en dire deux mots en finissant.

II. Pherecyde de Syre commença à fleurir, dans ces tems, où la Philosophie étoit encore au berceau. Car les Annales portent, que ce fut la réputation de *Thales* de Milet, fondateur de la Secte Ionique, qui excita Pherecyde, à se distinguer dans la même carrière. *Thales* avoit prédit une Eclipse de Soleil, qui arriva dans le tems qu'*Astyage* Roi des Medes, & *Alyatte* Roi de Lybie étoient sur le point de se livrer bataille. Cela arriva dans la XLIX. Olympiade, environ l'an 580. avant N. S. Or l'Auteur de la *Description des Olym-*
piad:

piades remarque, „que *Pherecyde* naquit dans la XLV. Olympiade, „dont la première année répond à l'an 598 avant N. S. & 154 de la „fondation de Rome, où regnoit alors *Tarquin l'Ancien*.“ *Cicéron* dit de *Pherecyde*: *Il vivoit sous celui de nos Rois qui portoit même nom que moi.* (*) On reconnoit à cet indice *Servius Tullius*, sixième Roi des Romains, qui avoit succédé à *Tarquin*, l'an de Rome 176. *Diogene Laërce* ne s'éloigne pas de ce calcul, quand il avance dans la vie de *Pherecyde*, qu'il vivoit environ la LIX. Olympiade, qui répond à l'an 210 de Rome, auquel *Servius Tullius* vivoit encore. La *Chronique d'Eusebe* rapporte à la LX. Olympiade la célébrité de *Pherecyde l'Historien, Maître de Pythagore*. *Vossius*, après plusieurs autres, a remarqué l'erreur d'*Eusebe*, qui attribué à *Pherecyde l'Historien*, ce qui ne convient qu'au *Philosophe*, d'avoir enseigné *Pythagore*. Ajoutons enfin le témoignage de *Suidas*, à l'Article *Pherecyde*. „Il „vêcut, dit-il, du tems d'Halyatte Roi de Lydie, & fut contem- „porain des sept Sages, étant né vers la XLV. Olympiade.“ Nous pouvons donc placer sans aucune contestation l'âge de notre *Philosophe* dans le VI. Siècle avant J. C. Et *Plin* aura eu raison de dire, „que *Pherecyde* de Syre fleurissoit du tems de *Cyrus*.“ †

† *Hist. Nat.*
VII. 56.

III. *Pherecyde* tira de sa Patrie le surnom de *Syrien*. *Grotius* le fait venir de Syrie, sans en alleguer aucune preuve. (**) Cependant il y a beaucoup plus de raison de donner avec la plupart des Anciens pour Patrie à notre *Philosophe* l'île de *Syros*, une des Cyclades. C'est ce que dit expressement *Strabon*. „*Syros* (l'île) a la première „syllabe longue; c'est de là qu'étoit *Pherecyde* fils de *Babis*, qui „est plus ancien que (*Pherecyde*) l'*Athenien*.“ (***) Joignons-y ces paroles de *Suidas*: „*Pherecyde*, fils de *Babys Syrien*. Or *Sy-*
ros

(*) *Fuit enim meo regnante gentili.* Tusc. lib. 16. J'ai suivi la version de Mr. l'Abbé d'Olivet.

(**) *Magister Pythagoræ Pherecydes fuit ex Syria.* Comment. ad Matth. VII. 6.

(***) Συρός δὲ ἐστὶ μακρόνρουσα τὴν πρώτην συλλαβὴν, ἐξ ἧς Φερεκύδης ὁ Βάβιος ἦν, νεώτερος ὅ ἐστι ὁ Ἀθηναῖος ἐκεῖ. Geogr. L. X. Le Traducteur Latin a fort mal rendu ces paroles: Sequitur Syrus, priore Syllaba producta, patria Pherecydis Atheniensis.



ros est une des Iles Cyclades, près de Delos. (*) *Pline* donne à cette Ile vingt mille pas de tour. † *Homere* vante beaucoup sa fertilité † *Hist. Nat.* & son air salubre. (**) C'est ce qui a fait conjecturer avec raison à IV. 23. *Bochart*, que son nom vient du Phénicien *אִסְרָא*, *Asira*, riche, ou *אִשְׁכּוּרָא*, *Aschura*, beureuse. *Homere* écrit *Syria*, *Suidas* *Syva*, *Strabon* & les autres, *Syros*. On peut donc dire également *Pherecydes Syrius*, ou *Syrus*; car on se sert également de l'un & de l'autre de ces mots, lors même qu'il s'agit d'un habitant de la Province de Syrie. Et il n'est pas besoin de corriger pour cela le Texte de *Cicéron*, comme a fait *Davies*, en mettant à la place de la leçon authentique *Syrus*, celle de *Syrius*, dans l'endroit des *Tusculanes* que nous avons cité. *Tzetzes*, Grammairien du XII. Siècle, d'ailleurs assez savant, a fait une lourde bevue, en mettant *Pherecyde* au nombre des *Asfyriens*. * *Chilad. II.* *Vossius* l'excuse à la vérité, † en rejetant la faute sur les Copistes, † *Hist. 55.* qui auront lu *Ἀσσυρίαις*, au lieu de *τῷ Συρίῳ*. Ce qui détruit à mon avis cette excuse, c'est que le vers n'y est plus, en otant *Ἀσσυρίαις*. † *De Hist. Græc. L. IV.*

Τῷ Ἀσσυρίῳ μαθητῆς ὑπάρχων Φερεκύδης.

À moins que de lire avec *Saumaïse*:

Τῷ τῷ Συρίῳ μαθητῆς ὑπάρχων Φερεκύδης.

(*) Φερεκύδης, Βάβιος, Σύριος. Ἐστὶ δὲ νῆσος μία τῶν Κυκλάδων ἢ Σύρα, πλησίον Δήλου. loc. cit.

(**) — — — αἰγαθὴ μὲν
 Ἐυβοτος, ἔμμηλος, εἰνοπληθὴς, πολύπυρος;
 Πείνη δ' ἄποτε δῆμον ἐσέρχεται, ὅδε τις ἄλλη
 Νῆσος ἐπὶ συγερῇ πέλεται δειλῷσι ἔροτῳσι.

ΟΔΥΣΣ. Ο. 404 & f.

— — — Sed amena

Pascua leta ovibus, bona frugibus, arca Lyæo.

Nec populum premit ægra fames, nec pestifer aer

Pallida morosis exercet corpora morbis.

Mais la particule δὲ se trouvera alors tout à fait superflue. (*) *Tzetzes* a donc réellement cru, que *Pherecyde* étoit de Syrie. *Herodote* seul suffit, pour montrer, que les Anciens confondoient aisément la *Syrie* & l'*Assyrie*. „Les Grecs, dit-il, les appellent *Syriens*, & les Barbares *Assyriens*. (**)“ Et *Justin* dit: „Les *Assyriens*, qu'on appella depuis *Syriens*, posséderent l'Empire pendant treize cents ans. (***)“ Voilà ce qui a jeté *Tzetzes* dans l'erreur. Mais il faut quelque autre ressource, pour justifier *Eustathe*, qui en commentant le Livre d'*Homere*, que nous avons cité, appelle *Pherecyde*, *Babylonien*. Comme dans cet endroit il ne fait que copier *Strabon* mot à mot, & qu'il y a dans *Strabon* Βάβυλος ἦν, savoir, Fils, *Eustathe* lui même, ou plutôt des Copistes ignorans, auront fait de là *Babylonien*.

IV. Le Père de *Pherecyde* est nommé par *Strabon* Βάβυς, par *Suidas* Βάβης, & par *Diogene Laërce* Βάβυς. Ce sont là de très legeres differences. Car rien n'est plus fréquent dans la Dialecte Dorique que l'échange des Consones β & δ, & des voyelles ι & υ. On en trouvera les exemples dans le Dictionnaire Etymologique de *Vossius*, & dans les Dialectes de la Langue Greque.

V. Donnons nos premieres recherches aux Maitres & à l'éducation de *Pherecyde*. Ici les Ecrivains ne s'accordent pas. *Diogene Laërce* tombe dans une erreur, qui n'est presque (****) pas pardonnable, en faisant *Pherecyde* Auditeur de *Pittacus*. La naissance de *Pittacus* répond à l'an de Rome 101. Il parvint au Gouvernement de sa République à l'âge de 46. ans, l'an de Rome 147. Qui pourroit s'imaginer qu'un Prince & un Législateur se soit occupé à cet âge là à donner des leçons à la jeunesse? Car *Pherecyde* ne vint au monde que dix ans après, l'an de Rome 156. D'ailleurs Mr. *Brucker* a fort bien

(*) Voyez aussi *Menage*, dans ses notes sur *Diogene Laërce*. §. 119.

(**) ὑπὸ μὲν Ἑλλήνων καλέονται Σύριοι, ὑπὸ δὲ τῶν Βαρβάρων Ἀσσυριοὶ ἐκλήθησαν. Herod. L. VII.

(***) Imperium Assyrii, qui postea Syri sunt dicti, mille trecentis annis tenuere. Justin. Lib. I.

(****) Πιττακῷ ἀκηκοέναι. loc. cit.



bien remarqué, † qu'il n'y a aucun rapport entre la Philosophie de Pittacus, & celle de Pherecyde. Les Anciens en effet ont beaucoup parlé des Lois de Pittacus, de ses vertus, & surtout de sa tempérance, mais ils n'ont pas dit un mot de ses opinions Philosophiques. Il faut donc redresser ce que *Vossius* avance, * que *Pittacus* fut Précepteur de *Pherecyde*. † *Hist. Phil.*
Tom. I. p.
983.
* *De Sclis*
C. VI. §. 2

VI. *Tzetzes* a eu une autre opinion sur le Maître de *Pherecyde*, & il fait *Thales* disciple de ce dernier. (*) Si nous en croyons *Apollodore*, cité par *Diogene*, *Thales* naquit l'an de Rome 114. Ainsi, lorsque *Pherecyde* vint au monde, *Thales* avoit déjà 40 ans. On ne comprend donc pas, comment ce Philosophe a pu recevoir des leçons de *Pherecyde*, qui étoit de tant d'années plus jeune que lui. A la vérité *Saumaïse*, ce prodige de lecture & d'érudition, allègue bien des raisons † pour justifier *Tzetzes*. Elles sont prises en partie de l'incertitude des dates de la naissance & de la mort de *Thales*, en partie de la longueur de sa vie; d'où il conclut que *Pherecyde* a pu être son contemporain, & même que *Thales* a pu se ranger au nombre des Auditeurs de *Pherecyde*. Mais tous les efforts de ce savant homme me paroissent inutiles. Car les témoignages unanimes de l'Antiquité font *Thales* plus ancien que *Pherecyde*. J'admets donc aisément ce que dit *Suidas*, que la gloire de *Thales* excita l'émulation de *Pherecyde*. C'est en effet au plus jeune à se piquer d'émulation pour égaler ceux qui le surpassent en savoir aussi bien qu'en âge. † *Exerc. Plin.*
Tom. I. p.
591.

VII. *Hesychius* de Milet, qui étoit en réputation du tems d'*Anastase*, dans un petit Livre qu'il a écrit sur les personnages illustres par leur savoir, met *Pherecyde* au rang de ceux que les Grecs nomment

Qq 2

(*) Θαλής σοφὸς Μιλήσιος, εἰς τῶν σοφῶν ἐπιτάδος
τῷ Ασσυρίῳ μαθητῇ ὑπάρχων Φερεκύδης.

Chiliad. II. Hist. 55.

*Thales Sapiens Milesius unus e Sapientum septenario
Assyrii discipulus extitit Pherecydis.*

(**) Ζηλοτυῆσαι τὴν Θάλητος δόξαν. loc. cit.

nomment *αὐτοδιδάκταις*, & qui se sont instruits par eux-mêmes. „ On dit, (ce sont ses termes,) (*) que Pherecyde de Syrie n'eut aucun „ Maître, mais qu'il se poussa de lui-même, après avoir trouvé quel- „ ques Ouvrages cachés, ou Commentaires secrets des Phéniciens. *Suidas* rapporte la même chose; „ Il n'eut, dit-il, (**) aucun Pré- „ cepteur, mais il se forma par ses propres études, & par l'acquisition „ des Livres secrets des Phéniciens.“ *Eustathe* confirme la même chose. † La principale controverse des Critiques concerne ces Livres des Phéniciens. *Homere* a dit formellement, que les vaisseaux des Phéniciens abordoient à l'Île de Syros. (***) Et *Bochart* * prend occasion de là de prouver plus au long, que les Phéniciens frequen- toient l'Île de Syros dès les tems Heroïques, & y passioient souvent une année entière pour leur commerce. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner, qu'un homme avide d'apprendre, en s'entretenant fré- quemment avec les Etrangers & les Négocians, ait ouï parler de Livres pleins d'une connoissance profonde & sublime, & se soit senti en- flammé du desir de les posséder. Mais la question est toujours de sa- voir, quels furent ces Livres qui tomberent entre les mains de Pherecyde.

† *Ad Odyss.*
Lib. XV.

* In *Cans-*
ane.

VIII. Un Savant, qui tenoit, il y a quelques années, un rang distingué parmi les Hommes illustres, que renferme cette Ville, feu † *Lib. I. p. 327.* *Mr. de Beausobre*, dans son excellente *Histoire du Manichéisme*, † croit „ que Pherecyde avoit tiré ses Dogmes de la *Propheetie de Cham*; „ que cette Propheetie avoit été trouvée parmi les Antiquités des „ Phéniciens, & que c'étoit là dessus que Pherecyde avoit compilé sa „ doctrine.“

(*) Φερεκύδην τὸν Σύριον Φάσιν ἔσχεῖν διδάσκαλον, ἀλλ' ἑαυτὸν ἀσκήσαι, κησάμενον τὰ Φοινίκων ἀπόκρυφα βιβλία.

(**) Ἀυτὸν ἐκ ἐσχήκειναι καθηγητὴν, ἀλλ' ἑαυτὸν ἀσκήσαι κησάμενον τὰ Φοινίκων ἀπόκρυφα βιβλία.

(***) Ἐνθα δὲ Φοινίκες ναυσίκλυτοι ἦλθον ἄνδρες.

ΟΔΥΣΣ. XV. 414.

Illuc autem (ad insulam Syron) Phoenices navibus intelyti venerunt viri.

„doctrine.“ Je ne sai pas, pourquoi *Cham*, troisieme fils de Noé, a été communément dépeint avec des couleurs si odieuses, surtout au déclin de l'érudition. Il passe pour le Père de la Chymie, l'Auteur de la Magie, l'inventeur des superstitions; & tout cela sans preuve. On ne sauroit que louer le célèbre *Jurieu* d'avoir pris la défense de ce Patriarche, dans son *Histoire Critique des Dogmes & des Cultes*, & de l'avoir fort heureusement déchargé de tous les crimes qu'on lui impute. Mais voici d'un autre côté *Cham* mis au nombre des Prophetes. Et par qui? Par *Isidore*, fils de l'Heretiarque *Basilide*, qui, suivant *Clement* d'Alexandrie, † vivoit au second Siecle de N. S. Un seul témoignage, aussi suspect que l'est celui-là, suffira-t-il pour nous persuader, qu'il ait existé une Prophetie écrite de *Cham*, tandis que les monumens les plus anciens n'en disent pas un mot. On ne sauroit non plus donner de bonnes preuves, que l'Art d'écrire ait été usité si peu de tems après le Déluge. La Prophetie de *Cham* ne sauroit donc être qu'un Livre Apocryphe, dont il faudroit déterminer l'age, avant que d'affirmer que *Pherecyde* y a puisé ses Dogmes. Assurément, du tems de ce Philosophe la sureur de soutenir la verité par des Ouvrages supposés, ne s'étoit pas encore emparée des hommes. L'Epoque de cette superstition contagieuse ne se trouve que dans les années qui suivirent immédiatement la vie de N. S. & où l'on vit notre sainte Religion sur le point d'être accablée sous le poids des fictions. Le savant Auteur de *l'Histoire du Manicheisme* auroit donc du prouver, que les Bibliothèques renfermoient, dès avant *Pherecyde*, la Prophetie de *Cham*, dont on ne trouve pas la moindre mention dans les Anciens.

† *Strom.* L. VI.

Au reste *Isidore* étoit un génie très habile dans l'art de fabriquer de semblables Propheties. Car *Clement* rapporte; * „qu' *Isidore* * loc. cit. disoit, que chaque homme avoit ses Génies ou Démons, & qu' *Aristote*, en enseignant cette doctrine, ne l'avoit pas tirée de son propre fond, mais qu'il avoit pillé ce dogme dans les Ecrits des Prophetes, & l'avoit inferé dans les siens.“ L'incomparable *Bochart*, après avoir cité ces paroles, s'écrie avec beaucoup de raison; † „Loin d'ici les Prophetes inventés par ce vil scélérat, & les frivoles imagi- nations“

* *Grogg*
† *Sacr.* p. 108.

* *Spicil. Heret. Sec. II.*
p. 63.

† l.c. p. 984.

nations par lesquelles il voudroit donner du poids à ses rêveries." *Grabe* est dans les mêmes idées que nous: " Je ne trouve, dit-il * " mention nulle part de la Prophetie de Cham, & je crois que cet " Ecrit Apocryphe est l'ouvrage de *Basilide*, ou de quelques autres " Hérétiques." Ecoutons encore l'exaët Mr. *Brucker*, qui se range à notre opinion, en ces termes; † " On ne sauroit faire plus de fond " sur ce que ce savant homme, (Mr. de *Beaufobre*,) dit du Livre de " Cham, d'où il prétend que Pherecyde a tiré cette doctrine, d'après " le témoignage d'Isidore, fils de Basilide, qui vivoit sous Adrien & " Trajan. Car Plotin s'est déjà plaint, que ces Hérétiques ont sup- " posé un grand nombre de semblables Livres, sous le nom des An- " ciens, & l'amassinnombrable, qu'on en trouve dans les premiers sie- " cles après la naissance du Sauveur, en fait foi.

* Lib. I. *
contr. Apio-
nem.

. IX. Mr. *Brucker*, que nous venons de voir d'accord avec nous, a une opinion différente par rapport à l'origine de la Philosophie de Pherecyde: il croit qu'il s'étoit instruit dans les Ecoles des Egyptiens. Il en appelle, & à *Josephe*, qui est de ce sentiment, & à la conformité entre la Sagesse des Egyptiens & la doctrine de Pherecyde. Mais d'abord personne n'a parlé d'un voyage de Pherecyde en Egypte; & cette idée est même contraire à celles des Auteurs qui avancent, que la science fut le fruit de son propre travail. Voici ce que dit *Josephe*: " Les premiers qui ont traité chez les Grecs des choses celestes, & " divines, comme Pherecyde de Syrie, Pythagore, Thales, avoient " appris ces dogmes des Egyptiens & des Chaldéens." Ce ne sont donc pas les Egyptiens seuls, ce sont aussi les *Chaldéens*, que l'on indique. Or l'idiome Chaldéen approchoit plus du Phenicien que de l'Egyptien. Et pour ce qui regarde la grande conformité, qu'on croit voir entre la doctrine des Egyptiens, & celle de Pherecyde, nous en parlerons plus amplement en son lieu.

† *Huet. Dem.*
Armag. Prop.
IV. §. VII.

X. Mais pour quoi tous ces embarras, dans lesquels nous semblons arrêtés au sujet des Livres secrets des Pheniciens, puisque l'illustre Evêque d'Avranches nous en a tiré si heureusement. " Phe- " recyde, dit-il, † fut disciple des Egyptiens & des Chaldéens, mais " sur-

" surtout des Phéniciens, des Livres secrets desquels on dit, qu'il tira
 " une grande connoissance des choses Divines, n'ayant point eu
 " d'ailleurs d'autre Maître. J'entens par ces Livres secrets des Phéni-
 " ciens, ceux de Moïse, auxquels Juvenal a donné le nom d'*Arcaum*.
 " On les attribue aux Phéniciens, qui, comme je l'ai déjà remarqué
 " plus d'une fois, sont souvent pris dans les Auteurs profanes pour
 " les Juifs. Ou bien l'on peut entendre par là l'Ecrit de Sanchonia-
 " ton, qui avoit été tiré des Livres de Moïse." Ce seroit une peine
 tout à fait superflue, que de m'arrêter à prouver, en alleguant des té-
 moignages rassemblés de toutes parts, que les Auteurs profanes ont
 très fréquemment confondu ensemble les Cananéens, les Juifs & les
 Phéniciens. *Bochart* s'est acquitté de cette tâche avec l'abondance
 ordinaire de son erudition, & n'a presque rien laissé à glaner. Nous
 ne doutons donc pas que ces Livres Phéniciens, que des Marchands
 apportèrent à Pherecyde, ne fussent le *Pentateuque Mosaique*. Il y
 avoit bien des raisons qui pouvoient le faire appeller *secret*, *arcana*,
ἀπόκρυφος. Suidas rapporte qu'*Epaphrodite*, celebre Grammairien
 de Rome, avoit rassemblé jusqu'à 30000 Volumes, *συναγμάτων καὶ ἀνα-
 κειμένων*, ce qu'il explique lui-même par *ἀποκρύφω*, de bons Li-
 vres, & qui n'étoient pas communs. Assurément les Livres de Moïse
 ne tenoient pas le dernier rang parmi les Livres, que leur rareté ren-
 doit recommandables, comme on peut juger par l'Histoire des Gentils,
 que Salmanassar transporta dans la contrée de Samarie, * & par celle ^{II. Rois XVII.}
 de l'Exemplaire de la Loi qui fut trouvé du tems de Josias. † Ce Livre † ^{Ibid. XXII.}
 fut gardé dans le suite avec beaucoup de soin & de circonspe-
 ction, on le cachoit même, & l'on prenoit garde, autant qu'il étoit
 possible, que des mains profanes ne le pollussent. D'ailleurs cet
 Ouvrage ne contient pas des choses triviales, & connues du vulgaire,
 ni des fictions ou des Fables; mais on y trouve l'Histoire la plus
 ancienne, l'origine du monde, des merveilles inouïes, des mystères
 sublimes. Enfin la Langue même des Phéniciens, ou des Cananéens,
 étoit étrangère à la plupart des nations voisines. C'est là dessus que
 Juvenal se fonde principalement, quand il dit: *

* Satyr. XIV.

*Judatcum ediscunt, & servant, ac metuunt jus;
Tradidit arcano quodcunque volumine Moses.*

Nous ne nous arrêterons pas à la conjecture de Mr. Huet au sujet de l'Ouvrage de *Sanboniaton*; car personne n'a encore pu prouver par des argumens invincibles, qu'il y ait jamais eu un Auteur de ce nom. Ceux qui veulent s'instruire plus exactement là dessus n'ont qu'à recourir à *Bocbart*, & à Mr. *Fourmont & Brucker*. Tenons donc pour certain que Pherecyde a beaucoup tiré des Livres de Moïse, en attendant que nous le fassions voir plus amplement en son lieu.

XI. Il n'est échappé à l'injure du tems qu'un petit nombre des faits & gestes de notre Philosophe, quoique *Diogene Laërce* rapporte, qu'on raconte de lui un grand nombre de choses admirables. (*) Nous allons produire, & examiner tout ce que nous avons pu rassembler sur ce sujet. D'abord *Cicéron* fait le récit suivant; „Pherecyde „lui-même, ce Maître de Pythagore, ne doit pas passer pour Devin, „plutôt que pour Physicien; à cause de ce qu'ayant bû de l'eau „tirée du fond d'un puits, il dit qu'il alloit y avoir un tremblement „de terre.“ (**) *Pline* rapporte ainsi le fait; „On parle d'une autre „conjecture de Pherecyde Maître de Pythagore, mais elle tient de „la Divination. C'est qu'ayant puisé de l'eau dans un puits, il pré- „vit & prédit qu'il y auroit un tremblement de terre dans cet en- „droit.“ (***) *Diogene Laërce* dit de même; „qu'en buvant de l'eau „tirée d'un puits, il prédit qu'il y auroit dans trois jours un trem- „blement de terre.“ (****) Écoutons aussi *Apollonius Dyscolus*, Écrivain du II. siècle, qui s'exprime ainsi. „On fait de Pherecyde le récit suivant.

(*) πολλὰ δὲ καὶ θαυμάσια λέγεται.

(**) Ne Pherecydes quidem, ille Pythagora Magister, potius divinus habebitur quam Physicus; qui cum bibisset (quelques uns lisent mal vidisset) hausit aquam de jugi puteo terra motus dixit instare. De Divin. I. 50.

(***) Perhibetur & Pherecydis Pythagora Doctoris alia conjectatio, sed & illa divina. Hausta aqua è puteo praesensisse ac praedixisse ibi terra motum. Hist. Nat. II. 79.

(****) Καὶ ἀνιμνηθέντος ἐν Φρέατος ὕδατος προειπεῖν, ὡς εἰς τὴν τρίτην ἡμέραν ἔσοιτο σεισμός, καὶ γενέσθαι. loc. cit.

" suivant. Comme il étoit dans l'Ile de Syros, (nous prouverons
 " plus bas que c'étoit dans celle de Samos,) il eut soif, & demanda de
 " l'eau à quelqu'un de ses disciples. L'ayant buë, il asura que dans
 " trois jours cette Ile éprouveroit un tremblement de terre. L'e-
 " venement répondit à la prediction, & cela lui aquit une grande
 " gloire." (*) Tous ces Auteurs ont tiré le fait en question de *Theo-*
pompe, Historien celebre par sa veracité. *Andron* d'Ephese attribué
 pourtant cette aventure à Pythagore. On peut consulter les Remar-
 ques de *Menage* sur *Diogene Laërce*. Nous ne prenons aucun parti
 dans cette controverse.

* Mr. *Brucker* regarde toute cette Histoire, comme un conte,
 ou du moins comme très suspecte. *Pline* a voulu rapporter cette
 prédiction à l'art Divinatoire. *Ciceron* la regarde avec beaucoup
 plus de raison sur le pied d'une simple conjecture Physique. En effet,
Maxime de Tyr, Orateur agréable, & Précepteur de Marc Aurele, dit,
que Pherecyde prédit aux Samiens un tremblement de Terre. (**) Or
 Samos y étoit fort sujette, comme *Bochart* l'a prouvé par plusieurs te-
 moignages des Anciens. * Les principes de la Physique nous en-
 seignent d'un autre côté, que les tremblemens de terre sont produits
 par le mélange & par l'inflammation de particules de soufre & de
 nitre, que renferment les cavernes & les vastes concavités de la Terre.
 Il n'y avoit donc rien qui surpassât les forces de Pherecyde dans le
 présage d'un prochain tremblement de terre, que le mélange de ces
 particules lui fit connoître. *Aldobrandin* s'en est déjà apperçu, & l'a
 insinué dans cette Remarque: " Le gout de l'eau pouvoit faire juger
 " d'avance du tremblement de terre, en y remarquant la force de
 " la Vapeur, qui produit ordinairement cet effet. Avant qu'il se fâsse
 " un tremblement de Terre, dit *Senèque*, on entend ordinairement
 " un mugissement, causé par les vents renfermés dans les entrailles

* *Geogr.*
Sacr. p. 374.

(*) De Pherecyde hac narratur: Eum in Syro insula sitientem aliquando aquam a disci-
 pulorum quodam petiisse; quam cum bibisset, pronunciaſſe, Terra motum poſt tri-
 duum ea in insula futurum. Quod dictum, ut exitus comprobavit, magnam eum
 reportasse gloriam. Hist. mirabil. Cap. V.

(**) Φερεκύδης σείσμον Σαμίου προεμήνυσε. Dissert. III. p. m. 23.

" de la Terre." Ou peut encore recourir à *Bocbart* dans l'endroit
 † p. 379. cité. †

XII. *Diogene Laërce* nous fournit encore un autre récit au sujet de *Pherecyde*. Le voici. " Comme ce Philosophe se promenoit un jour sur le port de Samos, il vit un vaisseau, qui voguoit à pleines voiles, & prédit qu'il alloit être submergé; ce qui arriva sur le champ, à sa vie. " (*) *Apollonius* raconte la chose de la manière suivante. " *Pherecyde* (**) étant allé à Samos, pour faire ses dévotions au Temple de Junon, il vit un Vaisseau qui entroit au port, & dit à ceux qui étoient présens, qu'il n'y arriveroit pas. Aussi-tôt une nuée fondit du Ciel, & le Vaisseau fut abymé." Peu s'en faut que *Mr. Brucker* ne mette encore cette Histoire au rang de fables, quoiqu'elle n'ait rien qui paroisse surpasser l'intelligence humaine. Un Port n'est pas accessible à tous les vents. Un Physicien, qui a des connoissances sur la Navigation, & sur la direction des vents & des tempêtes, en voyant venir un Vaisseau de loin, peut assez aisément juger, s'il entrera heureusement au port. Il ne faut pour être Prophète dans un semblable cas, qu'observer un vent contraire, qui pousse avec violence le Vaisseau vers des ecueils.

XIII. Continuons à suivre *Diogene Laërce* dans le récit des faits, qui concernent notre Philosophe. Il s'en présente un nouveau; „ c'est „ qu' étant revenu d'Olympie à Messène, il conseilla à *Perilaus* son „ hôte de quitter cette dernière ville sans délai, lui & toute sa famille; „ & que *Perilaus* ayant négligé cet avis, Messène fut prise peu de tems après

(*) Καὶ γὰρ παρὰ τὸν αἰγιαλὸν τῆς ψάμμου (il faut lire avec *Casaubon* Σάμου) περιπαλοῦντα, καὶ νῆαυ ὀυριοδρομοῦσαν ἰδόντα, εἰπεῖν ὡς μετ' οὐ πολὺ καταδύσεται, καὶ ἐν ὀφθαλμοῖς αὐτῆ καταδύναί. loc. cit.

(**) *Pherecydem*, Samum profectum, ad Junonis Templum, vidisse navem portui subeuntem; ac dixisse adstantibus, eam intra portum non perventuram. Ipsoque adhuc loquente, nimbum de Coelo precipitem absum, navemque periisse. loc. cit.

„après par les ennemis. “ (*) A dire vrai, cette Histoire ne nous paroît pas convenir à Pherecyde de Syre. Premièrement, Messène est une contrée du Peloponnèse, que les Lacedemoniens soumièrent, après avoir vaincu & détruit les Messéniens par une longue & rude guerre. Or cela arriva longtems avant la naissance de Pherecyde, vers l'an 666. avant N. S. Il ne restoit plus de Ville, qui portât le nom de *Messene*. Les restes des anciens Messéniens étoient allés en Italie, où *Anaxilaus*, Tyran de *Rhegium*, les avoit appelés pour le secourir contre les Zancléens, qui exerçoient des brigandages, & ceux-ci ayant été d'abord vaincus, les Messéniens reçurent en présent la Ville de *Zancle*, & s'y étant établis avec les vaincus, ils changerent son ancien nom en celui de *Messene*. C'est cette *Messene* de Sicile, qui devint ensuite une Ville si riche & si florissante. Au bout d'environ 300 ans, & par conséquent après la mort de Pherecyde, *Epaminondas* ayant rassemblé les Messéniens de toutes parts, leur donna d'abord une contrée à habiter, & ensuite bâtit une Ville entièrement nouvelle dans cette contrée, & lui imposa le nom de *Messene*, suivant le témoignage exprès de *Pausanias*. * Pherecyde ne pouvoit donc aller d'Olympie à *Messene* du Peloponnèse, & *Messene* ne pouvoit être prise, puisqu'elle n'existoit pas. Que ce soit à *Messene* de Sicile qu'il ait fait son voyage, c'est ce qui est dénué de toute vraisemblance. Quant au fonds même du fait, il n'auroit rien qui nous arrêtât. Car Pherecyde auroit fort bien pu apprendre chemin faisant les desseins des Ennemis, & retourner sur ses pas par un principe d'amitié, pour en avertir son Hôte.

* *Messene*
Cap. 27.

XIV. Si nous ajoutons foi à l'Historien Theopompe, Pherecyde avoit coutume de dire aux Lacedemoniens; „qu'il ne faut honorer, ni l'or, ni l'argent. (**). Que c'étoit un précepte qu'il avoit reçu d'Hercule en songe, & que dans la même nuit ce Dieu

Rr 2

„avoit

(*) ἀνιόντα τε ἐξ Ὀλυμπίας εἰς Μεσσήνην τῷ ξένῳ Περιλάῳ συμβουλεύεται μετοικίσαι μετὰ τῶν οἰκείων, καὶ τὸν μὴ πεισθῆναι. Μεσσήνην δὲ ἐαλωκέναι. loc. cit.

(**) μήτε χρυσὸν τιμᾶν, μήτε ἄργυρον.

„avait ordonné aux Rois d'obeir à Pherecyde.“ Tout ceci nous paroît appliqué mal à propos au Philosophe de Syre. Diogene Laërce dit, *que d'autres attribuent le fait à Pythagore.* (*) Nous ne lisons point que Pherecyde ait demeuré à Sparte, ni même qu'il ait eu aucun commerce avec les Lacedemoniens. Mais un passage remarquable de *Plutarque*, dans la vie de *Pelopidas*, nous apprend, qu'il y a eu un autre homme de ce nom à Lacedemone, en disant; „qu'le sage Pherecyde fut immolé comme une victime par les Lacedemoniens, & qu' ayant été ecorché, sa peau, en conséquence „d'un Oracle, étoit conservée par les Rois avec grand soin. „Mr. *Dacier*, qui a fait de savans Commentaires sur Plutarque, dit, qu'il n'a découvert nulle part aucune trace de cette Histoire. Pour moi, je crois que ce Pherecyde, qui donnoit aux Rois le precepte de mépriser l'argent, & celui dont les Rois conservoient la peau, étoit le même homme. Quand quelcun importunoit les Rois par des avis trop fréquens, les Oracles prononçoient bientôt sa perte.

XV. *Diogene Laërce* a tiré le recit suivant d'*Hermippe* de Smyrne, qui tenoit un rang distingué parmi les Ecrivains du tems de Ptolemée Philopator: „C'est que comme il y avoit guerre entre „les Ephesiens & les Magnesiens, Pherecyde, qui souhaitoit la victoire aux premiers, demanda à quelcun, qui se présenta sur son „chemin; D'où il étoit? Sur quoi celui-ci ayant répondu qu'il étoit „Ephesien, Pherecyde ajouta: Tire-moi par les jambes, & me „traîne sur le territoire des Magnesiens, ensuite va dire à tes Concitoyens où tu m'as laissé, afin que remportant le victoire, „ils m'enfouissent dans cet endroit. L'Ephesien fit sa commission, „& la bataille ayant été livrée, les Ephesiens défirent leurs ennemis, & trouverent après leur victoire le corps mort de Pherecyde, auquel ils firent des obseques magnifiques.“ Assurement *Diogene Laërce* est un vrai compilateur, qui n'a usé presque d'aucun discernement dans les vies des Philosophes. Une Tradition constante détruit ce prétendu genre de mort de Pherecyde, qui décéda dans

(*) *Ἔτιοι Πυθαγόρα περιέπλεσι ταῦτα.*

dans l'Ile de Delos, après une très facheuse maladie, comme nous le ferons voir avec plus d'étendue dans son lieu.

XVI. Pherecyde, au rapport du même Diogene Laërce, avoit enrichi sa Patrie de l'*Heliotrope*. On conserve, dit-il, l'*Heliotrope* dans l'Ile de Syros. (*) La remarque d'Aldobrandin sur cet endroit, est des plus frivoles. "Je ne sai, dit-il, comment ces paroles se sont glissées ici. Car quel rapport y a-t-il entre Pherecyde & l'*Heliotrope*?" N'est-il donc pas ordinaire à un habile Artiste de consacrer à la Posterité des monumens de son art? Anaximandre plaça le premier un Gnomon, ou Cadran, à Lacedemone, & Meron mit ensuite l'*Heliotrope* à Athenes ἐν Πνύκι. Or le Pnyx étoit le lieu, d'où l'on haranguoit le Peuple. Pherecyde donc, qui avoit des connoissances Astronomiques, fournit l'*Heliotrope* à ses compatriotes de Syros. On peut consulter là dessus Bochart, qui a sagement rassemblé plusieurs choses qui servent à l'eclaircissement du sujet en question. † Geogr Sacr. P. 411.

L'*Heliotrope* est une espee de Cadran Sciotherique, un instrument, ou une machine, dont on se sert pour l'ombre, sur tout des Solstices, & pour déterminer par ce moyen les Solstices mêmes, qui sont les conversions du Soleil, τροπαὶ ἡλίου. En effet, nous qui habitons la Zone tempérée Septentrionale, nous avons l'ombre la plus courte au Solstice d'Eté, & la plus longue au Solstice d'Hyver. Plin rapporte à ce sujet quelque chose de bien remarquable. On prétend, "dit-il, qu'à Syene, qui est cinq mille Stades au delà d'Alexandrie, le jour du Solstice à midi il n'y a point d'ombre; & qu'un puits qu'on a creusé pour faire cette experience, se trouve éclairé tout entier. Ce qui fait voir que le Soleil est vertical à ce lieu., (**)

On avoit donc à Syene une espee d'*Heliotrope* naturel, qui prouvoit

Rr 3

que

(*) Σώζεται καὶ Ἡλιοτρόπιον ἐν Σύρα τῇ νῆσῳ. loc. cit.

(**) Tradunt in Syene oppido, quod est supra Alexandriam quinque millibus Stadiorum, Solstitii die medio nullam umbram jaci; puteumque ejus experimenti gratia factum, totum illuminari. Ex quo apparet, tum solem illi loco supra verticem esse. Hist. Nat. II. 73.

que cette Ville est placée sous le Tropique même du Cancer: Homere en place un semblable dans l'Isle de Syros, lorsqu'il fait dire à *Eumée*, berger d'*Ulysse*. " Il y a une Ile nommée Syros; je ne sai, si vous en avez ouï parler. Elle est au delà de Delos, & l'on y observe les conversions du Soleil; " (*) c'est à dire, les points des Solstices. Sur quoi le Scholiaste remarque fort bien; " On dit qu'il y a là une caverne du Soleil, par le moyen de (**) laquelle on remarque les conversions de cet Astre, ou Solstices. Le P. *Hardouin* débite ici des choses tout à fait hors de propos, en disant; " que le Porcher d'*Ulysse*, qui étoit à Ithaque, ne vouloit exprimer autre chose par ces paroles, sinon que l'Isle de Syros étoit au delà d'*Ortygia*, ou Delos. & que quand le Soleil se leve par cette Ile, il revient alors éclairer Ithaque, où il est sur le point de se montrer aux habitants de cette dernière Ile. Syros est à l'Orient du Peloponnese, & Ithaque à l'Occident. On ne sauroit attribuer des idées plus profondes à un Porcher." *

* *Plin. Hist. Nat.* IV, 27.
not. 10.

Il est vrai qu'*Eumée* étoit Porcher, dans le tems qu'il tint ce discours à *Ulysse*. Mais c'étoit le fils d'un Roi de l'Isle de Syros, que les Pheniciens avoient autre fois enlevé, & vendu à Laërte, Pere d'*Ulysse*. Un fils de Roi ne pouvoit pas ignorer les singularités de sa Patrie. S'il avoit voulu simplement indiquer par τροπαὶς ἡελίου, le lever du Soleil, qu'auroit-il eu besoin d'ajouter Syros à Delos? Celle-ci même n'étoit-elle pas à l'Orient? En suivant le principe du P. *Hardouin*, il y auroit eu des τροπαὶς ἡελίου dans toutes les Iles de la Mer Egée, ce qui seroit tout à fait contraire à l'intention d'Homere. Donnons donc plutôt des eloges au Scholiaste, qui nous indique dans notre Ile un Iliotrope dans une caverne, qui étoit l'ouvrage, non de l'art, mais de la nature. L'Astronomie ayant pris ensuite des accroissemens,

en

(*) Νῆσός τις Συρίη κινλήσκειται, εἴπερ ἀκραίς
Ὀρτυγίης καθύπερθεν, ὅθι τροπαὶς ἡελίου.

ΩΔΥΣΣΕΩΣ. XV. 402.

(**) Ἐνθα, Φησὶν, εἶναι τὸ ἥλιος σπήλαιον, οἷ ὃ σημειῖται αἱ ἥλιος τροπαί.

on inventa le *Gnomon*, ou Cadran, par lequel on partage & mesure l'ombre. La forme la plus ancienne du Gnomon étoit celle d'une Pyramide, dont la base étoit quarrée, & dont le corps par conséquent, & le sommet, formoient quatre triangles. *Saumaïse* en apprendra davantage † à ceux qui voudront le consulter. Nous ne doutons donc point, que les Pyramides d'Egypte, entr' autres usages, n'ayent eu celui-ci, & qu'elles ne fussent destinées à marquer l'ombre. Car ce que quelques Anciens ont prétendu, que les Pyramides ne jettoient absolument aucune ombre, est pleinement réfuté par les savans Auteurs de l'*Histoire Universelle*. * On rend aussi raison par là, pourquoi la plus grande des Pyramides a ses quatre cotés exactement répondans aux quatre points Cardinaux du Monde, & pourquoi elle s'élève par degrés; savoir, pour observer avec d'autant plus d'exactitude les bornes de l'accroissement & du décroissement de l'ombre.

† *Ad Solin.*
p. 446.

* Tom. 1.
p. 341.

Ce que nous venons de dire, feroit peut-estre propre à répandre du jour, sur un passage extrêmement débattu, c'est celui du Cadran Solaire, ou plutôt des *Degrés d'Achaz*, & de l'ombre qui retournoit par ces degrés, 2 Rois XX. 10. 11. Les plus célèbres Critiques, *Saumaïse*, *Petau*, *Scaliger*, *Grotius*, *Allatius*, ont donné à l'envi leurs explications de cet endroit, & tout le monde est à portée de les consulter. Voici notre opinion en deux mots. Nous croyons qu'il ne faut pas seulement penser ici à une Horloge Solaire, qui partage le jour en parties égales, & qui détermine les heures équinoctiales. On ne connoissoit pas du tems d'Achaz cette division du jour en 24. parties égales. Et personne n'ignore, que l'invention de cette espece d'Horloges est fort postérieure. D'ailleurs, les Cadrans Solaires ne montrent pas la longueur, ou la brieveté de l'ombre, mais seulement la maniere dont elle tourne autour du *Gnomon*, ou Pole. Or il n'étoit question dans les degrés d'Achaz, que de la mesure de l'ombre. Et c'est précisément à quoi pouvoit servir l'*Heliotrope*, dans lequel l'ombre croit journellement, depuis le Solstice d'Été jusqu'à celui d'Hyver, & décroît réciproquement depuis le Solstice d'Hyver jusqu'à celui d'Été.

On marquoit cette différence de l'ombre par des degrés, ou lignes. Dans ces degrés, tous les jours avant midi l'ombre montoit & s'accourcissoit; l'après-midi, elle descendoit & s'allongeoit. Cela nous explique encore ces paroles d'Ezechias; *Il est plus aisé, que l'ombre baisse de dix degrés, que ce qu'elle remonte d'autant de degrés.* Pourquoi cette facilité d'une part, & cette difficulté de l'autre? Aucun Interprete, que je sache, n'en a dit la raison. Supposons que le Prophete ait été trouver le Roi l'après-midi; le Soleil, qui suivant le cours naturel descendoit alors vers le Couchant, causoit à chaque moment l'allongement de l'ombre dans le Gnomon. Ezechias aimoit donc mieux avoir pour garant de la promesse qui lui étoit faite, un miracle, c'est à dire, le retour de l'ombre, qui à cette heure là ne pouvoit arriver dans l'ordre de la Nature. Mais finissons cette digression, & revenons à Pherecyde. Ayant découvert un *Sciotherique* naturel dans son Ile, il le perfectionna par le secours de l'Art, en y ajoutant le Gnomon. Diogene Laërce a donc eu raison de lui en faire honneur; & c'est à quoi se rapporte ce que dit Bochart à la page 411. de sa *Geographie Sacrée*.

† *In Solim.*
Tom. I. p.
591.

XVII. *Saumaïse* a observé† que Pherecyde s'étoit servi dans ses Ecrits de la Dialecte Ionique. En effet Syros, sa Patrie, étoit du nombre des Colonies Ioniennes, suivant le témoignage d'Etienne de Bizance. La Lettre de Pherecyde, que Diogene Laërce rapporte, paroît aussi écrite en langue Ionique, dit Saumaïse. Mais ce Critique prouve en même tems, que c'est une piece supposée. Il prouve aussi d'après Apollonius *περί ἀνωτομίας*, que Pherecyde, aussi bien que Democrite, s'est souvent servi du Pronom *ἐμεῖ* & *ἐμέο*, l'un & l'autre Ionique. *Apulée* s'exprime ainsi; „Pherecyde, originaire de l'Ile de „Syros, osa le premier quitter les vers & la cadence, pour écrire en „prose. Il fut le Maître de Pythagore &c. “ (*) *Strabon* avoit dit auparavant la même chose d'une manière encore plus positive, & ses paroles méritent de trouver place ici. „Pour dire la chose comme elle

(*) Πρώτον δὲ συγγράφην ἐξενεγκεῖν περὶ λόγῳ τινὲς ἱστορεῖσι. loc. cit.

„elle est, la prose ornée, ou *cadencée*, (ὁ πεζὸς λόγος κατεσκευασμένος)
 „est une imitation de la Poësie. Car l'appareil Poétique fut le pre-
 „mier qui se produisit, & enleva les suffrages; mais dans la suite,
 „on abandonna la mesure, en conservant tous les ornemens Poëti-
 „ques, & c'est ainsi qu'ont écrit Cadmus, Pherecyde & Hecatée; On
 „en est venu avec le tems à retrancher même ces ornemens, & à
 „donner au discours la forme qu'il a présentement.“ † *Suidas* ex-
 „prime cela plus brièvement, en ces termes; „Quelques uns racon-
 „tent, qu'il se mit le premier à écrire en prose.“ N'oublions pas
Pline, dont le témoignage est encore plus exprès: „C'est une grande
 „question, dit-il, que celle de l'origine des Ouvrages de Poësie.
 „On prouve qu'il y en a eu avant la guerre de Troye. Pherecyde
 „le Syrien écrivit le premier en prose du tems du Roi Cyrus. Cad-
 „mus de Milet donna la première Histoire. (*)“ Écoutons là dessus
 le P. Hardouin qui met Pline en contradiction avec lui même. „Mais
 „Pline, dit-il, * a donné cette même louange à Cadmus, Liv. V. 31.
 „Pourquoi la transporte-t-il ici à Pherecyde? C'est une chose singu-
 „lière, que tous les ouvrages d'esprit & de savoir ayant été écrits jus-
 „qu'alors en vers, Cadmus de Milet, dès le tems d'Halyatte; ait
 „écrit l'Histoire en prose; & que ce ne soit que du tems de Cyrus
 „& de Croesus, que Pherecyde ait fait la même chose par rapport à
 „la Philosophie. Diogene Laërce, dans la vie de ce dernier, dit
 „qu'il est le premier qui ait écrit de la Nature & des Dieux.“ L'hon-
 „neur que tant d'Ecrivains ont fait à Pherecyde, a de plu au grand Lit-
 „térateur *Ménage*, & il prononce d'un ton d'Oracle cette décision: „Il
 „est faux que Pherecyde soit le premier d'entre les Grecs, qui ait
 „écrit sur les choses naturelles. C'est à Thales qu'on l'attribue com-
 „munément.“ Que le chef de l'École Ionique ait traité les que-
 „stions de Philosophie avant Pherecyde, c'est surquoi nous ne formons
 aucun doute; mais nous avons prouvé par tant de témoignages de

(*) D: Poëmatum origine magna questio est. Ante Trojanum bellum probantur fuisse.
 Prosum orationem condere Pherecydes Syrius instituit, Cyri regis ætate. Historiam
 Cadmus Milesius. Hist. Nat. L. VII. 56.

l'antiquité, que Pherecyde est le premier, qui ait écrit sur ces matières, & qui l'ait fait en prose, que nous ne croyons pas le fait moins incontestable. On peut voir, comment Mr. *Brucker* a plaidé la cause de *Pherecyde*, d'après *Bochart* & quelques autres. †

† *Hist. Phil.*
T. I. p. 981.

Ajoutons ici en passant, que l'habile Geographe *Strabon* a fort judicieusement pensé, quand il a regardé la Poésie, comme plus ancienne que la Prose. Car les plus anciens monumens Historiques, qui nous ont été conservés dans les Saintes Lettres, sentent la Poésie, comme il seroit facile de le montrer, si cela appartenoit à

* Voyez Fa- notre plan. *

Eric. Biblioth.
Gr. Lib. I. c. 1.

Enfin il y a des Auteurs, qui ont taxé *Pherecyde* d'obscurité, & entr' autres le célèbre Pere de l'Eglise, *Clément* d'Alexandrie, qui dit: † „ Nous trouvons tant dans les Philosophes que „ dans les Poètes, une infinité de choses qui sont dites d'une manière „ énigmatique. Il y a même des Livres entiers, où les Auteurs ont „ pris à tâche de cacher leur doctrine. Tel est l'Ouvrage d'*Heraclite* „ sur la Nature, qui lui a fait donner le nom de σκοτεινός, obscur, „ ténébreux. La Theologie de *Pherecyde* le Syrien est du même „ genre. “ Nous parlerons plus amplement ailleurs des obscures idées de ce Philosophe.

† *Stromat.* V.
p. 244.

XVIII. Arrêtons-nous un peu présentement, à faire la revue de ses Ecrits & de ses opinions. *Theopompe*, qui est bien digne de foi, dit, au rapport de *Diogene Laërce*: „ que *Pherecyde* est le premier qui „ ait écrit, περί φύσεως καὶ θεῶν, sur la Nature & les Dieux. “ *Stanley* remarque, * „ que *Pherecyde* avoit enseigné bien des choses con- „ trairees à la doctrine de *Thales*, avec lequel il s'accordoit pourtant „ à établir l'eau pour le premier principe de toutes choses. “ Ni *Stanley*, ni aucun Ancien, ne nous apprennent en quoi consistoient ces opinions contraires à celles de *Thales*. Mais c'est *Suidas*, qui semble avoir suggéré cette remarque à *Stanley*, en disant, que *Pherecyde* avoit été l'emule de *Thales*, ἡμιότυπος τὸν Θαλάττα. Il est vrai que l'emulation, le desir trop ardent de surpasser quelqu'un, nous jettent quelquefois dans des idées contraires aux siennes. A l'égard

* *Hist. Phil.*
p. 94.

de l'eau, entant que principe universel, ecoutons *Achilles Tattius*, cité par le meme *Stanley*: „Thales de Milet, & Pherecyde le Syrien „établisent l'eau pour Principe de toutes choses, ἀρχὴν τῶν ὄλων „τὸ ὕδωρ ὑφ' ἑξῶσι. Pherecyde donne aussi ce titre au Chaos, & il „paroit avoir tiré cette idée de ce vers d'Hesiode:

Ἦτοι μὲν πρῶτισα Χάος γένετο

L'on vit d'abord exister le Chaos.

„Car il croit que Χάος vient de χεῖσθαι.* L'opinion de *Thales* sur l'eau est la chose du monde la plus connue. Il a été aisé à Pherecyde d'en être instruit. Mais il n'est pas nécessaire de recourir à Hesiode, comme à l'inventeur de cette opinion. Pherecyde l'avoit tirée des Livres des Pheniciens, de Moïse lui-même, qui a dit: „Que l'eau „couvrait toute la face de la Terre, dans le tems qui la Terre étoit „*Tabu & Bobu*, un vaste & informe Chaos.“ Pour nier ce que nous avançons ici, il faudroit n'avoir jamais jetté les yeux sur le début de la Genese.

* *Isagoge in Arati Phen. Cap. 3.*

XIX. C'est à mon avis dans ce Traité de la Nature & des Dieux que se trouvoit cette opinion de Pherecyde tant vantée, qui concerne l'immortelle durée des Ames. Nous sommes redevables de cette connoissance à l'exacritude de Cicéron, dont voici les termes: † „Pherecyde de Syre est le premier qui ait soutenu, que les ames „étoient immortelles; il est ancien sans doute, car il vivoit sous „celui de nos Rois qui portoit même nom que moi.“ *La lance* l'a répété: „Pythagore, dit-il,* étoit auparavant dans la même opinion, „& son Précepteur Pherecyde, que Cicéron rapporte avoir traité le „premier la question de l'immortalité de l'ame.“ *S. Augustin* en dit tout autant. † Nous avons perdu les argumens, sur lesquels Pherecyde fondeoit cette inestimable doctrine. *Mr. Brucker* tient pour certain, qu'il l'avoit apprise en Egypte. Mais pourquoi renvoyer aux Egyptiens celui qui a pu s'instruire sous Moïse, & tirer cette celeste verité des Livres des Pheniciens. Assurément l'immortalité est établie sur tant de preuves dans les Saints Livres des Hébreux, que vouloir en détacher ce Dogme, ce seroit ôter à ces Livres toute leur force

† *Tusc. Id. I. 16.*

* *L. VII. 8.*

† *Voy. Mosch. ad Cadw. p. 27. & Menag. ad Diog. Laert. Pherecyd.*

& tout leur prix. Histoires, promesses, menaces, Propheties, tout à chaque page se rapporte à ce but. C'étoit déjà une opinion reçue, & au dessus de tout doute & de toute objection. Moïse n'a donc pas eu besoin d'inculquer en termes exprés, ce qui étoit écrit, ou pour mieux dire, gravé dans le coeur de tous les hommes, ce que le genre humain reconnoissoit tout d'une voix. Choisissons en un petit nombre d'exemples dans la foule. L'Eternel crée l'homme à son image; il joint au corps une ame vivante; il plante dans le Paradis l'arbre de vie; il menace de mort celui qui transgressera la Loi; c'est par l'espérance même de l'immortalité que le serpent fait tomber l'homme dans le péché; Enoch est enlevé au Ciel; Noé prononce des Oracles, qui concernent des evenemens extrêmement éloignés; Abraham abandonne le culte des faux Dieux, pour adorer un seul Etre, souverain, eternal, très bon & très grand; il reçoit des promesses pour l'avenir; Dieu se nomme le Dieu d'Abraham, & sa riche récompense; les Patriarches ont une mort douce & tranquille, au moment de laquelle l'espérance ne les abandonne point. Joignez à tout cela la piété distinguée de Joseph; la confiance qu'Aaron & Moïse font paroître jusqu' au trépas; l'Histoire du Roy Saül, & de la Pythonisse d'Endor; l'espérance que David montre de rejoindre son fils decédé; les derniers versets du Ps. XVI. le ravissement d'Elie; les exemples de Job, de Daniel, & de plusieurs autres; & toutes ces choses réunies auront pu aisément vaincre l'incrédulité de Pherecyde, & lui persuader, que si la mort causoit la destruction des corps, les Ames n'avoient point le même sort à craindre.

XX. Tous les Ecrivains ne rapportent pas de la même manière la doctrine de Pherecyde au sujet des Ames. *Hesychius* lui attribue d'avoir introduit le premier le dogme de la transmigration des Ames. (*) *Suidas* dit tout de même, qu'il a enseigné le premier le passage des Ames d'un Corps dans un autre. (**) *Herodote* fait venir l'opinion même des Egyptiens. " Ils ont été les premiers, dit-il, qui
„ ont

(*) Οὗτος πρῶτος τὸν περὶ Μετεμψυχώσεως λόγον εἰσήνεγκε.

(**) πρῶτον τὸν περὶ Μετεμψύχωσης λόγον εἰσηγήσασθαι.

" ont avancé, que l'ame humaine est immortelle, & qu'elle passe
 " toujours de corps en corps; à mesure qu'il en meurt & qu'il s'en
 " engendre de nouveaux: Qu' ensuite, après avoir passé par toutes
 " sortes de corps d'animaux terrestres, aquatiques & aériens, elles
 " rentrent dans un corps humain; & qu'il leur faut trois mille ans
 " pour faire cette tournée. Quelques Grecs se sont appropriés ce
 " sentiment, les uns plutot, les autres plus tard; mais, quoique leurs
 " noms me soient connus, je ne juge pas à propos de les placer ici. "
 Personne n'ignore que Pythagore tient le premier rang entre les
 Auteurs du Dogme de la transmigration. S'il le tenoit de son Maître
 Pherecyde, & que celui-ci eut puisé la science, non chez les Egypti-
 ens, mais dans les Ecrits des Phéniciens, comme nous l'avons vu,
 il faudra porter un tout autre jugement sur l'origine de la Metempsy-
 chose, & la regarder comme dérivant de l'idée des Hebreux au sujet
 de l'état & de la durée de l'Ame après la mort. C'est ce dont s'est
 aperçu avant nous Mr. Dacier, cet homme si recommandable par
 les grands services qu'il a rendus aux belles Lettres; & voici l'abregé
 de ce qu'il dit là dessus dans sa *vie de Pythagore*. " Comme le dogme
 " de la Metempsychose ne sauroit être reçu, que par ceux qui recon-
 " noissent que les Ames subsistent après la mort, ce que les Hebreux
 " font, & ont fait depuis l'antiquité la plus reculée, c'est de leurs
 " Livres qu'il faut tirer l'origine de cette opinion. On y trouve, que
 " la pratique des vertus est le moyen le plus efficace pour approcher
 " l'homme de la Divinité, & que ceux au contraire, qui se souillent
 " par les vices & les crimes, rentrent dans la classe des bêtes. De là
 " viennent aux injustes, aux impudens, aux voluptueux, aux hom-
 " mes rusés ou féroces, les noms de Loups, de Chiens, de Pour-
 " ceaux, de Serpens & de Lions. Le vulgaire donc, & surtout les
 " Poètes, ayant pris ces expressions à la lettre, ont fait naître le sy-
 " steme des migrations des Ames; mais quant à Pythagore lui-même,
 " il n'y a jamais pensé & l'on ne trouve rien là dessus dans ses Sym-
 " boles, ni dans ses Préceptes. Hierocles le Pythagoricien a dit,
 " que celui là se trompe beaucoup, & ne connoit point du tout la
 " nature de l'Ame, qui se persuade qu'une ame raisonnable puisse

"etre unie au Corps d'une brute: que c'est la vertu qui eleve l'Ame
 "au rang des Dieux, & le vice qui les dégrade à la condition des
 "bêtes; & que telles avoient été les idées de Socrate & de Pla-
 "ton: Que ceux qui s'etoient fait une idée plus grossiere de le Me-
 "tempfychose, n'avoient point compris l'opinion de Pythagore; &
 "que cela paroît par l'exemple des Indiens, & ensuite des Juifs, aux-
 "quels la Metempfychose est insensiblement parvenue." Voilà les
 idées qu'on trouve développées avec plus d'étendue dans Mr. *Dacier*.
 Les choses etant ainsi, nous prouvons par là, que la Metempfychose
 de Pythagore ne différoit point de son opinion sur l'immortalité de
 l'Ame; & qu'elle etoit plutôt tirée des Ecrits des Pheniciens, que des
 traditions fabuleuses & abstruses des Egyptiens.

XXI. En continuant à consulter *Diogene Laërce*, nous y trou-
 vons: " que l'on conservoit encore un petit Ouvrage de Pherecyde
 "le Syrien, dont le commencement est: *Jupiter & le Temps qui est*
 "*toujours le même, & la Terre existoient.*" (*) Il ne faut pas au reste
 confondre ce petit Ecrit avec celui que *Theopompe* nous a appris ci
 dessus avoir été écrit par Pherecyde sur la Nature & les Dieux; car
 autrement *Diogene Laërce*, au lieu de dire que l'on conservoit encore
 un Livre de Pherecyde, auroit du marquer que c'étoit le même Ou-
 vrage, dont *Theopompe* avoit fait mention. Le début de celui dont
 il s'agit ici, en indique bien clairement le sujet: c'étoit une *Theogo-*
nie, ou *Cosmogonie*. Il faut donc rapporter ici ce que *Suidas* a dit,
 au mot *Pherecyde*; " Tous les Ouvrages de Pherecyde sont; *L'Hep-*
 "*tamychus*, ou la *Theocrasie*, ou la *Theogonie*. Il y a aussi une Theo-
 "logie en dix Livres, qui contient la génération & la succession des
 "Dieux." (**) Le même Livre portoit donc differens noms. Les
 Theo-

(*) σώζεται τῷ Συρίῳ τότε βιβλίον ὃ συνέγραψεν, ἧ ἡ ἀρχή; Ζεὺς
 μὲν καὶ χρόνος εἰς αἰῶ. &c. L'Interprete Latin a ajoute ici, de son chef,
 que cet ouvrage etoit, *de rerum Principio*.

(**) ἔστι δὲ πάντα, ἃ συνέγραψε Φερεκύδης, ταῦτα. Ἑπτάμυχος,
 ἦτοι Θεοκρασία, ἢ Θεογονία. ἔστι δὲ Θεολογία ἐν βιβλίοις δέκα,
 ἐχῶσα Θεῶν γενέσιν, καὶ διαδόχους.

Theologiens Grecs s'occupoient principalement à dresser des Catalogues des Dieux, des Theogonies, ou Générations & Genealogies de leurs Divinités. Et comme ils avoient coutume d'y faire intervenir l'Amour, on voit par là, pourquoi il n'y avoit point de difference entre Theocrasie & Theogonie. Pour le mot *Hepramychnus*, nous n'en saurions rien dire, puisqu'il n'est pas possible d'en découvrir la raison.

XXII. Les Savans mettent en question, si cette Theogonie, que *Diogene Laërce* & *Suidas* font connoître, étoit un Ouvrage de l'ancien Pherecyde, sur lequel roule cette Dissertation, ou d'un Philosophe postérieur de ce nom. Il est bien certain qu'*Eratoſtène*, dans *Diogene Laërce*, parle d'un Pherecyde Athenien, qui avoit écrit un Ouvrage Genealogique, & qu'il le distingue de Pherecyde le Syrien: ce que *Saumaſe* a fait avec plus d'étendue, * & l'endroit me- * *In Solin.*
rite d'être consulté. *Fabricius*, dans sa *Bibliortheque Greque*, † dit, p. 581.
" qu'il est peu vraisemblable, que *Suidas* ait attribué cet Ouvrage Ge- † *Bibl. Græc.*
" nealogique à Pherecyde le Syrien." Au reste on trouve des T. I. p. 812.
fragmens de cette Theogonie épars dans les Anciens; & comme ils n'ont pas bien distingué entr'eux les differens Pherecydes, il n'est pas étonnant, qu'on trouve attribuées au Syrien des productions, qui sont peut-être d'un autre. Nous ne prendrons donc pas beaucoup de peine, pour ramasser soigneusement, & pour expliquer ces fragmens; mais notre plan demande néanmoins que nous en rapportions ici quelques uns, qui ont du rapport au sujet que nous traitons.

XXIII. Pherecyde passe pour avoir commencé sa *Theogonie*, ou *Theologie*, en ces termes: *Jupiter, & le Temps qui est toujours le même, & la Terre, existoient. La Terre portoit le nom de Ge, γῆ, de puis que Jupiter lui avoit fait un don. (*)* Exorde vraiment Cosmogonique, qui ne nous coutra pas beaucoup de peine. Cherchons en le sens. *Hermias*, Philosophe Chretien, qu'on place à la fin du II. Siècle, & dont on joint communément l'Ouvrage intitulé, *Raillerie contre*

(*) Ζεὺς μὲν καὶ χρόνος εἰς αἰὲν, καὶ χθὼν ἦν. χθονὶ δ' ὄνομα ἐγένετο γῆ, ἐπειδὴ Ζεὺς αὐτῇ γέρας δίδωι.

tre les Philosophes Gentils, à celui de Tattien; *Hermias*, dis-je, s'exprime ainsi. §. XII. „Pherecyde qui a dit que les Principes étoient
 „ Jupiter, Tellus, & Saturne: que Jupiter étoit l'air, Tellus la Terre,
 „ & Saturne le Temps; Que l'air étoit le principe actif, & la Terre
 „ le principe passif; & que le Temps étoit ce dans quoi se faisoient
 „ toutes choses.” Cela n'est pas mal: Mais *Gale*, Editeur d'*Hermias*,
 décide hardiment dans ses Notes, „ que personne n'a encore bien
 „ entendu Pherecyde; Mais que, comme *Josèphe* a remarqué, que
 „ les Dogmes des Hébreux n'avoient pas été inconnus à ce Philosophe,
 „ il entendoit par Ζῆν, le Dieu vivant, par Χθόνιον, Adam,
 „ par Χθονίην, la Terre, & Eva, Mère de tous les vivans; & que ces
 „ trois livres sont en effet proposés dans la Genèse, ou Κοσμογονία,
 „ comme les premiers.” Rien de moins juste. Adam & Eve paroissent
 bien à l'origine, mais, bien loin que ce soit comme des Etres
 premiers, ils sont au contraire, produits les derniers de tous. Mr.
 * Ad Quid. Mosheim a donc frappé plus droit au but, dans le passage suivant.
 vortib. p. 441. „ Pherecyde dit, que de toute éternité Jupiter, le Temps, & la Terre
 „ ont existé. Je conviens, que par Jupiter il faut entendre ici la
 „ Cause suprême, & le principe de toutes choses, dotée de puissance
 „ & de sagesse; & les paroles qui suivent, ne nous permettent pas
 „ d'adopter un autre sens. Mais à Jupiter il joint d'abord le Temps,
 „ & ensuite la Terre. . . . Il veut enseigner par là, que la Divinité
 „ suprême a de toute éternité gouverné, digéré, & revêtu de la forme,
 „ qu'elle a présentement, cette masse; qui, depuis qu'elle a pris
 „ cette forme, porte le nom de Terre.” Si cette Interprétation est
 véritable, il faudra mettre Pherecyde au rang des Auteurs de la doctrine
 du double Principe; sur quoi nous nous expliquerons tout à
 l'heure davantage.

XXIV. *Maxime* de Tyr, Platonicien, expose avec un peu plus
 d'étendue ces opinions de Pherecyde, dans sa XXIX. Dissertation; où
 il examine; *Lesquels, des Poètes ou des Philosophes, ont eu les plus saintes idées de la Divinité?* Voici ses termes. „ Mais jetez les yeux sur
 „ toute la Poésie de ce Syrien, sur ce qu'il y dit de Jupiter, de Chthonia,

nia, & de l'Amour, de la génération d'Ophionée, du combat des Dieux, de cet Arbre & du Voile." (*) *Davies* a fort bien remarqué dans ses notes, comme *Ménage* l'avoit déjà fait sur *Diogene Laërce*, que *Maxime* appelle l'ouvrage de *Pherecyde* une *Poëse*, non qu'il fut écrit en Vers, mais parce que le sujet en étoit Poétique; car d'ailleurs il étoit en prose. Nous ne voulons pas expliquer avec trop d'étendue ces paroles de *Maxime de Tyr*, par des raisons qui seront alleguées plus bas. Un petit nombre de remarques suffiront. *Celse* dans *Ori-gene*, * avoit reproché aux Chrétiens, que c'étoit d'après la doctrine * p. 303. de *Pherecyde*, qu'ils avoient imaginé *Satan*. „Les Chrétiens, dit-il, tombent dans une erreur impie, deçus par leur extrême ignorance, & ne comprenant point les Myſteres Divins, lorsqu'ils font du Diable un ennemi de Dieu, qu'ils appellent en Hébreu *Satan*." Et un peu plus bas, pour indiquer ces myſteres, sur lesquels il dit que les Chrétiens sont tombés dans l'erreur d'imaginer *Satan*, il cite *Heracleite*, & continué ainsi; „Comme *Pherecyde*, qui range fabuleusement deux Armées contraires en bataille, mettant à la tête de l'une *Saturne*, & à celle de l'autre *Ophionée*, & rapportant plusieurs défis, combats, & certaines conditions, en conséquence desquelles, le parti qui seroit précipité dans l'Ogene, passeroit pour vaincu, tant dis que le parti victorieux, ayant chassé ses adversaires, posséderoit le Ciel?" Qui pourroit méconnoître ici les Dogmes de la Religion Chrétienne? Il n'est pas besoin d'attribuer l'invention de ces idées à *Pherecyde*, puis qu'elles existoient dans les Livres sacrés? Si donc ce Philosophe a parlé de la sorte, on ne sauroit douter qu'il n'ait profité des Ecrits de Moïse. C'est ce qu'affirme *Eusebe*: „*Pherecyde*, dit-il, † † *Præp. Ev. Lib. I. p. 10.* instruit par les Phéniciens, avoit fait une Dissertation Theologique, sur une Divinité qu'il appelle *Ophionée*, & sur les *Ophionites*“; c'est à dire, sur le Serpent ancien, & sur sa race. *Ce sont*, s'écrie *Mr. de Beaufobre*, * le Serpent ou le Diable, avec toutes les Puissances des ténèbres. Rien n'empêche donc que par *Ogeus* nous n'entendions *Hist. du Manich. Tom. I. p. 328.*

(*) Sed & totam Syrii illius inspicie Poësin, Jovemque & Chthoniam atque Amorem in illis; tum generationem Ophionis; pugnamque Deorum, & Arborem illam, ac Replum. p. 305.

† In Solin. la Gebenne, quoique Saumaïse † prétende trouver dans Hesychius, & dans Suidas, des preuves, que ce mot désigne l'Océan.

XXV. Restent l'Arbre & le Voile, dont parle Maxime de Tyr. Clement d'Alexandrie exprime ces idées, d'après Isidore, fils de Ba-
 * Strom. VI. slide, par δρῦν ὑπόπλερον, καὶ τὸ ἐπ' αὐτῇ πεποιημένον Φᾶρος. * Et
 c. 6. au même Livre, Chap. 2, il parle ainsi; „Pherccyde le Syrien dit:
 „Zas fait un beau & grand manteau, & y représente la Terre, Oge-
 „nus, & les demeures d'Ogenus.“ Cet Arbre & ce voile excitent
 de grandes divisions parmi les Critiques. Mr. de Beaufobre a rap-
 † Ubi sup. porté, † & examiné avec soin la plupart des opinions differen-
 P. 330. tes sur ce sujet. Sandius, dans son Traité de l'Ame, avoit prétendu,
 que le Chêne ailé, étoit l'emblème de l'Ame, & le Manteau celui du
 Corps; parce que Platon a attribué des aîles à l'Ame, & que la bi-
 garrure du manteau est propre à représenter la variété des Corps; à
 quoi il faut ajouter que les Anciens regardoient le Chêne, comme
 l'origine des Corps. Toute cette hypothèse étant fautive, elle entraîne
 • Spicil. II. l'opinion de Sandius dans sa ruine. Gravius aime mieux lire, * au
 P. 68. lieu de δρῦς, un chêne, δρύσιψ, qui signifie une espèce d'oiseau, mais
 il n'en rend aucune raison, quoiqu'il s'écarte en cela de tous les
 Auteurs, & en particulier de Maxime de Tyr, qui au lieu de δρῦς,
 s'est servi du mot de δένδρον, qui prouve clairement qu'il ne s'agit point
 † Cod. Pseud. d'un oiseau, mais que c'est d'un arbre. Suivant Fabricius, † le chêne
 V. T. p. 293. avec le manteau fournissent l'image de la Nature prolifique, &
 susceptible de mille formes. Mais comme cela ne remplit pas encore
 l'idée exprimée par les aîles, ce savant homme n'acquiesce pas à sa
 propre conjecture. Il en tire donc une autre du trésor de sa vaste
 erudition, suivant laquelle le Chêne est l'emblème de la Divinité, les
 Ailes signifient le Temps, & le Manteau toute la Nature, la Terre &
 les Mers; parce que toutes ces choses sont comme couvertes de la
 Divinité, & qu'elle s'y manifeste de toutes parts.

XXVI.

(*) Φερεκύδης ὁ Σύριος λέγει. Ζᾶς ποιεῖ Φᾶρος μέγα τε καὶ καλόν,
 καὶ ἐν ταυτῷ ποικίλλει γῆν, καὶ ὠγήνον, καὶ τὰ ὠγήνη δώματα.

XXVI. Aucune de ces conjectures ne plaît à Mr. *Brucker*. Il est donc dans l'idée, que Pherecyde par cet Emblème a voulu donner une idée de toute sa Doctrine. „Le Chêne, *dit-il*, * comme „le plus dur de tous les arbres, & le plus voisin de l'éternité, est „l'Image de la matiere eternelle, enceinte, pour ainsi dire, de la „Divinité pareillement eternelle, ou du Chaos joint à Jupiter. Cette „matiere ayant été agitée par l'emanation eternelle, Pherecyde en a „pris occasion de joindre à ces deux Principes le Temps, & la vicissitude de ce mouvement dans le Chaos, est exprimée par le Symbole „des aîles. Enfin, comme du sein du Chaos est sorti ce Monde, si „varié & si orné, on a choisi fort ingenieusement le manteau bigarré „pour servir d'emblème.“ C'est à regret que nous n'entrons pas dans les idées ingenieuses de ce Savant. Mais il ne faut pas multiplier les suppositions sans nécessité. Dans le Tableau de Pherecyde, le *Chêne représente la Terre*, située suivant les Anciens d'une maniere immobile au milieu du Monde; les branches, les feuilles, les fruits de cet arbre, indiquent les differens biens qui couvrent la surface de la Terre, & qui nourrissent les hommes & les bêtes. Ce chêne paroissoit ailé, *δρῦς ὑπόπτερος*, c'est à dire, non qu'il etendoit ses propres aîles, mais qu'il étoit couvert d'aîles etendues au dessus de lui. C'est l'Atmosphere, qui nous environne, & dans laquelle les nuées sont dans une agitation continuelle. Enfin le *beau & grand Voile*, Πέπλον, Φᾶρος μέγα καὶ καλόν, est le grand cercle du Monde, qui embrasse dans son enceinte les Mers & la Terre, l'Océan & toutes ses demeures, *ωγήνη δώματα*.

* 1. cit. p.
982.

XXVII. Au reste nous n'adoptons pas l'exposition du système de Pherecyde, telle précisément qu'elle a été faite par Mr. *Brucker*. Il l'a ramassée de toutes les traditions, qui ont couru sur le compte de ce Philosophe. Or il y a eu non seulement un Pherecyde Theologien, plus recent que le Syrien, & tout à fait different, comme *Saumaïse* l'a montré; mais il faut remarquer de plus, que tous les dogmes attribués à Pherecyde par des Ecrivains posterieurs à N. S. comme sont Maxime de Tyr, Clement d'Alexandrie, & d'autres, sont à juste

titre suspects, comme supposés & de pure invention. Ainsi le petit nombre d'idées, que les Anciens nous ont conservées de cette doctrine, doivent nous être d'autant plus précieuses, comme étant vraies & légitimes. C'est ce qu'a reconnu entr'autres un Savant d'une critique très exacte, c'est Mr. Mosheim, dans ses notes sur
 † p. 615. *Cudworth*. † Cet Auteur Anglois avoit dit: "Pherecyde enseigne
 „aussi, que Jupiter fut entièrement changé en Amour, quand il voulut
 „construire le Monde. (*)" Sur quoi Mr. Mosheim fait ce Commentaire.
 „Proclus rapporte ces paroles de Pherecyde, dans son Commentaire sur le Timée de Platon, Liv. III. p. 156. Mais il n'ajoute
 „pas, que ce Pherecyde soit l'ancien Philosophe de ce nom, auquel
 „sa Patrie a fait donner le nom de Syrien. Je soupçonne donc que
 „ces paroles regardent un autre Pherecyde Athenien, qui avoit écrit
 „un long Ouvrage sur la Theogonie, dont Saumaïse parle avec étendue dans ses *Exercit. Plin.* Quiconque jettera seulement les yeux
 „sur les paroles en question, ne désapprouvera pas, à ce que je crois,
 „cette conjecture." D'autres Critiques ont eu la même idée; & elle
 fait tomber entièrement tout ce prétendu rapport de la Philosophie de Pherecyde avec celle des Egyptiens. Car pour les Enigmes, ou Mystères, dont nous avons parlé ci-dessus, il faut les rapporter à un tems postérieur; & tout cela ne fut inventé, que quand l'esprit humain prit tant de goût pour les fictions, les Vers des Sibylles, les Livres Pseudepigraphes, Apocryphes, &c. Il seroit à souhaiter que
 * loc. cit. Mr. Mosheim eut conservé les mêmes idées ailleurs, * où il regarde
 p. 441. Not. 9. comme véritablement de Pherecyde, ces monumens tant vantés, mais si obscurs de la doctrine de ce Philosophe.

XXVIII. Le morceau de Pherecyde qu'Aristote a enlevé à l'injure du tems, est bien plus précieux. L'habile Anglois *Cudworth* a bien su le placer dans son Ouvrage. Pour établir la notion de Dieu, il dir, † „que les Philosophes sont partagés en deux opinions à cet
 † ub. sup. p. 206. „égard; les uns posant pour Principe de toutes choses la matière inanimée, & par conséquent la chose ou monde la plus vile & la moins

(*) εἰς ἔρωτα μεταβεβλήσθαι τὸν Δία, μέλλοντα δημιουργεῖν.

„moins parfaite; au lieu que d'autres pensent, qu'on doit regarder „l'Être, qui est la cause & le chef de toutes choses, comme surpassant „de beaucoup tous les autres en perfection & en excellence.“
Après quoi il continué ainsi; „C'est ainsi qu' Aristote nous a con- „servé cette maxime de Pherecyde: *Le premier engendrant doit être le „meilleur.*“ (*) Mr. Mosheim, dans sa Note sur cet endroit, cite le passage même tiré d'Aristote,* & dit, qu'il est douteux, s'il faut effectivement rapporter ces paroles à Pherecyde. Ce qui cause ce scrupule à notre Savant, c'est l'opinion commune de la manière abstruse, dont Pherecyde s'exprimoit. Car il ajoute, que ce que *Clement* d'Alexandrie en rapporte est si obscur, & si éloigné des idées communes, ou bien si Mythologique, qu' Hésiode, Orphée, & les autres Poètes, qui ont écrit sur les Dieux, sont plus clairs que le jour au prix de Pherecyde. Mais comme nous avons déjà écarté ci-dessus ce reproche d'obscurité, nous en appelons à Aristote, & nous demandons, qu'on lise sans préjugé le passage en question, soit tel que nous le traduisons, soit en original au bas de la page: (**) „Ceux qui ont un mélange de „Poésie, (c'est à dire, qui ont associé les Fables aux vérités,) & qui „n'ont pas tout proposé sous l'enveloppe des Fables, tel que Phere- „cyde & quelques autres, établissent *que le premier engendrant est le „meilleur.*“ Il saute aux yeux qu' Aristote compte Pherecyde au rang des Poètes, qui ont joint les Fables, les idées Mythologiques, aux vérités. Il faut donc que notre Philosophe ait reconnu *un Dieu Auteur de toutes choses, Être souverainement excellent, & d'une nature très parfaite.*

* *Metaph.*
L. XII. 64.

XXIX. En fixant un peu notre attention sur ces deux Dogmes de Pherecyde, l'immortalité de l'Âme, & la souveraine perfection de la Divinité, nous ne pourrions que l'absoudre de l'accusation d'impiété & d'Athéisme, que le vulgaire de Delos lui avoit intentée.

T t 3

Elie

(*) τὸ γεννησαν πρῶτον ἄριστον τιθέασιν.

(**) ἐπεὶ ὅγε μεμιγμένοι αὐτῶν, καὶ τὸ μὴ μυθικῶς πάντα λέγειν, οἷον Φερεκύδης, καὶ ἕτεροί τινες, τὸ γεννησαν πρῶτον ἄριστον τιθέασιν.

* Var. III. *Elien* nous apprend à quelle occasion : * " Pherecyde ; *dit-il*, étant
 L. IV. c. 23. " un jour assis avec ses Disciples dans l'Ile de Delos, (*qui n'étoit pas*
 " *éloignée de Syros* ,) disoit plusieurs choses sur les principes de sa fa-
 " gesse, & entr'autres qu'il n'avoit jamais sacrifié à aucune Divinité,
 " & que cependant il avoit vécu d'une maniere aussi douce & aussi
 " agreable, que s'il eût immolé des Hecatombes. Mais les Deliens
 " prétendent, qu'il paya bien cher dans la suite la vanité de ce di-
 " scours. " Telles sont ordinairement les décisions précipitées du
 Peuple, & l'exemple des habitans de l'Ile de Malte à l'égard de St.
 Paul en fournit une preuve évidente. Le docte *Perizonius* a donc
 très bien fait d'effacer Pherecyde du Catalogue des Athées, en rai-
 sonnant ainsi sur ce passage d'*Elien*. " Ni *Elien* dans aucun autre
 " endroit, ni aucun Auteur que ce soit, n'ont mis Pherecyde au nom-
 " bre de ceux qui nioient la Providence. Tout ce qu'on reconnoit
 " ici, c'est le véritable Maître de Pythagore, qui avoit en effet puisé ses
 " principaux Dogmes dans cette source. Or, suivant Pythagore, il
 " ne faisoit point égorger d'animaux, pour les offrir aux Dieux, mais
 " l'encens, les gâteaux, & d'autres choses semblables suffisoient. Je
 " croirois donc, que Pherecyde de même n'a point rejeté toutes
 " les offrandes sacrées, mais celles seulement qui consistoient dans
 " l'immolation des Animaux, & voila pourquoi il parle aussi-rot
 " après d'Hecatombes. Ainsi il vouloit, par son exemple, ramener
 " les hommes aux sacrifices primitifs, qui consistoient dans l'encens,
 " & dans les productions de la Terre, d'où est venu le mot *théon*,
 " quoique dans la suite on l'ait appliqué à désigner principalement
 " les sacrifices des victimes. Cependant les Deliens regardoient ce
 " langage comme fort impie, parce que, dès ce tems là, les Heca-
 " tombes, & les autres sacrifices sanglans, étoient non seulement des
 " choses fort usitées, & communément requës de presque tous les
 " Peuples, mais encore, parcequ'on en retiroit à Delos une utilité
 " particulière, à cause du concours d'étrangers qui venoient à grands
 " fraix offrir des sacrifices dans cette Ile. " Tout cela étoit très con-
 forme à la Theologie des Pheniciens, ou plutot, des Hebreux, dans
 laquelle

laquelle Pherecyde avoit fait des progrès. Il suffit, pour le justifier, de citer le beau passage qu'on lit au Chap. VI. des Révelations du Prophete Michée: *Avec quoi préviendrai-je l'Eternel; & me prosternerai-je devant le Dieu Souverain? Le préviendrai-je avec des holocaustes, & avec des Veaux d'un an? L'Eternel prendra-t-il plaisir aux milliers de moutons, ou à dix mille torrens d'huile? Donnerai-je mon premier né pour mon forfait, le fruit de mon ventre pour le péché de mon ame? O homme! Dieu t'a déclaré ce qui est bon; & qu'est-ce que l'Eternel demande de toi, si non que tu fasses ce qui est droit, que tu aimes la benignité, & que tu marches en toute humilité avec ton Dieu?*

XXX. *Gregoire Abulpharage*, un des meilleurs Historiens Orientaux, qui fleurissoit au X. Sieclé, fait mention de notre Pherecyde, dans son *Histoire des Dynasties*. " Dans ce tems là, dit-il, étoit ce lebré Pharaohudes, Auteur des Fables, Precepteur de Pythagore." *Fabricius*, * à la diligente recherche duquel nous devons cette citation, y joint son jugement en ces termes; " C'est peut-etre, parce " qu'il attribué à Pherecyde de Syre cette Theogonie toute rem- " plie des fictions des Poëtes, que Suidas a mis aussi sur son compte." Faut-il s'étonner qu'*Abulpharage* ait confondu l'ancien Pherecyde avec le nouveau, puisqu'un si grand nombre de nos Auteurs n'ont pas su en faire la distinction?

* Biblioth.
Gr. T. I. p.
822.

XXXI. *Diogene Laërce* fait une remarque singuliere dans sa vie de Pherecyde. Elle renferme un echantillon de la langue des Dieux; qui au dire de Pherecyde, appelloient *Θεοὶ*, ce que les Grecs nommoient *ῥαῖεςα*. On a les recherches de plusieurs Savans sur la *Langue des Dieux*. Homere en a fait la premiere mention, & après lui Platon, Ovide, Maxime de Tyr, Clement d'Alexandrie, en ont parlé, sans compter les Interpretes d'Homere. Il paroît pourtant, en consultant ces Auteurs, que nous ne savons point encore, ce que ce Prince des Poëtes a voulu désigner par son Dialecte des Dieux. Celui qui s'est donné le plus de peine pour répandre du jour là dessus, c'est

c'est *Cbretien Henri Postel*, homme savant, laborieux, & d'un esprit vif, qui dans un petit Ouvrage Allemand, imprimé à Hambourg en 1700. où il donne un savant Commentaire sur *la ruse de Junon*, racontée au XIV. Livre de l'Iliade, traite au long de *la Langue des Dieux*. Après avoir rassemblé de toutes parts les témoignages des Anciens, & les explications des Savans, il décide enfin, " qu'Homere entend par la Langue des Dieux la plus ancienne de toutes, celle des Scythes, ou Celtes; & que c'est en effet des Celtes que les plus anciens Grecs ont reçu, & leurs Dieux, & leur premier langage." Cette idée de *Postel* a été ensuite examinée par *Lakemacher*, † qui a pris une route toute opposée. Car il croit, qu'Homere a voulu opposer les Grecs aux Phrygiens; & que pour exprimer combien les premiers surpassoient les autres en sagesse & en raison, il les a honoré du nom de Dieux, traitant les Phrygiens d'étrangers & de Barbares: que, preuve de cela, les prétendus mots Divins qu'il rapporte, sont pris de la Langue des Grecs, & les termes humains de celle des Phrygiens. Nous n'entreprenons pas de terminer ces disputes Grammaticales, qui demanderoient plus de loisir, & conviendront mieux dans une autre occasion. Pour ce qui regarde le passage en question, il est aisé de l'expliquer par les Livres des Pheniciens, dont Pherecyde avoit fait l'acquisition. Hesychius dit que le θυωρός étoit une *Table destinée au culte Divin, propre à recevoir les Sacrifices*. (*) Le mot vient, comme Casaubon l'a remarqué παρὰ τὰ θύη ὡγεῖν, & c'est ce que les Latins nommoient *Anclabris*, les Hebreux מזבח, un *Autel*. Or un Autel, dans l'Ecriture Sainte du V. T. est souvent nommé תבליט, *Table*. La même chose donc qu'on appelloit, lorsqu'elle servoit aux usages ordinaires τράπεζα, une *Table*, prenoit dans le culte sacré le nom de θυωρός, ou *Autel*.

XXXII. Ce n'est pas une mediocre gloire pour Pherecyde, que d'avoir eu un disciple tel que Pythagore, que la Philosophie a reconnu dans la suite pour un de ses plus grands Maîtres. Ici toute l'Anti-

† Observ.
Philol. Lib.
II. 4.

(*) τράπεζα ἢ τὰ θύη φυλάσσειν.

l'Antiquité est d'accord. *Diogene Laërce* témoigne, qu'*Andron* d'Ephèse „rapportoit, que *Pherecyde* Theologien, fils de *Badys*, avoit eu pour „Auditeur *Pythagore*.“ *Diogene* repete la même chose dans la vie de *Pythagore*. *Ciceron*, *Elien*, *Porphyre*, *Jamblique*, *Apulée*, *Suidas* & d'autres Auteurs, disent tous; „que la renommée publique dépose, „que c'est par *Pherecyde* que *Pythagore* avoit été instruit. (*)“ Et ce n'est pas même par une simple tradition, que l'Antiquité nous a transmis ce fait; elle l'a en quelque sorte consacré à l'Eternité par un très beau monument. *Mr. Beger*, très habile Antiquaire, fournit * *Spicil. Antiq.* deux Tableaux tirés de *Pigbius*, qui représentent le berceau, ou p. 136. pour mieux dire l'enfance, & la premiere adolescence de *Pythagore*. On voit dans la seconde, *Pythagore*, tout jeune encore, & desirieux d'apprendre, *νεὸν καὶ Φιλομαθῆ*, accompagné de *Mercur* & de deux *Muses*, & présenté à *Pherecyde*, pour en recevoir les premiers rudimens des sciences. Nous ne copierons point ce que *Mr. Beger* remarque à cette occasion; car ce ne seroit qu'une repetition inutile de choses, que nous avons déjà dites.

XXXIII. Dans la suite des tems le Disciple a eu tant d'eclat, & a tellement surpassé le Maître, qu'il a entierement eclipsé sa renommée, ses discours & ses ecrits, de maniere que peu s'en faut que le souvenir ne s'en soit effacé. Nous nous hâterons donc de finir, en examinant en peu de mots, de quel genre de mort *Pherecyde* mourut. *Diogene Laërce* en parle ainsi; „Quelques uns croient, „qu'étant allé à Delphes, il se jeta du haut en bas du mont *Corycius*. Mais nous avons plusieurs témoins, qui détruisent cette rumeur incertaine, & qui prouvent, que *Pherecyde* n'a point fini ses jours par ce genre de mort violent. *Diogene Laërce* continuë ainsi; „Mais „*Aristoxene*, dans le Livre où il traite de *Pythagore* & de ses Amis, „rapporte, que *Pherecyde* mourut de maladie, & qu'il fut enseveli „par *Pythagore* dans l'île de *Delos*.“ Ce recit est fort juste; aussi *Aristoxene* est-il qualifié, dans *Aulu-Gelle*, d'Ecrivain très exact par rapport aux faits de l'Antiquité, *Vir litterarum veterum diligentissi-*

(*) διδασχθῆναι ὑπ' αὐτοῦ Πυθαγόραν λέγουσιν.

mus. Il étoit de Tarente, & disciple d'Aristote. Quant à l'espece même de la maladie, *Diogene Laërce* l'indique aussi-tôt après: „On „dit qu'il mourut rongé des poux. Et comme Pythagore, qui étoit „venu lui rendre visite, lui eut demandé comment il se portoit, il „tira un doigt de dessous la couverte, & lui dit; Considérez ma peau.“

† *Var. Hist.*
IV. 23.

Ecoutons *Elien*, qui développe davantage ce fait. † „Pherecyde le „Syrien, *dit-il*, fit la mort du monde la plus misérable, tout son „corps ayant été rongé par les poux; & comme son visage en étoit „défiguré, il refusa de voir ses Amis. L'un d'eux pourtant, (savoir „Pythagore,) s'étant introduit chez lui, & lui ayant demandé, com- „ment il se portoit; il lui montra par le trou de la porte son doigt, qui „étoit entierement décharné, & lui dit qu'il en étoit de même de „tout le reste du corps.“ Le même *Elien* décrit énergiquement ailleurs toute l'horreur de ce mal, en ces termes; „Pherecyde, Pré- „cepteur de Pythagore, étant tombé en langueur, transpiroit d'abord „une sueur chaude, visqueuse, & semblable à des mucosités, qui de- „vint ensuite pediculaire, & le jeta dans la Phtiriasé. Toutes ses „chairs se réduisant en poux, la corruption s'y mit, & il finit ainsi „sa vie.“ Il seroit superflu de rassembler ici tout ce qui a été écrit par les Commentateurs, & par d'autres Ecrivains, sur la maladie pediculaire, & sur ceux qui en sont morts. Les seuls Commentateurs d'*Elien* suffisent pour satisfaire la curiosité de ceux, qui en ont sur ce sujet.

‡ *In Excerpt.*
Falst.

XXXIV. Pythagore, bon juge des vertus & des devoirs, crut qu'il étoit d'un disciple reconnoissant de ne pas abandonner un Maître livré à une maladie si déplorable, mais qu'il falloit au contraire en prendre soin, jusqu'au dernier soupir, & même au delà du trepas, en ordonnant ses funérailles. *Diodore de Sicile* ‡ nous instruira de la maniere dont Pythagore s'aquitta de ce pieux devoir. „Ayant ap- „pris, *dit-il*, que Pherecyde, qui avoit été son Maître, se trouvoit „dangereusement malade dans l'Ile de Delos, il y passa aussi-tot „d'Italie; & après avoir servi pendant quelque tems ce vieillard, & „donné tous les soins à lui rendre sa premiere santé; enfin la vieillesse, & la force du mal ayant vaincu, il lui procura une honnête se- „pulture;

„pulture; & après avoir ainsi tenu en tout la conduite d'un fils à „l'égard d'un Pere, il repassa en Italie.“ *Jamblique* en dit autant, de même que *Porphyre*, dans la vie de *Pythagore*. Et voici les termes d'*Apulée*; „*Pythagore* révéra *Pherecyde*, comme son „Maître, & une terrible maladie l'ayant comme réduit en pourriture, „& couvert d'une gale pleine de serpens, il eut un soin religieux de „sa sepulture. (*)“ On peut consulter ici *Menage*.* Enfin *Diogene Laërce* termine son Article de *Pherecyde*, par une Lettre de ce Philo-
*Ad Diog. L.
Pherec. §. 118

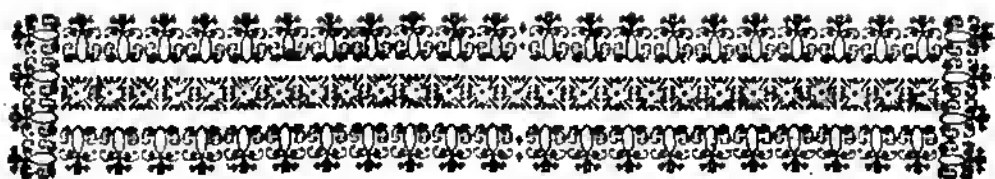
XXXV. *Jagues Gronovius*, qui a digéré le Tresor des Anti-
 quités Greques, fournit d'après ce Tableau de *Beger*, dont nous
 avons parlé ci-dessus, une Image de *Pherecyde*, qu'il a fait parfai-
 tement bien graver, † & il y joint un Eloge de ce Philosophe, que † *Antiq. Græc.*
 nous placerons ici, pour servir de clôture à cette Dissertation. „La *Tom. II. fig.*
 „*Providence Divine*, dit-il, ayant fait concourir plusieurs choses à *37.*
 „la gloire de ces tems là, (il parle du Siecle de *Pherecyde*,) aucune
 „particularité ne doit etre négligée, quelque legere qu'elle pa-
 „roisse, & de quelque maniere qu'elle nous soit parvenue. Puisqu'il
 „nous reste donc un monument ancien, quoiqu'il ne soit pas de la
 „plus haute Antiquité, ou *Pherecyde*, ce Philosophe de l'Ile de *Sy-*
 „*ros*, si illustre par ses discours, par ses actions, & par ses
 „ecrits, & qui tient le premier rang parmi les sages de son
 „tems, nous est représenté, avec une Physionomie belle & remar-
 „quable, j'ai cru devoir placer ici ce morceau. Qu'on ne fasse
 „point au reste une Critique, fondée sur ce que *Pherecyde* paroît ici
 „après *Thales*, quoique quelques Ecrivains fassent *Thales* Maître de
 „*Pherecyde*. Nous n'avons aucun dessein de lui enlever cette
 „gloire, si tant est qu'elle soit veritable. Mais nous ne voulons pas
 „nous

Uu 2

(*) *Pherecydem Pythagoras Magistrum coluit, & infandi morbi putredine in scabium serpentium solutum, religiose humavit.*

„ nous écarter de Cicéron , qui dit, que Pherecyde vivoit du tems du
 „ Roi de Rome, qui portoit le même nom que cet Orateur Romain.
 „ On peut rapporter cette date à divers tems de la vie de Pherecyde.
 „ Il pourra également avoir été contemporain de Crésus, avoir ouï
 „ Pittacus, comme le prétend *Diogene Laërce*, & avoir été le Maître
 „ de Pythagore; sur quoi toute l'Antiquité est unanime, & le mo-
 „ nument, d'où nous avons tiré l'Image de Pherecyde, confirme prin-
 „ cipalement cette opinion. Ceci peut donc servir à éclaircir & à
 „ confirmer ce que j'ai déjà dit plus au long dans un autre endroit,
 „ & dont je ne fais que donner ici le précis. Il n'est pas besoin
 „ de s'étendre davantage sur ce Pherecyde? *Gerard Jean Vossius* en
 „ a donné un Article fort exact & fort circonstancié dans ses *Histo-*
 „ *riens Grecs*. On y peut joindre les Commentateurs de *Diogene*
 „ *Laërce*; & nous y renvoyons les Lecteurs, n'étant pas de ceux
 „ qui remplissent leurs Ecrits de choses pillées dans d'autres. “
 Ainsi parle Gronovius, avec ce ton de hauteur qui lui est assez or-
 dinaire. Notre Dissertation pourra servir de pierre de touche, pour
 éprouver, si tout ce qu'il avance est juste. Après l'avoir luë, on n'aura
 non plus aucune peine à distinguer les autres Pherecydes, de celui
 qui vient de faire l'objet de nos recherches.

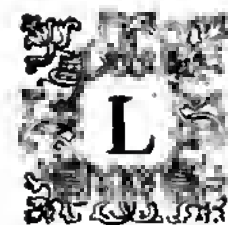




LES PREUVES DE L'EXISTENCE DE DIEU,

RAMENÉES AUX NOTIONS COMMUNES

PAR MR. FORMEY.



es deux grands objets vers lesquels notre Ame se porte invinciblement, sont la Verité & le Bonheur. Notre tâche ici bas consiste à les démêler, parmi les apparences & les illusions dont nous sommes environnés. On fait quelle est la conduite du gros des hommes à cet égard. Ils se payent de tout ce qui s'annonce à eux sur le pied de Vrai & de Bon; ils adoptent l'un, ils s'efforcent de jouir de l'autre; ils se croient arrivés au but pour lequel ils ont été formés, lorsque leur Esprit est rempli d'un certain nombre de notions confuses, & que leur Corps est successivement affecté par des sensations agréables. Personne n'ignore quelle est l'issue de cet état; il suffit de renvoyer à l'Experience, & de jeter un coup d'oeil autour de soi, pour apercevoir des mondains détrompés.

Ce n'est pas à dire que ce qu'on nomme par une espece de mépris le *Vulgaire*, soit seul capable de ces égaremens. Le titre de Savant est, pour ainsi dire, l'enseigne du savoir; mais de ce qu'on l'on nomme savoir à la véritable science, il y a encore bien loin. Un grand amas de connoissances ne suppose pas toujours des idées di-

finctes; c'est beaucoup qu'il n'y soit pas un obstacle. Le Savant, pour soutenir son titre, va plus vite dans la route de l'erreur, que l'homme sans lettres; il entasse rapidement notions sur notions, mais c'est l'entassement des Montagnes par les Geans de la Fable, un coup de foudre de Jupiter, un rayon de l'evidence, disipe tout en eclats. Ainsi, ceux qui croient que la verité défigurée par l'ignorance, par la superstition, par toutes les fausses idées du peuple, se trouve au moins dans le cerveau des Savans, comme dans une espece de Magasin, où rien ne l'altère, jugent à peu près aussi solidement, que ceux qui se persuadent, qu'un manteau, ou un froc, & de grandes apparences de dévotion & de mortification, recèlent infailliblement toutes les Vertus Morales & Chrétiennes.

Si je voulois examiner d'où procede ce défaut de science réelles & solide dans le monde, j'entreprendrois un travail presque immense. Il faudroit passer en revue les causes interieures & exterieures du peu de progrès de nos connoissances, il faudroit examiner les préjugés de toute espece qui nous obsèdent, les passions qui nous tyrannisent, les distractions qui nous éloignent du but, la paresse qui nous lie les mains, & nous plonge dans l'inaction. Mais je ne veux toucher qu'une cause de confusion dans nos idées, & d'erreur dans nos jugemens; c'est celle que le titre de ce Mémoire indique en quelque sorte. Elle consiste en ce que nous ne prenons aucun soin de ramener les preuves que nous adoptons, & les raisonnemens que nous formons; aux premiers principes de nos connoissances, à ces notions communes, qui peuvent seules produire l'evidence, & nous amener à une pleine conviction. On vit à cet egard véritablement au jour la journée. Quand on croit tenir une verité, avoir découvert une nouvelle preuve, on la met en ligne de compte avec les autres, pour s'en servir au besoin, sans voir d'où découle cette verité, à quoi cet argument tient, sans en débrouiller l'extraction, & lui faire faire, si je puis ainsi parler, ses preuves. De là vient que la Theologie, la Philosophie, & presque toutes les Sciences, excepté les Mathematiques, ne sont devenus des Systèmes, que si tard, & de nos jours; car, quoiqu'elles en portaient auparavant le nom, ce n'étoient que des titres

titres découfus, des raisonnemens fur diverses Questions, où l'on se servoit du principe les plus voisin que l'on trouvoit sous sa main, sans se mettre en peine, si ce principe étoit démontré, ni d'où il tiroit sa démonstration. En tenant cette conduite, il est impossible d'arriver à des Theories, d'enchaîner entr'elles toutes les propositions d'une Science, en les subordonnant à certains Axiomes, à certaines verités primitives, qui entrent en qualité de principes dans toutes les démonstrations de cette science, & qui, par le fil de conséquences légitimes, mènent l'esprit humain aussi loin qu'il peut aller. Toute étude, qui n'est pas conforme à ce plan, quelque honneur qu'elle puisse faire dans le monde, ne conduit à rien. Si les Mathématiciens ont passé pendant tant de siècles pour les seuls dépositaires de la certitude, c'est que leur Science étoit en effet la seule qui eut des principes incontestables, & qui ne les perdit jamais de vue. Si *Descartes* a fait les premiers pas, & les pas essentiels, dans la Réformation de la Philosophie, c'est que " sa principale étude a été, comme il le dit " lui-même, * de rechercher certaines verités très simples, qui étant " nées avec nous, ne sont pas plutôt aperçues, qu'on pense ne les " avoir jamais ignorées. " Si de grands Philosophes modernes travaillent avec succès à réunir toutes les parties de la Philosophie, d'une manière qui en fasse cette *Encyclopedie* tant désirée, c'est qu'ils ont pris soin de remonter jusqu'aux premiers principes de la certitude de nos connoissances, & de les placer à la tête de la Métaphysique, pour en faire le fondement inébranlable de toutes leurs Démonstrations. Il n'est pas surprenant qu'on n'ait pu en venir là que fort tard. Ce n'est pas que les premières notions de la Métaphysique soient moins claires, & gravées en caractères moins ineffaçables dans nos esprits, que celles des Mathématiques. Mais elles sont plus difficiles à découvrir, parce qu'elles ont eu de tout tems & qu'elles ont encore aujourd'hui à combattre, les plus redoutables ennemis de toute vérité, les sens & l'imagination, qui obscurcissent ces verités dans la plupart des hommes; des Philosophes même, & qui arrêtent notre assentiment. Ajoutez qu'il ne découle des verités Mathématiques aucune conséquence, qui intéresse notre cœur & nos passions, au lieu qu'il n'en est pas de même

même des notions Métaphysiques, qui influent nécessairement sur la Théologie Naturelle, & sur la Morale. Ce qui fait qu'on envisage différemment ces principes, & les vérités qui en naissent, c'est que l'intérêt qu'on prend dans les unes, ne se trouve pas dans les autres.

La Vérité & le Bonheur sont deux choses unies d'un lien indissoluble. L'ouvrage de notre perfection est un Tout, composé de ces deux parties essentielles, dont l'une ne sauroit exister sans l'autre. Je vais même plus loin, & je dis que la Vérité est le principe du Bonheur, que c'est la première idée de notre perfection, par laquelle la seconde est déterminée. En effet, c'est la réflexion qui fait tout le prix du Bonheur, ou plutôt, qui en fait l'essence même, comme le justifie la comparaison de l'homme avec les animaux. Plus donc cette réflexion devient distincte, épurée, analysée, plus notre félicité s'accroît. Les mondains ont raison de dire qu'il ne faut pas creuser, approfondir, s'appesantir en quelque sorte sur les plaisirs de la vie, & que tous ces raffinemens ne servent qu'à les gâter & à les faire évanouir. Rien de plus vrai. Mais ils prononcent par là leur propre condamnation, ils font un aveu authentique que leur bonheur n'est qu'une ombre, vuide de réalité, & qu'ils ne font qu'effleurer la surface des objets, dans lesquels ils placent leur félicité. Au contraire les biens réels, & les plaisirs solides, ne demandent que la pierre de touche de l'examen & de la réflexion. A leur égard, chaque pas vers la Vérité est nécessairement un pas vers le Bonheur.

S'il y a quelque Vérité, dont la liaison avec le bonheur soit d'une évidence incontestable, c'est assurément le Dogme capital de l'Existence de Dieu. Nous trouvons dans cet Etre des Etres tout ce qui est digne d'occuper notre esprit, tout ce qui est capable de remplir notre cœur. On l'a dit mille fois, on ne sauroit trop le redire. Ainsi, travailler à mettre les preuves de l'Existence de Dieu dans un jour complet, c'est travailler au bonheur du genre humain, dont les Athées sont assurément les plus dangereux, & les plus cruels ennemis. Mais j'entens quelqu'un qui m'arrête ici, & me dit; N'allez pas plus loin, & ne vous engagez pas dans de longues discussions à pure perte. Il n'y

n'y a point d'Athées; vous vous forcez mal à propos des Ennemis pour les combattre. La chose vaut bien la peine en effet de donner quelques momens à examiner la réalité de ces Adversaires, & les peines qu'il convient de prendre pour leur réfutation. Il y auroit eu beaucoup de controverses d'épargnées dans le monde, si l'on n'avoit jamais négligé de constater la réalité des erreurs, sur lesquelles ces controverses rouloient.

Il est bien certain qu'il ne sauroit y avoir d'Athée convaincu, car il faudroit pour cela que son Systeme l'eut conduit à la Demonstration; c'est à dire, qu'il n'y ait effectivement point de Dieu. Mais peut-on nier que l'illusion n'ait été assez forte sur plusieurs Génies, pour voiler aussi pleinement à leurs yeux l'idée de Dieu, que s'il n'existoit point? Une fausse persuasion, un acquiescement précipité à des Sophismes, dont ils n'ont pas su se démêler, n'ont-ils pas retenu dans cette malheureuse erreur quantité de prétendus Philosophes, qui ont été par conséquent appelé à bon droit Athées. Je vais plus loin. Les idées basses & indignes de la Divinité, qu'ont nourri les plus grands Philosophes de l'Antiquité, ne sont-elles pas une sorte d'Athéisme? Donner de faux attributs à la Divinité, & n'avoir aucune notion de ceux qui lui conviennent, est-ce reconnoître un Dieu? Parmi les Chrétiens mêmes, combien de personnes qui ne pensent pas plus sainement sur cet important sujet? La superstition n'exerce encore qu'un trop tyrannique Empire dans le Monde; elle n'entretient que trop d'opinions erronées sur la Divinité, ses perfections, & sa Providence. Tout cela approche beaucoup de l'ignorance de Dieu, des doutes contre son existence, de l'Athéisme même. L'imperfection de la Morale en particulier est une preuve de fait, que les idées de la Divinité ne sont pas épurées au point où elles devroient l'être (*)

II

(*) La liaison des saines idées de la Divinité avec la pureté de la Morale a été apperçue des Anciens, & il y a là dessus une magnifique passage dans les Tusculanes de Cicéron, V. 25. *Ipsa enim cogitatio de vi & natura Deorum suadum incendit illius aternitatis imitanda, neque se in brevitae vite collocatum putat,*

Il y a plusieurs causes de ces égaremens. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans aucun détail là dessus. Je crois avoir déjà insinué le grand obstacle, c'est la liaison des devoirs avec les verités. On rejette celles-ci, de peur d'être obligé d'adopter ceux là, sur le pied de conséquences nécessaires. Sans cela rien n'arrêteroit; & s'il étoit possible que la connoissance de Dieu ne nous obligeât à rien, & n'influât point sur notre conduite, elle n'auroit jamais été un sujet de contestation parmi les hommes. Car quelle difficulté y a-t-il à reconnoître l'existence de Dieu? Tout ce que Dieu fait le prouve; tout ce que les hommes & les animaux font, le prouve; tout ce que nous pensons, tout ce que nous voyons, tout ce que nous sentons, le prouve. En un mot, il n'y a rien qui ne le prouve, ou ne puisse le prouver à des esprits attentifs, & qui s'appliquent sérieusement à la connoître.

On a pris cependant de nos jours tous les soins possibles pour mettre les preuves de l'Existence de Dieu dans un degré d'evidence, qui fermât pour jamais la bouche aux Incrédules. La matiere a été traitée *ex professo* par les plus habiles Auteurs, & il n'y a point d'ordre de preuve, qui n'ait été manié, & poussé avec succès. La Metaphysique & la Physique se sont disputées la gloire de fournir les armes

cum rerum causas alias ex aliis aptas, & necessitate nexas videt. Quibus ab aeterno tempore fluentibus in aeternum, ratio tamen, mensque moderatur. — — — Hinc illa cognitio virtutis exsistit: efflorescunt genera, partesque virtutum; invenitur, quid sit, quod natura spectet extremum in bonis, quod in malis ultimum, quo referenda sint officia, quae degenda aetatis ratio deligenda. Il sembleroit, en lisant ces belles paroles, qu'une Science, dont on connoit depuis si longtems l'importance, devoit avoir été cultivée, de maniere à se trouver présentement au plus haut période de sa perfection. Le P. Malebranche va nous en instruire. „ Il n'y a „ point, dit-il, de Science qui ait tant de rapport à nous que la Morale, c'est „ celle qui nous apprend tous nos devoirs; ce que nous devons à Dieu, à „ notre Prince, à nos parens, à nos amis, & généralement à tout ce qui nous „ environne, elle nous enseigne même le chemin qu'il faut suivre pour devenir „ éternellement heureux; & tous les hommes sont dans une obligation essen- „ tielle, ou plutôt dans une nécessité indispensable de s'y soumettre uniquement. „ Cependant il y a six mille ans qu'il y a des hommes, & cette science est „ encore imparfaite. “ *Recherch. de la Ver. S. IV. Ch. 2.*

armes les plus fortes. Et tous les grands hommes qui se sont signalés dans cette noble carrière, méritent assurément les plus justes éloges. Néanmoins une chose à laquelle il me semble qu'on n'a pas fait assez d'attention, c'est que l'on ne doit pas tant compter sur le nombre des preuves, que sur leur force. Jusqu'à présent on a presque pris la route contraire, & contens de multiplier les Arguments, les Philosophes ne se sont pas attachés, autant qu'ils l'auroient dû, à développer & à analyser les preuves ordinaires de l'existence de Dieu, de manière à les ramener aux premières notions, qui étant les seules évidentes par elles mêmes, font réjaillir leur évidence sur les vérités qu'on en déduit par des conséquences légitimes. C'est là pourtant, j'ose le dire, en quoi consiste tout l'art de démontrer; c'est le seul moyen de changer nos idées confuses en idées distinctes, & nos probabilités en Axiomes. Car toute démonstration n'est autre chose que le développement de la notion à laquelle répond, & d'ou dépend, la proposition qu'on veut démontrer. Avant ce développement, il n'étoit pas manifeste que la proposition fut contenue dans son principe; on le prouve, & par là même on démontre. Mais cela ne sauroit avoir lieu, tant que la notion commune demeure confuse. Ceux qui prétendent que les notions communes confuses suffisent dans les Sciences, parce qu'on peut s'y borner dans le cours ordinaire de la vie, font une très mauvaise induction, ignorant sans doute que dans les Sciences une conséquence se déduit de l'autre, & qu'on arrive par une longue chaîne de raisonnemens à la dernière, dont on ne peut connoître la force & la valeur, qu'autant qu'on a des idées distinctes & déterminées de toutes les Propositions, qui ont formé les raisonnemens, dont elle est le résultat; tout comme l'on ne peut savoir à combien monte le Trésor d'un Roi, si l'on ne connoît le nombre des sacs, ou coffres, qui s'y trouvent, avec la quantité & le prix des especes contenues dans chacun de ces sacs, ou coffres. Si après cela l'on s'étonne que cette grande route ne soit pas la plus battue, je ferai quelques remarques qui diminuëront cet étonnement. La première, c'est qu'elle ne s'accorde pas avec l'inclination des hommes, qui ont naturellement du mépris pour les choses qui semblent faciles, & qui n'aiment

pas à s'arrêter long tems à la considération des idées simples. L'expérience vient ensuite leur apprendre, que la connoissance la plus exacte des choses ordinaires ne donne point de considération dans le monde, & que celle des choses mystérieuses & extraordinaires, quelque confuse & imparfaite qu'elle puisse être, attire toujours l'estime & le respect de ceux qui se font volontiers une haute idée de ce qu'ils n'entendent pas; motif déterminant pour la vanité inhérente à tout homme, & dominante dans le Savant. C'est ainsi qu'une infinité de gens perdent le sens commun, parce qu'ils veulent le passer. Je remarque ensuite, qu'en général la Metaphysique est une Science abstraite qui ne flatte point les sens, & dans laquelle toute ame imbuë des goûts & des habitudes ordinaires, n'éprouve aucun plaisir. C'est ce qui fait que cette Science est fort négligée, & que l'on trouve souvent des personnes assez stupides pour nier hardiment les notions communes. Ils ne les ont jamais considérées d'une vue assez fixe, & assez nette, pour en découvrir clairement la vérité; & ils ont fait quelque fois des expériences qui les ont fausement convaincu, que quelques unes de ces notions n'étoient pas vraies. Pour débrouiller & rectifier tout cela, il faudroit des efforts dont ils ne sont pas capables, par la longueur des habitudes contraires qu'ils ont contractées, ou qu'ils refusent de faire, parce qu'ils croient qu'il n'y a point de proportion entre le travail & la récompense.

Quelle autre source de l'evidence pourrions-nous cependant concevoir, que cette analyse qui ramene toutes les vérités subordonnées, & dépendantes, à celles d'où elles découlent. L'Ordre Geometrique, qu'on a toujours regardé comme la marche la plus sûre de l'esprit humain, n'est pas autre chose. Il consiste à faire naître, pour ainsi dire, les Propositions les unes des autres, à en dresser une espece de Genealogie, qui les lie toutes entr'elles, qui les rappelle à une même origine, & qui les fasse distinguer par le rang qu'elles doivent tenir dans la suite non-interrompue de leur génération. C'est par là qu'on peut faire sentir ce que c'est que l'Evidence, & par quel moyen on la discerne des autres états de l'ame, où l'assentiment qu'elle accorde n'est qu'une simple persuasion. Et après avoir saisi
- cette

cette evidence dans les Axiomes, dans les notions communes, on peut la conserver dans toute la suite d'un long raisonnement, & la porter jusques dans les conséquences les plus éloignées des principes où on l'a puisée. Il n'y a point d'autre voye d'arriver à l'exemption parfaite de tout doute, il n'y a point d'autre caractère distinctif de la Démonstration. A la faveur de cette Méthode, on a conduit les connoissances les plus sublimes à ces Theories, qui, plus elles sont générales, plus elles coincident avec les principes du sens commun. La profondeur de l'esprit humain n'est, à proprement parler, que ce talent de réduire les idées distinctes à d'autres encore plus simples & plus nettes, jusqu'à ce qu'on ait atteint la dernière résolution possible à notre Entendement. Qui verroit à quel point chaque homme a poussé cette analyse, auroit, pour ainsi dire, l'Echelle graduée de tous les esprits.

On m'objectera peut-etre, que les Notions communes peuvent être un principe d'erreur, tout comme de verité, & l'on m'alléguera l'exemple des Athées eux-mêmes, qui y ont recours dans leurs Hypotheses. N'est-ce pas en effet par l'Axiome, *Ex nihilo nihil fit* ; qu'ils prouvent l'impossibilité de la Création? Mais de quel droit confondra-t-on l'usage des notions communes avec leur abus? Si les Athées forment de semblables Sophismes, n'est-ce pas au contraire uniquement, faute d'avoir débrouillé les notions communes? Dans le cas, par exemple, dont il s'agit ici, qu'est-ce qui les jette dans l'erreur, sinon qu'ils confondent mal à propos le Fini avec l'Infini? Il est bien vrai que dans la Nature, dans les opérations des Etres finis, tout les effets, toutes les modifications, exigent un sujet préexistant. Mais quelle conséquence y a-t-il de là aux effets de la Puissance infinie de l'Etre supreme? Quelle contradiction peut-on découvrir dans l'affertion, que Dieu a donné l'existence à ce qui n'etoit que possible? Ne seroit-ce pas plutot une extravagance de soutenir, que l'on comprend parfaitement la nature de l'Etre indépendant, immuable, éternel, infini, une témérité de vouloir mesurer son action à celle d'un Etre fini? Ou bien, est-on en droit de nier l'action de cet Etre, parce qu'on ne peut pas s'en former une idée distincte? Mais il y a encore là de-

dans quelques idées qui demandent un peu plus de développement, & je crois pouvoir m'y arrêter, sans faire une digression étrangere à mon sujet.

Il y a deux manieres de concevoir l'Infini, totalement différentes l'une de l'autre. La premiere est le fruit de notre Imagination, lorsque, par une addition continuelle du fini, elle forme une espece de phantome d'Infini, qui n'est autre chose que l'épuisement de notre faculté d'imaginer, & qui ne nous eleve point à l'idée de perfections superieures à celles des Etres finis, qui ont servi de matériaux à notre prétendu Infini. Voilà la notion souverainement confuse, à laquelle les Athées acquiescent, & d'où ils infèrent que l'Etre infini ne peut produire que des effets analogues à ceux qu'on observe dans les choses finies, & qu'ainsi la Création, qui est au dessus de toutes les forces finies, excède pareillement celles de Dieu même. Ils auroient raison, si c'étoit là l'idée réelle de l'Infini; il ne pourroit y avoir dans l'assemblage infini des choses finies, (au cas qu'on admit cette supposition, malgré la contradiction qu'elle implique,) il ne pourroit, dis-je, y avoir, que des forces dont la raison fut contenuë dans les parties d'un semblable Tout.

Faut il un grand effort de pénétration, pour s'appercevoir qu'il n'y a dans tout cela qu'une manoeuvre arbitraire, une pure fiction que notre Ame peut se former, mais à laquelle elle ne sauroit donner aucune existence hors de nos idées. La notion de l'Etre réellement infini s'acquiert d'une toute autre maniere, & bien loin que ce soit en ajoutant continuellement, & en amplifiant à perte de vue, les propriétés que nous remarquons en nous mêmes, & dans les objets qui nous environnent, il faut au contraire prendre le contrepied, & attribuer à l'Etre independant des propriétés, diamétralement opposées à celles que nous présentent les choses dépendantes. Voilà donc précisément l'endroit où les Athées sont en défaut. Ils ne sentent pas combien il est absurde de se représenter l'infini & l'indépendant, comme l'amas d'une infinité de choses dépendantes & finies. Cela n'est pas moins contradictoire, qu'il le seroit de dire, que les ténèbres forment la lumiere, ou que la science résulte de l'ignorance.

Déifier

Deifier l'Univers, c'est précisément affirmer la même chose. Après cela que les Athées réfléchissent, s'ils ont bonne grace de se moquer des Idolâtres. N'ont-ils pas tous au fonds une erreur commune, & qui dérive d'une même source; c'est d'attribuer à l'Etre suprême des imperfections, qui ne sont que des suites nécessaires de la dépendance & des limites essentielles aux Etres finis & contingens. Oûi; toute la différence qu'il y a entre les deux hypothèses, c'est que celle de l'Athée forme la souveraine perfection, l'infinité & l'indépendance, de l'assemblage des Etres imparfaits, finis & dépendans; au lieu que celle de l'Idolâtre change la gloire de cet Etre en des Images, qui représentent des hommes mortels, des Oiseaux, des bêtes à quatre pieds, des reptiles &c. Il paroît bien difficile de déterminer, quelle est l'opinion la moins déraisonnable. Si l'infini réel consiste dans la multitude des choses finies, un animal, un insecte, un brin d'herbe, auront les mêmes prétentions aux caractères & aux prérogatives de l'Infini, que l'Univers entier.

N'abandonnons pas encore ce sujet; il est trop important, pour ne pas le développer, autant qu'il nous est possible. Nous avons dit, que pour former la véritable idée de l'Etre suprême, nous devons lui attribuer des propriétés diamétralement opposées à celles qui se trouvent en nous-mêmes, & dans les objets qui nous environnent. Pour s'en convaincre, il faut employer le secours de ces notions communes, par lesquelles nous découvrons l'opposition qui régit entre certaines choses. Telles sont d'abord, de l'aveu de tout le monde, les notions du savoir & de l'ignorance, de la joie & de la tristesse, de la lumière & des ténèbres, de la vie & de la mort. Il est manifeste que l'une de ces idées renferme toujours la négation de celle qui lui est opposée. Mais outre celles-là, il y en a beaucoup d'autres, qu'on n'a pas coutume de regarder comme aussi destructives l'une de l'autre, & qui ne le paroîtront pourtant pas moins, si on les examine avec l'attention convenable. Je mets de ce nombre les notions du fini & de l'infini, du contingent & du nécessaire, du muable & de l'immuable, du tems & de l'éternité, de la dépendance & de l'indépendance. Toutes ces idées
font

sont certainement dans la plus grande opposition que l'on puisse concevoir ; & il est surprenant que les hommes ayant pu pousser l'illusion jusqu'au point de les confondre , & de les allier dans la notion d'un même sujet ; comme si la première loi des Essences, que nous formons par des déterminations arbitraires, n'étoit pas, de n'y point faire entrer de qualités vraiment opposées.

Prenons pour exemple la dépendance & l'indépendance. Nous concevons bien clairement la dépendance, pour peu que nous réfléchissons sur l'expérience journalière que nous fournissent nos besoins. Nous ne saurions nous passer de l'air que nous respirons, des alimens qui nous nourrissent, nous sommes dans une liaison constante, & dans un commerce intime, avec une infinité d'êtres animés & inanimés, qui peuvent nous affecter d'une manière agréable. Comment formons-nous l'idée de l'Être indépendant, & suffisant à soi-même, si ce n'est en écartant toutes ces liaisons qui forment la dépendance. Un tel Être ne sauroit rien perdre, ni rien acquérir ? Il n'a point ces limites, dont les variations nous font passer continuellement d'un état à un autre. Ne tenant son existence de qui que ce soit, il est absolument impossible qu'aucune chose ait commencé en lui. Par conséquent il n'est susceptible d'aucun changement, d'aucune succession, puisque tout état successif ayant sa raison dans le précédent, celui-là dans un autre, & ainsi de suite, cela suppose nécessairement des limites, & un commencement.

Après cela, rien de plus aisé que de se convaincre que tous les attributs de cet Être sont des suites de la nécessité de son existence, de son indépendance absolue. Mais à mesure que nous arriverons à la notion de quelcun de ses attributs, (*) on découvrira de plus en plus la

(*) Ainsi la Toute-Science n'est point l'amas le plus complet de toutes les connoissances que nous pouvons observer dans les Êtres finis, c'est une manière de connoître & de se représenter les choses essentiellement différente de toutes nos idées, & de toutes nos connoissances ; la Toute-puissance n'est point l'amas de toutes les forces connues & observées dans la Nature ; c'est un principe d'action essentiellement différent de celui des actions finies ; & de même des autres attributs.

la vérité de ce que nous soutenons ici, c'est que ces notions ne se forment que par opposition avec celles que nous avons tirées des réflexions que nous faisons sur nous mêmes, & sur les autres Etres. Il est bien vrai que ces réflexions étant le fondement de tous nos jugemens & de tous nos raisonnemens, la source des notions des genres & des espèces, il s'ensuivra de là que l'Idée de l'Etre suprême est trop élevée & trop sublime, pour que nous puissions en acquérir une connoissance parfaite. Bien loin de défavouer cette conséquence, nous l'adoptons avec plaisir, & nous reconnoissons que la maniere dont l'Esprit humain peut concevoir la Divinité, n'a pas plus de proportion avec son objet, qu'une goutte d'eau avec l'Océan; de sorte que l'Existence & les perfections de Dieu seront éternellement incommensurables à toutes nos facultés, incompréhensibles à tous les Etres finis, quelque progrès qu'on suppose dans le degré de leurs connoissances. C'est précisément ce qui nous ramene aux Conclusions que nous avons en vuë, savoir, que les idées fausses & confuses que les Athées se plaisent à concevoir de cet Etre, faute de remonter jusqu'aux premières notions, ne peuvent les autoriser, ni à nier la possibilité de la Création, ni en général à déterminer quoi que ce soit de positif au sujet de la Divinité, de ses attributs & de ses opérations, par analogie avec les choses finies.

Gardons-nous cependant d'en conclurre, que l'idée de Dieu nous soit inutile, & que sous prétexte que nous sommes ainsi arrêtés par les limites de notre esprit, il ne faille donner aucun soin à l'épurer & à l'approfondir. L'idée que nous pouvons avoir de l'Etre suprême est proportionnée à notre état; elle suffit pour nous préserver des erreurs grossières, & nous inspirer les sentimens qui lui sont dûs. De ce qu'il restera toujours dans la notion du premier Etre des profondeurs inacessibles pour nous, inférer que nous ne pouvons en rien connoître, c'est affirmer qu'il n'y a point de différence entre les ténèbres complètes de l'ignorance, & les lueurs d'une science imparfaite. Mais revenons à notre sujet, & après avoir reproché à l'Athée qu'il néglige de remonter aux notions com-

munes, d'où ses raisonnemens découlent, présentons lui un essai de la maniere dont on peut se servir avec fruit de ces notions.

On les nomme *communes*, parce qu'elles existent effectivement dans toutes les Creatures humaines, & même dans tous les Etres intelligens, n'étant pas possible que ce qui sert à l'un de principe, & dont il s'est assuré par la voye de la démonstration, soit trouvé vuide de sens, ou faux, par un autre. Depuis le dernier des Etres intelligens jusqu'au premier, il n'y a donc absolument de différence que dans le développement des notions communes. Un Païsan, qui ne connoit que ses boeufs & sa charruë, & qui n'a jamais pensé à la Geometrie, ne peut assurément se faire une idée des connoissances sublimes, auxquelles Newton s'est élevé dans cette Science. „J'ai vu, dit Mr. de Mau-

* Diff. pr. 1.
dans l'Acad.
France.

„*pertuis*, * ces Peuples qui habitent les dernieres contrées du Mon-
„de vers le Pole Arctique; à qui l'interperie du Ciel ne laisse, ni le
„loisir, ni la tranquillité, nécessaires pour cultiver & multiplier leurs
„idées; sans cesse occupés à se défendre d'un froid mortel, ou à
„chercher dans les forêts, dequoi soutenir une misérable vie; leur
„esprit est aussi stupide, que leur corps est difforme; ils connoissent
„à peine les choses les plus communes. Combien de nouvelles idées
„auroit-il fallu leur donner, pour leur faire entendre que ce que
„nous etions venus chercher dans leur país, c'étoit la décision d'une
„grande question sur la figure de la Terre, de quelle utilité seroit
„cette découverte, & de quels moyens nous nous servions pour y
„parvenir.“ Tout cela est aussi exactement vrai, qu'ingénieusement
exprimé. Mais & ce Païsan, & ces Lapons, ont le sens commun, à
l'aide duquel vous pourrez insensiblement leur donner une teinture
des Elimens d'Euclide, de l'Astronomie, des opérations employées
par la mesure de la Terre. A mesure que vous leur développerez ces
idées, Newton & Maupertuis deviendront pour eux des objets d'at-
tention, d'admiration, ils se feront une idée de l'utilité de leurs cal-
culs & de leurs recherches. Tout cela ne peut arriver, que parce
que les principes des Mathematiciens consistent dans des notions
communes; comme chacun peut s'en convaincre, en lisant les
Axiomes qu'Euclide a mis à la tête de ses Elimens.

Ainsi

Ainsi tout homme doté de bon sens, quelle que soit d'ailleurs sa condition, & quelque petit que soit le nombre de ses connoissances acquises, a sa Logique naturelle, tout comme le plus grand Geometre. Il juge & raisonne suivant les règles de cette Logique, quoiqu'il ne les ait pas étudiées, tout comme il y a plusieurs personnes, qui chantent, ou jouent de quelque instrument, sans savoir les règles de la Musique. Ce qui l'arrête, & l'empêche de s'élever aux connoissances du Geometre, c'est qu'il ne débrouille point ses notions. Elles demeurent confuses, ou imparfaites, de maniere qu'au lieu de pouvoir imiter le vol des grands Génies; il est obligé de ramper, ou s'il marche, ce n'est qu'en tâtonnant, & en bronchant à chaque pas. Aussi n'a-t-il qu'une foible lueur pour guide, tandis que le Geometre, éclairé par le flambeau des notions distinctes, apperçoit d'une vue nette toutes les verités qu'elles représentent, & fait de rapides progrès, sans craindre ni les ecueils, ni les chutes.

Ramener donc une Verité & ses preuves aux notions communes, c'est la rendre d'une évidence universelle, c'est la mettre à la portée de tout le genre humain; service proportionné à l'importance de la Verité dont il s'agit. Or comme il n'y en a aucune qui puisse être mise en comparaison avec l'Existence de Dieu, nous osons nous flatter que nos réflexions sur ce grand sujet auront quelque prix aux yeux des Lecteurs, Amis de la Verité & de la Religion. Notre dessein est de résoudre la preuve même de la Contingence, la plus forte, à mon avis, pour établir l'Existence de Dieu, de la résoudre, dis-je, dans ses principes, en la ramenant aux premières notions, source unique de l'Evidence.

J'existe, mais je n'existe pas tel que je suis de toute éternité. Il est au moins indubitable, que je n'ai pas toujours eu le sentiment réfléchi de mon existence, & que ce sentiment au contraire n'a commencé qu'après ma naissance, à mesure que mes idées se sont développées. Il n'est pas moins évident, que je tiens la naissance de mes parens, eux des leurs, & ainsi de suite. En général tout se succede, comme nous nous succedons nous-mêmes les uns aux autres, de sorte

qu'en admettant même une chaîne infinie d'Êtres, nous ne pouvons nous dispenser de les envisager dans une dépendance mutuelle.

Or l'idée de la dépendance est inséparable de celle de la contingence. Cela paroît manifestement, quand on réfléchit sur les Argumens, qui servent de base à la preuve des Causes finales. N'est-il pas absurde, dit-on, de supposer que les caractères qui composent l'Iliade, ou l'Enéide, se soient arrangés d'eux mêmes? N'est-il pas de la dernière évidence, qu'ils ont une cause externe, non seulement de leur combinaison, mais même de leur existence, puisque la forme qu'a reçue le métal, ou la matière dont ils sont faits, exige la main d'un Ouvrier intelligent? En raisonnant ainsi, on admet comme une vérité indubitable, que la forme de ces caractères n'est pas essentielle à la matière, mais qu'elle lui vient d'une cause étrangère, & qu'ainsi il ne répugnoit point à cette matière d'avoir une autre forme.

En recherchant les premières notions, dans lesquelles se résolvent les idées de ce raisonnement, on trouve que ce sont celles du possible & de l'impossible, de ce qui implique contradiction, & de ce qui ne l'implique pas. En effet la preuve dont il s'agit, roule uniquement sur cette vérité générale; „Tout ce qui n'est pas essentiel à une chose, n'est pas d'une nécessité absolue; il ne peut avoir qu'une „nécessité conditionnelle, relative & fondée sur la dépendance, ou „liaison mutuelle qu'il y a entre cette chose & une autre.“ Cette liaison, & cette dépendance, renferment encore nécessairement le Principe de la Raison suffisante. L'exemple ci-dessus allégué le prouve d'une manière convainquante. Les caractères, disons-nous, qui ont servi à tel ou tel Ouvrage, ne se sont pas formés eux mêmes, c'est à dire, pour parler avec la précision Métaphysique, la forme, la figure qui fait leur différence spécifique, n'est pas essentielle à la matière de ces caractères. Il faut donc concevoir quelque cause externe, qui fasse comprendre, pourquoi cette matière est ainsi modifiée; car il implique que le néant, qui n'est qu'une simple négation, à laquelle aucune idée ne répond, ait produit la forme de ces caractères.

Or

Or je ne trouve cette cause, ce principe, cette raison suffisante, que dans un Ouvrier intelligent, qui s'est proposé un but, un dessein.

Si nous voulons donc ranger dans leur véritable ordre les principes qui nous servent de notions directrices sur ce sujet, nous trouverons que le Principe de contradiction est la première de ces notions; que l'Axiome, *Ex nihilo nihil fit*, en découle immédiatement; & que celui-ci établit à son tour la Raison suffisante, qui manifeste la véritable différence entre le contingent & le nécessaire. Il est clair par le Principe de contradiction, que je ne puis rien concevoir de nécessaire dans une chose que son idée, sa possibilité interne, c'est à dire, son essence, les premières déterminations qui constituent cette chose. Tout ce qui ne répugne point à ces déterminations essentielles, & qui n'est point déterminé par elles, s'appelle Mode; comme la figure par rapport aux caractères. Ce sont ces déterminations variables, qui constituent les différens états successifs du sujet, & qui par conséquent lui viennent du dehors. Si cette cause étrangère qui contient le principe, ou la raison suffisante, des changemens qu'elle opère dans un autre Etre, induisoit une nécessité absolue, il en résulteroit la plus étrange de toutes les conséquences; c'est que le Principe de la Raison suffisante détruiroit le Principe de contradiction, suivant lequel rien ne peut être absolument nécessaire, que ce qui entre dans l'idée de la chose. Si la forme que l'Ouvrier donne à une pièce de métal, si les caractères qu'il y grave, étoient des choses essentielles à ce métal, il faudroit qu'elles y eussent existé de toute éternité, & qu'elles fussent à l'abri de tout changement.

Appliquons ces notions communes aux objets qui nous environnent, & qui font avec nous partie de l'Univers. Il en naîtra ce raisonnement; Puisque toutes ces choses existent, & que le néant ne sauroit rien produire, il existe nécessairement un Etre, qui ne tient son existence que de lui-même. L'idée d'un tel Etre, indépendant de toute cause, renferme celle de son existence, & de tous ses attributs; tout ce qui est en lui, est une suite de la nécessité de son existence. Or ces caractères ne conviennent point à l'Univers. Nous n'y voyons qu'une chaîne continuelle d'Etres, tous dépendans les uns des

autres. Dire, qu'en effet chacun de ces Etres est fini & dépendant, mais que la chaîne entière est infinie & indépendante, c'est la même chose que si l'on soutenoit d'un horloge, qu'aucune de ses parties ne s'est faite d'elle-même, mais que l'horloge entier existe par lui-même. Quel Etre pourrions-nous nous forger dans l'Univers, auquel conviendrait la vertu de subsister par lui-même, indépendamment de toute autre chose? Où est, parmi tout ce que nous connoissons, le sujet duquel on pourroit affirmer, qu'il existeroit, quand même il n'y auroit rien hors de lui qui existât? Où est le sujet, dont toutes les propriétés découlent de son essence, de sorte qu'il puisse se suffire pleinement à lui-même, & que rien ne soit capable d'y apporter du changement? Cependant tous ces caracteres, de l'aveu même des Athées, sont essentiels à l'Etre existant par lui-même.

Il faut donc reconnoître dans l'Etre nécessaire, des attributs diamétralement opposés à ceux qui nous conviennent; & cela ne se peut faire, qu'en développant bien, comme nous y travaillons, la différence immense qu'il y a entre le fini & l'infini, le muable & l'immuable, le contingent & le nécessaire, le tems & l'éternité. Toutes ces idées sont intimement liées entr'elles, & découlent les unes des autres. On convient généralement que notre Esprit est fini, & que nous ne connoissons aucun Corps qui ne le soit. Sur quoi est fondée cette assertion? A l'égard de l'esprit, sur l'imperfection de nos connoissances. Nous les aquerons successivement, & nous ne pouvons en avoir à la fois qu'un petit nombre de celles qu'on appelle distinctes. Il s'ensuit de là, que ce qui pense en nous est essentiellement limité. A l'égard de la matière, il n'est pas moins certain, que si elle étoit illimitée, elle ne seroit pas susceptible des configurations, qui sont ses modes & ses successions. Tout Etre fini est successif, & ces successions ne sont autre chose que les changemens qui arrivent dans les limites essentielles aux choses finies. C'est par ces limites que les Etres finis sont dans une liaison, & dans une dépendance mutuelle. Ainsi, dire de l'Etre indépendant & existant par lui-même, qu'il n'y a en lui, ni commencement, ni succession, ni fin, ou, comme parle l'Ecriture, *aucune variation*, pas même *une ombre*
de

de changement, c'est lui donner les vrais attributs qui lui conviennent, l'immutabilité, l'infinité, l'éternité.

Je viens de lier ensemble trois attributs du premier Être, dont je crois qu'il est essentiel de faire sentir la liaison réelle & nécessaire; & cette matière n'étant point étrangère à celle que je traite, je vais encore m'y arrêter un moment, avant que de finir. Je dis donc, qu'en remontant aux premiers notions, on découvre avec une pleine évidence que l'immutabilité & l'infinité sont deux attributs inséparables, & qu'il est également impossible qu'il arrive des changemens dans l'Infini, ou que le Fini en soit exempt. Ceux qui ont quelque idée des essences, savent qu'elles contiennent la raison des attributs, & en général de tout ce qui peut convenir à l'Être. Il s'agit donc de voir, si l'Essence Divine offre quelque chose, d'où l'on puisse inférer la possibilité d'un changement, ou d'une modification, en Dieu. Je vois quatre idées distinctes dans l'Essence Divine, qui en constituent les déterminations, l'Entendement, la Volonté, la Toute-Puissance & l'Ascité, ou l'Existence par soi même. L'Entendement de Dieu, étant qu'infini, est tel qu'il embrasse tout en même tems, & d'un seul coup, sans que toute la suite des siècles puisse lui offrir rien de nouveau. La Volonté de même règle tout par un acte unique, qui décide irrévocablement de tout ce qui a été, de tout ce qui est, & de tout ce qui sera. Quoique les choses qui sont l'objet de cette Volonté, s'exécutent successivement, le Decret duquel dépend leur exécution, ne participe en rien à cette succession; il est arrêté & immuable. La Toute-puissance, qu'on peut appeller l'Exécutrice de la Volonté Divine, n'emporte non plus l'idée d'aucun changement en Dieu. Ayant voulu de toute éternité l'existence des choses, cette existence commence au terme qui lui a été assigné, sans qu'il en résulte aucun nouvel état de la Volonté Divine, & les choses continuent à exister par la même puissance, pour laquelle l'acte de la Creation & celui de la Conservation sont une seule & même chose. Voilà donc trois déterminations de l'Essence Divine, dont l'idée ne conduit point à la mutabilité; mais la quatrième va plus loin, elle y repugne formellement. C'est l'Ascité, qui consiste dans l'indépendance de l'existence, & qui exclut
toute

toute idée de production & de destruction. Par conséquent, il ne sauroit rien survenir en Dieu qui n'y ait pas été auparavant, ou bien, se faire quelque échange, quelque substitution, qui mette un nouvel état à la place de quelque état précédent. Or c'est là proprement l'idée de l'immuabilité. Elle découle donc de l'Essence Divine, dans les déterminations de laquelle il n'y en a aucune, où l'on puisse trouver la raison suffisante d'un changement quelconque ; elle est, comme nous avons entrepris de le prouver, une suite de l'Infinité. La production de l'Univers, & sa durée, ne peuvent rien altérer dans l'état intrinsèque de la Divinité ; ce ne sont que des relations extrinsèques, par lesquelles Dieu devient Créateur & Conservateur du Monde. Je ne saurois pourtant dissimuler, que cette force Cratrice & Conservatrice étant tellement propre à Dieu, qu'il n'y a rien d'analogue dans les choses finies, & qu'ainsi nous ne saurions nous en former aucune notion, il est impossible que nous nous représentions cet acte continuel de la Puissance Divine, auquel l'effet externe ne répond qu'au moment déterminé par la Volonté immuable de Dieu ; il est, dis-je, impossible que nous nous le représentions autrement, que comme une action qui se fait, & qui se continue dans le tems, & que nous ne la comparions par là aux actions des Êtres finis. Mais quoiqu'il en résulte que la Puissance de Dieu est incompréhensible pour nous, & que nous devons respecter cette incompréhensibilité, il ne faut pas rejeter pourtant les idées distinctes que le raisonnement nous fournit à cet égard, & que nous venons de développer.

Il n'est pas plus difficile de montrer, que l'Eternité emporte l'immuabilité. L'Eternité est une durée, qui n'a ni commencement, ni fin. L'Être auquel cette durée convient, existe nécessairement, c'est à dire, qu'il seroit impossible qu'il n'existât pas. Mais de là découle l'actualité immuable de toutes les choses qui conviennent à cet Être. Si l'on supposoit en lui des développemens successifs dans une suite continuelle, on mettroit l'idée illusoire & impossible d'un tems infini à la place de celle de l'Eternité. Or ces deux idées sont entièrement différentes, & *S. Thomas d'Aquin* l'a reconnu, en disant que,

que, „quand même le Monde seroit de tout tems, son éternité „ne seroit point la même que celle de Dieu.“ En effet, l'éternité du Monde ne seroit autre chose qu'un tems infini, au lieu que celle de Dieu consiste dans l'existence nécessaire, jointe à l'immuabilité de l'essence, & de toutes les choses qui en résultent, de sorte que, quand même un tems infini coëxisteroit à Dieu, Dieu n'existeroit pourtant pas dans ce tems infini. C'est la succession qui fait le tems, & il n'y a point de succession dans un Etre, où tout est nécessaire.

Les changemens & les modifications répugnent donc à l'infinité & à l'éternité, parce que ces deux attributs excluent toutes limites, soit du tems, soit de l'espace, & que toute modification au contraire suppose des limites. Je dis plus; la modification elle-même n'est qu'une borne d'être, & une imperfection essentielle. L'Infini modifié est donc un terme impossible, & contradictoire; car, c'est *l'Infini fini*. Et, pour le dire en passant, ces principes sont bien essentiels dans les disputes contre toutes sortes d'Arhées, qui veulent substituer le Monde, ou la Matière, à la Divinité, & qui s'imaginent qu'il suffit pour cela de leur attribuer les qualités d'infini & d'éternel; comme si le Monde, ou la Matière, ne démentoit pas perpétuellement ces titres, par les successions du tems, & les variations des limites, qu'on y observe.

Je ne fais, si j'ai besoin de prouver que toute modification suppose effectivement des limites, & consiste dans leur variation. Si la chose est nécessaire, choisissons un sujet quelconque, & suivons-le dans ses modifications, pour nous affûter de ce qui lui arrive. Prenons de la Cire; c'est *Des-cartes* qui me fournit cet exemple, & je le proposerai en me servant de ses propres termes. „Prenons, dit-il, * „ce morceau de cire, il vient tout fraîchement d'être tiré de la * *Medit. de Desc. p. 18-20.* „tuche, il n'a pas encore perdu la douceur du miel qu'il contenoit, „il retient encore quelque chose de l'odeur des fleurs, dont il a été „recueilli; sa couleur, sa figure, sa grandeur sont apparentes, il est froid, il „est maniable, & si vous frappez dessus, il rendra quelque son. Mais „voici que pendant que je parle, on l'approche du feu, ce qui y re-

„ étoit de faveur, s'exhale, l'odeur s'évapore, la couleur se change,
 „ la figure se perd, la grandeur augmente, il devient liquide, il s'e-
 „ chauffe, à peine peut-on le manier; & quoique l'on frappe dessus,
 „ il ne rendra plus aucun son. La même Cire demeure-t-elle en-
 „ core après ce changement? Il faut avouer qu'elle demeure; per-
 „ sonne n'en doute, personne ne juge autrement. Qu'est-ce donc
 „ que l'on connoissoit en ce morceau de cire avec tant de distinction?
 „ Certes ce ne peut être rien de tout ce que j'y ai remarqué par l'en-
 „ tremise des sens, puisque toutes les choses qui tomboient sous
 „ le goût, sous l'odorat, sous la vue, sous l'attouchement, &
 „ sous l'ouïe, se trouvent changées, & que cependant la même cire
 „ demeure. — — — Certes il ne reste rien que quelque
 „ chose d'étendu, de flexible & de muable. — — — Je conçois
 „ cette cire capable de recevoir une infinité de semblables change-
 „ mens, — — — & je pense qu'elle peut recevoir plus de va-
 „ rietés selon l'extension, que je n'en ai jamais imaginé.

Voilà l'image fidele & naturelle de tout ce qui est compris sous
 le nom de modifications; ce ne sont, suivant l'expression de *Des-*
cartes, que des *varietés selon l'extension*. On peut même en dire
 autant des Esprits finis, dont les divers états ne sont que des chan-
 gemens de limites; d'où viennent les expressions reçues, d'étendre
 l'esprit, de le resserrer, & autres semblables.

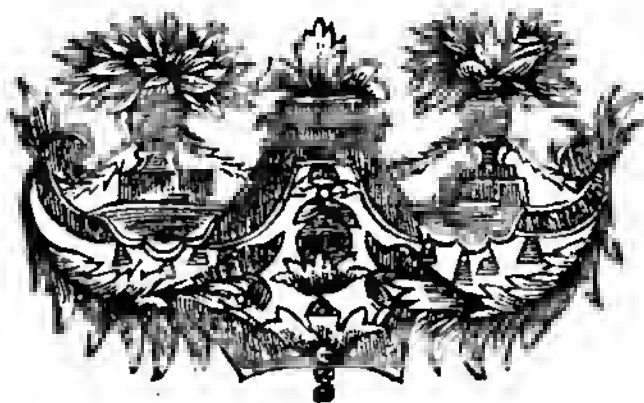
Qu'on juge présentement, s'il est possible d'allier ensemble l'in-
 fini & le modifié, & si par conséquent, une parfaite immutabilité
 n'est pas un attribut qui découle nécessairement de l'Essence de Dieu.
 Il seroit à souhaiter qu'on fit la même chose à l'égard de tous les attri-
 buts Divins, c'est à dire, qu'on remontât à leur source, qui est l'Es-
 sence, & qu'on prouvât évidemment qu'ils ont leur raison dans cette
 Essence. Tout attribut qui n'est pas établi sur ce fondement, demeure
 matière à controverse, & sert de prétexte aux difficultés des Incre-
 dules, dont le but perpétuel est de faire regarder l'Idée, que nous
 donnons de Dieu, comme une notion formée arbitrairement, & dans
 laquelle nous faisons entrer les perfections qu'il nous plaît d'y mettre.

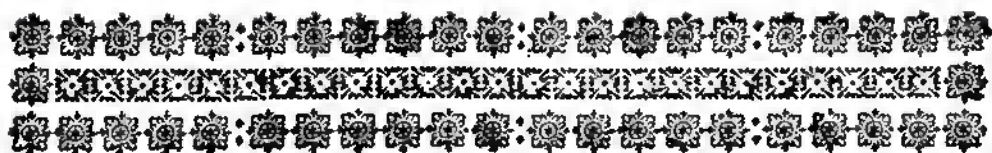
Pou-

Pourroit-on révoquer à présent en doute l'utilité de la Méthode que nous suivons, la nécessité de ramener aux notions communes tous les Argumens, auxquels on veut procurer une pleine évidence? Tous les caractères de l'Etre suprême, que nous venons de découvrir, ne se manifestent que par la réflexion sur ces idées qui se trouvent dans tous les hommes, & qui nous font connoître ce qui convient, tant à nous qu'aux autres Etres, qui composent avec nous cet Univers. C'est ainsi que le Monde, par sa contingence, peut être appelé *un miroir de l'existence nécessaire de Dieu*. Une considération plus particulière des Creatures nous mène de même à la connoissance des autres attributs de l'Etre indépendant, de son intelligence, de sa sagesse, de sa bonté, &c. dont chaque individu de l'Univers est aussi un *Miroir*, soit qu'on le considère en soi, ou qu'on ait égard à sa liaison avec tous les autres. Par ce moyen l'importante vérité de l'Existence de Dieu se trouve établie sur des fondemens aussi inébranlables que le sentiment de notre propre existence; & la liaison entre ces deux Propositions, *Je suis; Donc il y a un Dieu*; se montre aussi nécessaire, que celle qui enchaîne ces deux autres; *Je pense; Donc je suis*.

La preuve de l'existence de Dieu prise de la contingence de l'Univers est la plus frappante, & la plus à la portée de tout le monde. C'est la démonstration *à posteriori*. Il y a aussi la Démonstration *à priori*, par laquelle, en formant l'Idée de Dieu de toutes les réalités qui peuvent coexister, on conclut légitimement que, l'existence étant non seulement une réalité, mais encore la base de toutes les autres, elle convient à Dieu, qui existe nécessairement, par cela même que son idée est possible. *Des-Cartes* a entrevu cette preuve, & il en a formé ce fameux Argument, traité de Sophisme par les uns, défendu par les autres, mais que, ni ses adversaires, ni ses défenseurs ne paroissent pas avoir assez compris, pour l'analyser & le réduire aux notions communes, qui en déterminent la force. Je ne m'engagerai point dans la discussion que demanderoit un examen complet de cet Argument. Je remarquerai seulement, que *Des-Cartes*

avoit laissé sa preuve imparfaite, parce qu'il n'avoit pas poussé assez loin la distinction essentielle qu'il avoit découvert lui même entre les choses imaginables & les choses intelligibles, & qu'après avoir fait main basse avec beaucoup de raison sur la réalité des qualités sensibles, il n'avoit pu se défaire de l'illusion causée par l'idée imaginaire de l'étendue. Il est donc possible de rendre à ce raisonnement toute la force réelle qu'on ne sauroit lui contester; il n'y a qu'à étendre jusqu'à ses véritables limites la distinction entre l'apparence, & la réalité, & alors on aura une véritable Démonstration *a priori* de l'Existence de Dieu.

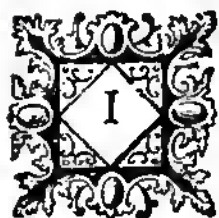




EXAMEN DE LA PREUVE QU'ON TIRE DES FINS DE LA NATURE,

POUR ETABLIR L'EXISTENCE DE DIEU,

PAR MR. FORMEY.



I est aisé de sentir la liaison de ce Mémoire avec le précédent. Je me propose de faire un essai de la Methode que j'y ai indiquée, en fixant des idées que plusieurs Physiciens me paroissent avoir proposées d'une maniere un peu trop vague, & en examinant à quelle conclusion légitime mene l'argument pris des Causes Finales. Mr. de MAUPERTUIS a déjà fait d'excellentes réflexions sur ce sujet dans ses *Loix du Mouvement & du Repos, deduites, d'un Principe Metaphysique*. * Les miennes iront aboutir au même but, quoique par une route un peu différente.

La nécessité de traiter avec cette sévérité toutes les preuves dont nous formons nos raisonnemens, surtout dans un sujet aussi important que l'est celui de l'Existence de Dieu, mérite bien d'être encore justifiée par quelques Réflexions préliminaires.

Les fondemens, qui donnent de la validité aux preuves, se nomment des *Principes*; & toute la force de la preuve dépend de la bonté du Principe, comme la solidité d'une Maison de la bonne assiette de ses fondemens. Ainsi, l'on se croit ordinairement sur de son

* Voy. nos
Mémoires de
1746. p. 267
& s.

fait, quand, partant d'un Principe reconnu, on en tire une conclusion qui paroît légitime. L'erreur semble n'être le partage que de ceux qui adoptant de faux Principes, des Principes *précaires*, en tirent des Conséquences, qu'on peut envelopper dans la ruine du Principe même. Il y a cependant une autre source d'erreur, qui, pour être moins sensible, n'en est pas moins réelle. Un Principe bon, & suffisant pour donner toute la force requise à une preuve, à un raisonnement qu'on y fonde, peut devenir, entre les mains de ceux qui n'en savent pas faire usage, un Principe précaire, incertain, insuffisant. Il ne suffit pas que deux Philosophes partent du même Principe, & arrivent à la même conséquence, pour qu'on puisse en conclure qu'ils ont tous deux démontré leur Thèse. Tout, encore une fois, dépend de la valeur de ce Principe entre leurs mains, & de leur habileté à le manier. Quelques Exemples donneront plus de clarté à ce que j'avance.

Les Cartesiens, pour démontrer l'existence & les attributs de Dieu, posent ce principe; c'est, *Que Dieu est l'Etre souverainement parfait*. Mais ils n'en fournissent la preuve nulle part. Ainsi voilà toute leur Theologie naturelle fondée sur un principe incertain, quoique véritable & démontrable. Toutes les fois donc que le Cartésien me dit, que Dieu a la Toute-science, la Toute-Puissance, la Souveraine Bonté en partage, je ne puis lui passer ces propositions que comme *hypothétiques*, & au cas que Dieu soit effectivement l'Etre qui possède toutes les perfections. Les propositions des Cartesiens, quoique *catégoriques*, pour parler le langage de l'Ecole, reviennent toujours à ces Propositions hypothétiques; Si Dieu est souverainement parfait, il sait tout, il peut tout &c. Mais tant que cette notion n'a pas été démontrée, comme étant la seule qu'on puisse admettre, il se peut que je m'en forme une autre, d'où ces attributs ne découleront pas. Donc le principe de la Souveraine perfection n'est encore qu'un principe précaire. (*)

Il en est de même de ceux qui, en disputant contre les Athées, posent pour un principe, dont ils prétendent déduire l'existence de Dieu; *Que le Monde a eu un commencement*. Cela est bien vrai, mais c'est pour-

(*) Voyez le §. dernier du Discours précédent.

pourtant un principe gratuit, jusqu'à ce qu'on en ait fourni la démonstration, en développant les preuves incontestables de la Contingence du Monde. Il n'y a rien de plus facile que de se faire de semblables illusions, & de proposer avec confiance des principes, que nous avons admis sans preuve, & que nous voudrions faire recevoir aux autres sur le même pied.

Quand donc l'examen de ces principes conduiroit quelquefois à leur destruction, on ne devrait point regarder de mauvais oeil ceux qui le font, les soupçonner, & les accuser de mauvaises intentions contre la Religion, sous prétexte qu'ils enlèvent à quelques uns de ses Dogmes des raisons qui en établissent la créance. Comme l'on retranche du Corps humain, ou des Arbres, les parties qui, ayant perdu toutes fonctions, pourroient altérer les autres, on peut couper & émonder, si je puis m'exprimer ainsi, tous les Argumens qui ne servant qu'à faire nombre, préjudicient à la bonne Cause, à laquelle une seule preuve suffit, pourvu qu'elle soit démonstrative. Mr. Bayle, dans un endroit de son Dictionnaire, * rassemble quelques faits qui * Art. Zabarrella Note
prouvent qu'il est permis aux Orthodoxes de disputer sur les Argumens de l'Existence de Dieu; & il y ajoute cette reflexion. " La G.
" liberté est assez grande par tout à cet égard là, & pourvu qu'un Do-
" ctteur avoué que cette existence se peut prouver par d'autres moy-
" ens, on lui laisse la liberté de critiquer telle, ou telle preuve parti-
" culière." A plus forte raison donc sommes-nous autorisés à rectifier un raisonnement, qui par ce moyen deviendra une véritable & solide preuve de l'Existence de Dieu.

Indiquons donc d'abord le défaut, dans lequel sont tombés ceux qui ont jusqu'à présent mis en oeuvre les fins de la Nature, pour établir l'existence de Dieu. Ce défaut, c'est le Cercle que les Logiciens appellent *vicieux*, & qu'ils condamnent dans les raisonnemens. Quand ils ont à démontrer qu'il y a un Dieu, ils en appellent aux fins de la Nature, qui annoncent leur Auteur; & quand on les requiert de prouver que ces différens usages, auxquels se rapportent les parties de l'Univers, sont effectivement des fins arrangées par une Intelligence, ils le prouvent, parce qu'il y a un Dieu. On sent aisément que

que cette maniere de raisonner demeurera défectueuse, & inconsequente, tant qu'on n'aura pas établi quelque part, & sur des notions antérieures, que ce sont de véritables fins qu'on observe dans la Nature, & que des causes aveugles & fatales n'ont pu déterminer les choses, comme elles le sont.

Pour mieux juger de l'état de la question, il faut faire attention au système de l'Athée. Il nie d'une manière simple & absolue, que ce Monde existe pour quelque fin, puisqu'il n'y a aucun Être, qui ait pu se proposer une fin quelconque, & employer le Monde à y arriver. L'Expérience ne permet pas à l'Athée de désavouer, que dans ce Monde, il y a des choses qui servent les unes aux usages des autres, que l'œil sert à voir, l'oreille à entendre, les alimens à nourrir, &c. Mais encore une fois ce ne sont point là des fins pour lui, puisqu'il n'admet point l'existence de l'Auteur de ces fins. Quelque développement que vous puissiez donc donner à cette preuve, elle n'opérera jamais la conviction de l'Athée. S'il est de bonne foi, il conviendra seulement que ce nombre immense d'exemples que vous entassez, des usages auxquelles se rapportent les parties de la Nature, répand de la probabilité sur la doctrine des fins, & qu'il ne seroit pas impossible qu'il y eut un Être, de l'Intelligence duquel provinssent de pareils arrangemens. Mais vous ne lui en arracherez jamais davantage; il se retranchera toujours dans sa négation de l'existence de Dieu, & il demandera que vous la détruissiez par une démonstration directe, en lui faisant voir qu'il est impossible qu'il n'y ait pas un Dieu. Ceux donc qui, en réfutant les Athées, croient triompher à l'aide de ce seul argument, & ne s'attachent qu'à en détailler les parties, en multipliant le nombre des observations, sur lesquelles il est appuyé, sont encore fort loin de leur compte, & l'Athée tranquille dans son sort, se rit de leurs vaines attaques. (*)

Soumet-

- (*) L'Athée est obligé de reconnoître aussi bien que nous un Être nécessaire & indépendant. Mais il prétend que cet Être, c'est l'Univers, & il lui donne les attributs que nous ne concevons qu'en Dieu. Il ne s'agit donc absolument, pour prouver à l'Athée l'impossibilité de la non-existence du Dieu, que nous reconnoissons, que de lui prouver, que l'Univers n'est pas l'Être nécessaire & indépendant. C'est ce qu'on a tâché de faire dans le Discours précédent §. XIX. & suiv.

Soumettons donc à un examen sévère les raisonnemens qu'on a coutume de faire sur ce sujet, pour voir; premièrement ce qu'ils prouvent, & ensuite, comment on peut les rendre concluans. Remontons pour cet effet jusqu'à *Platon*, qui fait tenir ce langage à un des Interlocuteurs de ses Dialogues. „ Vous jugez que j'ai une „ Ame intelligente, parce que vous appercevez de l'ordre dans mes „ paroles; & dans mes actions; jugez donc, en voyant l'ordre de ce „ Monde, qu'il y a une Ame souverainement intelligente.“ On donne plus d'evidence encore à ces idées, en comparant le Monde à un Palais magnifique, dont les matériaux ne peuvent s'être arrangés d'eux-mêmes, avec tant d'art & d'industrie; ou bien, à un excellent Poëme, comme l'*Illiade*, ou l'*Eneïde*, que l'arrangement fortuit, ou fatal, de caractères jettés confusément, & sans dessein, ne formeront jamais. Voilà ce que l'on dit de plus précieux sur cette matière; il faut en faire l'analyse.

Ces raisonnemens n'ont assurément pas la force des Axiomes; ils ne persuadent pas par une évidence propre & irrésistible; on sent qu'ils dépendent d'ailleurs, & qu'il y a des notions générales, dont ils ne sont que le résultat. La principale de ces notions, c'est la Raison suffisante, à la faveur de laquelle nous concluons que cet Edifice, ou ce Poëme, n'ont pu se produire d'eux-mêmes dans l'état où ils sont, parce qu'il n'y a rien dans les matériaux, & dans les caractères, qui puisse servir à faire comprendre l'ordre & la régularité de leur structure, & que tout au contraire, il pouvoit également en résulter un Chaos, où l'on n'eût trouvé, ni ordre, ni règles. Je dis, que le Principe de la Raison suffisante est la notion la plus essentielle, pour la force de l'argument tiré des fins de la Nature; mais j'ajoute, qu'on ne sauroit le développer parfaitement, sans le secours des notions du possible, de l'impossible, de la nécessité absolue, de la contingence, de l'ordre, de la perfection, du choix, du dessein, &c.

Je ne crois donc pas faire une digression, en m'arrêtant ici pour un moment à fixer la véritable notion du Principe de la Raison suffisante, que bien des Philosophes rejettent, sinon comme faux, au moins comme superflu, parce qu'ils ne s'en font pas une juste idée.

Ce principe est ancien, mais on ne sauroit nier que Mr. de *Leibnitz* n'ait été le premier qui l'ait rendu si merveilleusement fécond, & que cette foible lueur ne lui soit redevable de l'accroissement, qui en fait un des flambeaux les plus lumineux dans la recherche de la vérité. Dans la Dispute connue entre Mr. de *Leibnitz* & *Clarke*, le premier n'établissoit son Principe, qu'en provoquant à l'expérience. *Clarke* demandoit, qu'il en produisît d'autres preuves. *Leibnitz* exigeoit à son tour, qu'on pût lui alléguer un seul exemple qui invalidât l'Universalité de son Principe, avouant néanmoins qu'il pouvoit y avoir des cas, où la raison de ce qui est, nous est cachée, quoiqu'elle n'en existe pas moins réellement. Ainsi il mettoit son Principe au rang de ces Vérités, qu'on nomme Axiomes, parce qu'elles portent avec elles leur évidence. Et dans le fonds, ce Philosophe étoit en droit de le faire. Il paroîtroit fort étrange à ceux qui traittent des Loix du mouvement, qu'on leur contestât cette Règle générale qu'ils mettent à la tête; c'est, *Que tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement, jusqu'à ce qu'une cause externe l'en tire.* Cependant ce Principe, & celui de Mr. de *Leibnitz*, de même que toutes les Notions universelles, se forment par abstraction des cas singuliers. La Raison suffisante a même un grand avantage sur la Loi générale de l'état des Corps; c'est, que celle-ci n'a sa dernière, & pleine évidence, que par le moyen de l'autre. Car, s'il n'étoit pas universellement vrai, que rien ne peut arriver sans raison suffisante, il n'impliqueroit aucune contradiction, que les mobiles fortissent deux-mêmes de leur repos, ou changeassent leur célérité & leur direction. On ne sauroit être trop attentif à l'ordre dans lequel les notions se suivent, & à leur dépendance; c'est ce qui fait la beauté, & la force de toutes les Theories.

Quoique rien n'empêchât donc d'employer le Principe de la Raison suffisante, appuyé sur la seule expérience, Mr. de *Wolff* a été encore plus loin, & par surabondance de droit, il a démontré, dans son *Ontologie* Latine, le Principe de la Raison suffisante par celui de Contradiction, en faisant voir que, pour rejeter la Raison suffisante, il faut affirmer que le Néant peut produire quelque chose. Il a plus fait;

fait; il a developé ce que Mr. de *Leibnitz* n'avoit pu faire comprendre au Dr. *Clarke*, c'est, que l'idée de raison suffisante est antérieure à celle de cause, & qu'ainsi le premier de ces termes dit plus que le second. En effet, suivant le sentiment commun de tous les hommes, il n'est point de cause, qui ne renferme le principe, d'où procede l'effet; & ce principe ne peut être conçu sans la raison suffisante, qui explique comment une chose dépend de l'autre, & quel est le lien que forme cette dépendance. *Aristote* lui-même avoit déjà remarqué la difference de ces deux idées, & l'antériorité de celle de Principe. Mais il n'avoit pas poussé assez loin l'usage de cette notion, & malgré l'Axiome de ce Philosophe & des Scolastiques, *Qu'il n'y a point d'effet sans cause*; ils n'ont pu bannir de leur doctrine les qualités occultes, qui ne sont autre chose que des causes destituées du Principe de la Raison suffisante, & par là même inexplicables, & inutiles à tout Être raisonnable, qui, ne se payant que de l'evidence, refuse de mettre les mots à la place des choses.

C'est en insistant sur cette considération, qu'on peut se convaincre de la difference réelle, qu'il y a entre l'idée de la cause, & celle de la raison. Tant qu'on n'a voulu qu'indiquer des causes, auxquelles on put rapporter certains effets, la sympathie, l'antipathie, l'horreur du vuide, & mille autres chimères semblables, ont été en vogue. Mais dès qu'on s'est proposé de découvrir des raisons, on les a rejetées, parce qu'elles ne sauroient en fournir, étant parfaitement inintelligibles en elles-mêmes. Les idées qu'elles semblent présenter à l'esprit, sont des notions *deceptrices*, elles n'ont qu'une vaine apparence d'idées, la raison n'y aperçoit rien du tout. Le Principe de la Raison suffisante est par conséquent la pierre de touche, le caractère distinctif, des véritables causes. Donc, je le repete, parce qu'il est de la dernière importance de le bien sentir, la notion de principe est antérieure à celle de cause, c'est à dire, que pour comprendre celle-ci, il faut avoir préalablement l'autre. Mr. *Du Hamel* a presque saisi cette distinction dans toute sa justesse. *Principium & causa*, dit-il, (*) *sæpe confundi solent,*

A a 2

4 amersi

(*) *Philos. Vet. & Nov. in Metaph. Tract. II. Disp. I. Quest. 1.*

tamenſe latius patet nomen principii quam cauſa. Divers exemples peuvent achever d'établir cette différence entre le principe & la cauſe. La cauſe eſt toujours regardée, comme contenuë dans un être, différent de celui ſur lequel elle agit. Ainſi, les motifs qui me déterminent à agir, ou à ne pas agir, ne ſont pas la cauſe de mes réſolutions, ils en ſont ſeulement le principe, puisqu'on ne peut pas les enviſager, comme des êtres particuliers & externes, qui agiſſent ſur mon Ame. Autre exemple. L'idée que nous avons de l'Être neceſſaire & indépendant, nous fait concevoir qu'il n'a pu commencer d'exiſter, & qu'il ne ſauroit avoir de fin; il ne dépend donc d'aucune cauſe, mais cela n'empêche pas qu'il n'ait en ſoi-même la raiſon de ſon exiſtence. (*) Enſin, je comprends par les meſures de la Trigonometrie, les diſtances des villes, l'étenduë d'un Terrain, l'elevation d'une Tour; mais les triangles, qui forment ces meſures, ne ſont pas la cauſe des diſtances, de l'étenduë, de l'elevation des objets auxquels on les applique.

Rapprochons-nous de notre ſujet, & que ce ſoit par le moyen même de la Raiſon ſuffiſante. De grands Philoſophes n'ont pas goûté la preuve capitale de l'exiſtence de Dieu, qui ſe déduit de la ſuccéſſion des êtres. Mais aſſurément, l'inefficace de cette preuve à leur égard, ne venoit que de leur défaut d'attention au Principe de Mr. de Leibnitz. En eſſer, ſi la ſuccéſſion des Êtres de l'Univers ne prouve

(*) Des-Cartes a apperçu conſuſément la diſtinction que nous expliquons, & l'a appliquée au même ſujet. Il n'y a, dit-il, aucune choſe exiſtante de laquelle on ne puiſſe demander la cauſe pour laquelle elle eſt. Car cela même ſe peut demander de Dieu. Non qu'il ait beſoin d'aucune cauſe pour exiſter, mais parce que l'immenſité même de ſa nature eſt la cauſe, ou la raiſon, pour laquelle il n'a beſoin d'aucune cauſe pour exiſter. Medit. Metaph. p. 137. de l'Edit. de Par. in 4to 1673. Cet axiome bien développé, coïncide parfaitement avec le Principe de la Raiſon ſuffiſante. Et l'on peut même dire, qu'ici Des-Cartes a montré la voye à Leibnitz, & l'a conduit à l'uſage perſeruel & important, qu'il a tiré de ſon Principe. Cependant il étoit réſervé à Mr. de Wolff de mettre la dernière main à l'oeuvre, & de donner la démonſtration de ce Principe, que Leibnitz n'a jamais fait que ſuppoſer. Ce progrès de lumière mérite bien d'être obſervé, & cela ſert à rendre à chaque Philoſophe la gloire qui lui eſt due.

prouve pas leur contingence, & l'existence d'un Etre nécessaire, il faudra recourir à un nombre réellement infini de causes & d'effets, qui ayent succédé les uns aux autres, par une suite éternelle de vicissitudes. Or cette idée renferme une contradiction palpable, & en la suivant, on ne répondra jamais à la grande difficulté des anciens Philosophes; Est-ce la Poule qui a précédé l'oeuf, ou l'oeuf a-t-il précédé la Poule? Difficulté manifestement puisée dans la notion de la Raison suffisante. Car, quoique cette notion ne fut pas suffisamment développée en eux, le bon sens seul leur dictoit qu'on ne peut acquiescer à une semblable succession infinie, ni trouver dans des choses, qui sont dans une dépendance réciproque, la première raison de leur existence.

Voilà donc deux preuves de l'existence de Dieu, qui ont eu un sort tout opposé, & tout contraire à celui qu'elles devoient avoir, faute d'avoir suivi le Principe que nous expliquons. La preuve de la succession des Etres contingens a été rejetée, quoiqu'invincible; & la preuve des Causes finales a été adoptée, quoique foible, ou plutôt insuffisante. Cependant, les Philosophes qui ont tant goûté la dernière de ces preuves, auroient du s'apercevoir que le principe sur lequel elle repose, est le même que celui de la succession des Etres. Car, comme je juge qu'un Tout bien arrangé demande un Etre ordonnateur, parce que je ne découvre la raison de l'arrangement, ni dans les parties considérées séparément, ni dans le Tout; de même, je m'assure qu'un Tout successif n'existe pas par lui-même, parce que la raison de cette existence n'est contenue, ni dans ses parties, ni dans sa totalité. Ce n'est donc qu'à la faveur de la notion générale de notre Principe que l'Interlocuteur de *Platon* conclut ci-dessus de l'Ordre de ce Monde, qu'il y a une Ame souveraine & intelligente. Car, en détruisant ce Principe, la conclusion est toute à fait incertaine.

Ajoutons, que les mêmes difficultés qu'on oppose à la preuve de la succession des Etres, retombent à plomb sur celle des Causes finales. Ces difficultés sont celles qu'on emprunte du Spinozisme, & consistent à dire; „Qu'à proprement parler, il n'y a point de généra-

„tions, il n'y a point d'Etres produits, il n'y a point plusieurs Sub-
„stances; Que l'Univers est un Tout, existant nécessairement, qui se
„développe sans cesse; que c'est un même Etre, dont la nature est
„d'être immuable dans sa substance, & éternellement varié dans ses
„modifications &c.“ Qui ne voit, qu'avec ces principes on dira
également, que ce que nous prenons pour des fins arrangées par une
Intelligence, ne doit point porter ce nom, puisque ce ne sont que
des déterminations nécessaires de cet Etre unique, dont les modifica-
tions varient dans toute l'éternité. L'un est aussi aisé à dire que
l'autre, & même les fins sont plus en prise aux objections que les
succesions, parce qu'on découvre plutôt, & plus évidemment, la
Contingence dans les succesions, que l'Intelligence dans les fins.

On ne sauroit donc esperer d'élever ces preuves à la force de la
Démonstration, tant qu'on se bornera à les considérer en elles
mêmes, & indépendamment des notions antérieures, dont elles sont
des conséquences légitimes. Je me suis attaché à faire voir ci-dessus
l'importance du Principe de la Raison suffisante; mais j'ai insinué en
même tems, qu'il y avoit plusieurs autres notions, dont l'intelligence
& la force étoient des préalables essentiels à l'établissement de la preu-
ve des Fins. Telles sont entr'autres, & surtout, celles du possible &
de l'impossible. S'il n'y a de possible que ce qui parvient effectivement
à l'existence, si tout le reste doit être regardé comme impossible, en
vertu d'une nécessité absolue, qui l'exclut, & l'annéantit en quelque sorte
pour jamais, vous chercherez en vain des fins dans la nature. Quand
chaque détermination, & la suite entière des déterminations, sont
de telle nature, qu'elles ne pouvoient exister que d'une manière, il
n'y a plus de liberté dans leur production; & l'Agent libre est ce-
pendant le seul, qui puisse se proposer des fins. On voit donc, que
tant que l'idée du possible & de l'impossible ne sera pas rectifiée, on
ne pourra tirer aucun fruit de la preuve des fins. Mais comment la
rectifier, cette idée? On ne peut le faire que par le Principe de Con-
tradiction, principe de toutes les démonstrations, source de la cer-
titude la plus incontestable. Ce Principe nous enseigne, que deux
choses contraires ne sauroient non seulement exister ensemble, mais
même

même, être, c'est à dire, passer pour des réalités, des objets que notre Entendement puisse concevoir. Si vous rejettez ce Principe, & que vous fassiez de l'existence la seule cause de la possibilité, il s'ensuivra de là, qu'un Triangle n'a trois angles, que parce qu'il existe, & que sans cela les trois angles n'entreroient pas plus dans la notion, que quatre, ou cinq. Or quiconque digèrera de pareilles idées, aura bien moins de peine à croire que l'Univers, quelque apparence de fins qu'on y trouve, en est réellement denué; que dis-je, il faut réellement qu'il soit dans cette idée: car en attribuant à un principe d'ordre la régularité du monde, il en résulteroit que ce Principe a eu du dessein, a fait un choix, & qu'il pouvoit également réaliser d'autres possibles, dont l'existence n'impliquoit aucune contradiction.

Plaçons encore ici diverses Réflexions, qui pourront répandre un plus grand jour sur cet important sujet. Le Néant se prend, ou pour l'impossible, le contradictoire, auquel l'existence répugne absolument, ou pour ce qui n'existe pas. Dans le Monde, il a existé des choses qui n'existeront plus, à cause du principe des indiscernibles, & il en existera qui n'ont point encore existé. Le contradictoire ne sauroit appartenir à aucun de ces tems; il n'y a que le possible. Ce dernier est l'*Aliquid*, quelque chose, car je puis m'en former une idée; & c'est ce qui sert de fondement au Principe de la Raison suffisante. Au lieu que je ne saurois absolument concevoir aucune idée d'une chose contradictoire, d'un home assis & debout en même tems, &c. Il n'y a là que pur neant. La premiere chose donc, que je puisse concevoir d'un Etre, c'est la possibilité, qui constitue son Essence. Mais elle n'influe en rien sur son existence, & il n'y a que l'Etre nécessaire qui existe, par cela même qu'il est possible. Le Principe de la Raison suffisante découle donc immédiatement du Principe de Contradiction. Si le néant, ou le contradictoire, qui sont la même chose, ne peuvent rien produire, il faut dans tout ce qui arrive une raison, pourquoi telle chose est, plutôt que de n'être pas. Il est impossible de nier cette Conséquence; mais il est aisé de sentir en même tems, que cette Raison suffisante ne détermine point ses effets nécessairement; c'est à dire,

de

de la maniere qui soit la seule possible, & à laquelle il impliqueroit d'en substituer quelque autre. Au contraire, ce Principe mene tout droit à la Contingence: Se je mets de l'eau sur le feu, elle bout; si je l'expose au grand froid, elle gèle. Ces divers états de l'eau s'expliquent en Physique; on allégué des raisons, qui les rendent intelligibles. Mais ces raisons mêmes me convainquent, que la liaison des effets avec les causes n'est que conditionnelle, & que l'eau ne devient bouillante, ou glacée, qu'en supposant telles ou telles déterminations accidentelles. Sans cela, & si l'un de ces états lui étoit essentiel, il faudroit qu'elle le gardât immuablement, puisqu'il implique qu'un Etre soit sans son essence. C'est comme si l'on disoit, qu'il est, & qu'il n'est pas. La dernière conclusion que nous avons à tirer de tout ceci, c'est qu'il n'y a que l'Essence des choses qui soit nécessaire.

Revenons au sujet principal. Le Spinosiste, & le Fataliste en général, ne se rendront donc jamais à la simple idée de l'ordre & des fins, qui regnent dans la Nature, & vous ne les amenerez point à en conclure qu'il y a un Dieu, tant que vous leur laisserez lieu d'affirmer que cet ordre est nécessaire, aussi bien que les choses dans lesquelles il existe, que ces fins sont des déterminations essentielles, dont le contraire seroit absolument impossible. C'est ici où il faut proprement dégager ma parole, & faire voir que l'Argument des fins, qui perd sa force entre les mains de ceux qui ne savent pas le pousser plus loin, peut être rendu invincible, lorsqu'on le conduit à sa dernière Analyse.

La Démonstration de l'Existence de Dieu par l'Ordre & les Fins de la Nature, se réduit à quatre Chefs, * qu'il faut prouver chacun séparément. 1. On observe un Ordre dans la Nature. 2. Cet Ordre est contingent. 3. Il y a un Auteur de cet ordre. 4. Cet Auteur est Dieu. On ne sauroit arriver à une conclusion démontrée, sans suivre le progrès que cette route indique. Vous aurez beau dire; Je vois de l'ordre, je vois un Soleil & des Planetes, & ces differens Corps, placés à des distances proportionnées, font des révolutions qui y répondent exactement; je trouve dans l'air, ce qui convient à ma respiration

* Voy. *Ho-*
ra subc. Maré.
An. 1730. P.
660. & 1.

piration, sur la Terre, les diverses choses qu'exigent mes besoins; j'apperois des productions, des végétations, des générations, qui suivent constamment les mêmes Loix. Tout cela vous fera avoué sans difficulté, mais si vous ajoutez; *Donc il y un Dieu*; on ne manquera pas de vous arrêter, & de vous dire: Oui, l'existence de ce Dieu découle de vos observations, pourvu que cet ordre & ces fins ne soient pas l'effet d'une nécessité inévitable, qui rendroit absolument impossible, & contradictoire, toute autre disposition que celle qu'il vous plaît d'appeller Ordre & Fins. Nous voyons les mêmes choses que vous, mais nous n'y découvrons que l'immutabilité des Loix de la Nature, tandis que vous vous imaginez y reconnoître la Liberté d'une Intelligence. Voilà donc le véritable noeud de la Controverse, & tant qu'on n'ira pas plus loin, elle demeurera indécise. Les Fatalistes accorderont le nom d'Ordre à ce qui se passe dans la Nature, parce que cette dénomination ne leur importe en rien, mais ils n'en rejetteront pas moins la conséquence; Qu'il y a un Etre, Auteur de cet Ordre.

En effet, si nous y prenons bien garde, ce ne sont pas les noms que nous donnons aux choses, ni les idées que nous nous en formons, qui peuvent servir de principes à aucune démonstration, à moins que nous n'ayons prouvé auparavant que ces noms sont convenables, & ces idées fondées dans le vrai & dans la réalité. Vous observez que le Soleil ne s'écarte jamais de la route de l'Ecliptique, & que sa marche dans cette route ramène régulièrement les quatre saisons de l'année. Il vous plaît d'appeller cela *l'Ordre de la nature*; à la bonne heure! Mais quand vous bâtissez là-dessus le Dogme de l'Existence de Dieu, où sont les fondemens de l'édifice? Avez-vous donné la notion de l'Ordre? Avez-vous prouvé, que tout ordre suppose un Etre, qui en soit l'Auteur? Et comme vous ne sauriez le faire, avez-vous du moins distingué l'ordre en nécessaire, & en contingent?

Si vous n'avez rien fait de tout cela, il n'y a pas la moindre force de vérité dans votre assertion; vous l'avancez gratuitement, on la niera de même. La première condition requise dans la déduction de l'argument que nous examinons, c'est donc de donner une idée distincte de ce qu'on entend par l'Ordre de la Nature, & de ne pas appliquer ce titre à des Observations vagues, & confuses, sur ce qui se passe dans l'Univers. C'est ce que l'on ne sauroit éviter, qu'en recourant à la notion distincte de l'Ordre du Monde, que l'Ontologie fournit; savoir, que c'est la suite des Etres, tant simultanés que successifs, liés entr'eux d'une manière non interrompue. Et comme tout ordre a ses règles, on ne sauroit arriver à une pleine conviction de l'existence de l'Ordre de la Nature, qu'en découvrant les règles qui déterminent la place qu'occupe chacun des Etres coexistens & successifs. Bien des gens seront peut-être surpris de cette précision, qu'ils n'ont pas coutume de chercher dans les notions, & dans les raisonnemens; néanmoins sans elle, il n'y a aucune force dans les preuves sur lesquelles on fait communément le plus de fonds.

Mais il faut aller plus loin, & prouver la contingence de cet Ordre. Ce n'est pas, pour le remarquer en passant, que la nécessité de l'Ordre de la Nature soit absolument incompatible avec l'Existence de Dieu, ni même avec la dépendance de cet Ordre à l'égard de Dieu. Quoique les Athées soient les défenseurs ordinaires de la nécessité absolue de l'Ordre, ce Dogme n'est pas inséparablement lié à l'Athéisme, puisqu'il n'impliqueroit pas qu'il y ait un Dieu, que ce Dieu ait donné l'existence à la Nature, & à l'Ordre qui y régit, & que cependant cet Ordre soit essentiel aux choses, de manière qu'aucun autre n'eût pû lui être substitué. Tout ce qui résulteroit de la notion d'un semblable Ordre, c'est que l'Existence de Dieu y feroit possible, mais qu'elle ne feroit pas nécessaire, & que par conséquent on n'auroit aucun droit d'argumenter de l'Ordre à l'Auteur de l'Ordre.

Cet

Cet Auteur ne devient nécessaire, & son existence ne se démontre, qu'après qu'on a mis en évidence la contingence de l'Ordre & des Fins, qui s'observent dans l'Univers.

Il est vrai que ce n'est pas une légère entreprise que de bien établir cette contingence; & il ne faut pas être tout à fait surpris, que les Philosophes aient été comme rebutés de la tenter. J'avoué même, qu'avant que la Theorie des Loix du Mouvement ait été développée, comme elle l'a été par les Philosophes du Siècle passé, on'auroit eu bien de la peine à démontrer la contingence de l'Ordre. Car elle dépend principalement, de ce que les Régles, ou si vous voulez les Principes, les Loix naturelles du Mouvement, sont contingentes. Cela se prouve par leur dépendance du Principe de la Raison suffisante, qui est la source de toutes les verités contingentes, comme le Principe de Contradiction est celle des verités nécessaires. La chose est trop importante, pour ne pas y donner tout le degré de clarté, que nous sommes capables d'y mettre.

Les principes généraux du mouvement (*) expriment ce qui arrive constamment dans les mobiles, toutes les fois que la force motrice est modifiée dans le choc des corps; & ces modifications consistent dans la diversité de la vitesse & de la direction. La premiere & la principale de ces Régles générales, c'est celle que nous avons déjà eu occasion d'alléguer; savoir, *Que tout corps persévère dans son état de repos, ou de mouvement, en conservant la même vitesse &*

Bbb 2

la

- (*) La Theorie des Loix du Mouvement fait connoître l'Ordre; mais pour se convaincre de la contingence de cet Ordre, il faut remonter aux premieres notions du contingent & du nécessaire, du possible & de l'impossible. Elles nous découvrent, que si l'Ordre étoit nécessaire, il faudroit que la celerité, & la direction donnée, dans le mouvement actuel d'un mobile, eussent été les mêmes de toute éternité, puisqu'elles lui seroient essentielles, & que tout ce qui est essentiel, est absolument nécessaire & immuable.

la même direction jusqu'à ce qu'une cause externe l'en tire. S'il y avoit donc une Loi nécessaire, d'une nécessité absolue, & destructive de toute contingence, ce seroit celle-là. Cependant, lorsqu'on la démontre, & en général, lorsqu'on démontre toutes les Régles des chocs des corps, ces Démonstrations vont se résoudre dans le Principe de la Raison suffisante, qui en fait le fondement & la force, mais qui, suivant sa nature, ne peut leur donner qu'une nécessité hypothétique, laquelle n'est autre chose que la contingence. Il en est de même de l'égalité d'action & de réaction des Corps. Elle dépend uniquement du même Principe, le seul qui puisse servir à la démontrer. D'habiles Mathématiciens se sont aussi attachés à prouver, que dans le choc des corps élastiques, il se conserve la même quantité de forces vives. Tout cela va aboutir au même Principe, qui tient, pour ainsi dire, sous son empire, toutes les règles du mouvement, que nous observons dans ce Monde. Il n'y a aucune de ces règles, qui découle nécessairement de l'Essence même des Corps, par la force du Principe de contradiction, qu'on employeroit inutilement dans leur démonstration. En un mot, elles ne sont intelligibles, & expliquables, que par la Raison suffisante; ce qui en bannit absolument la nécessité absolue, la fatalité, & assure pour jamais leur contingence.

On sent bien après cela, que tout le monde n'est pas capable d'entrer dans ce détail, qui demande une grande connoissance de la Nature, & une extrême attention aux dernières raisons de tout ce qui y arrive. C'est là sans contredit un excellent usage du Principe de la Raison suffisante, (*)
un

(*) *Mr. de Leibnitz* est le premier qui l'ait employé de la sorte, & il ne s'attribue rien que de vrai dans les paroles suivantes de sa *Theodicée*. §. 345. „J'ai découvert que les Loix du mouvement qui se trouvent effectivement dans la nature, & sont vérifiées par les expériences, ne sont pas à la vérité absolument démontrables, comme seroit une Proposition Geometrique, mais il ne faut pas aussi qu'elles le soient. Elles ne naissent pas entièrement du Principe

un des plus importants services qu'il puisse rendre. Tous ceux qui n'ont pas su l'appliquer de cette maniere, se sont bornés à établir les Loix du mouvement *à posteriori*, par l'observation, par l'experience. Mais cette voye ne nous fournit aucun moyen de discerner, si ces Loix sont immuables & nécessaires, ou si elles sont contingentes, & pourroient souffrir des changemens, qui ne portassent aucune atteinte à l'Essence des Corps. Ce n'est qu'en saisissant bien la force, & les usages, des deux Principes de Contradiction, & de la Raison suffisante, qu'on peut arriver à une idée claire & incontestable de la contingence des Loix du mouvement. Cette contingence sappe un des fondemens du systême de *Spinoza*, qui attribué à ces Loix, & par conséquent à toute la nature, l'éternité, l'immutabilité & la nécessité.

Ce pas important & difficile étant une fois fait, les autres couleront moins. La troisieme chose qu'exige la démonstration de l'existence de Dieu par l'Ordre de la Nature, c'est de prouver que cet Ordre, dont on vient d'établir la contingence, a un Auteur. On dira peut-être que c'est un travail superflu, cette idée étant renfermée dans celle de la contingence. Je répons que quelque vraie que soit cette Proposition; *Tout ordre contingent a un Auteur*, on n'est pas dispensé pour cela d'en produire la preuve, puisqu'autrement il n'y auroit qu'à proposer en général toutes les verités sans les prouver; & l'Existence elle même de Dieu, dont on s'efforce de donner tant de preuves différentes, seroit dans le cas; il suffiroit de dire, *Il y a un Dieu*.

Bbb 3

L'Auteur

„cipe de la nécessité, mais elles naissent du principe de la perfection & de
„l'ordre; elles sont un effet du choix & de la sagesse de Dieu. Je puis dé-
„montrer ces Loix de plusieurs manieres, mais il faut toujours supposer quelque
„chose, qui n'est pas d'une nécessité absolument Geometrique. De
„sorte que ces belles Loix sont une preuve merveilleuse d'un Etre intelligent
„& libre, contre le Systeme de la nécessité absoluë, & brute, de Straton & de
„Spinoza.

L'Auteur d'un Ordre, c'est l'Etre dans lequel est contenuë la raison suffisante de cet Ordre, & par les attributs duquel on peut comprendre, pourquoi cet Ordre existe, & pourquoi il est ainsi, plutôt qu'autrement. Qu'il y ait un semblable Etre, dèsque l'Ordre de la nature est contingent, c'est ce qui découle du Principe de la Raison suffisante, qui ne laisse aucune place au hazard, c'est à dire, à une existence destituée de raison. En effet, quoique l'Ordre de la Nature ne répugne point aux essences des choses qui existent dans l'Univers, & que les Loix, suivant lesquelles se règlent les modifications des Corps, soient possibles par la nature même de ces Corps; il n'y avoit cependant aucune nécessité, que le Monde fut arrangé suivant ces Loix. Ce n'est pas dans les Corps mêmes qu'on peut découvrir la raison, pourquoi ils suivent ces Loix plutôt que tout autres; elle ne se trouve que dans un Etre distinct des Corps.

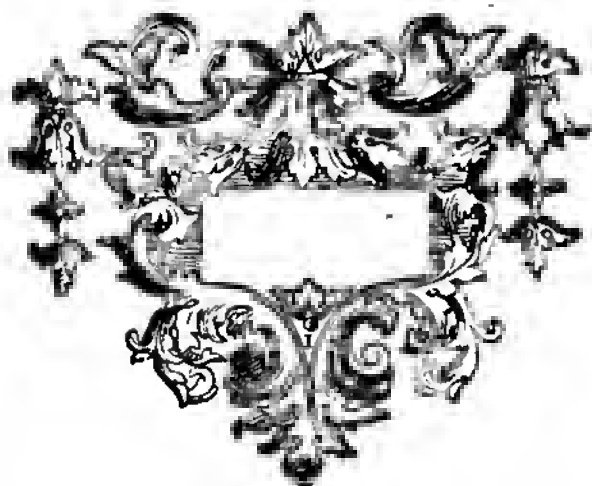
Ici l'on pourroit pousser cette méditation à une beaucoup plus grande profondeur. Car, quoique la conséquence tirée de l'Ordre contingent à l'existence de son Auteur, paroisse toute simple & naturelle, cet Ordre peut être analysé & réduit à ses principes, d'une manière qui augmente extrêmement la force de la preuve. En effet, si l'on fait que les vrais Elémens des Corps sont des substances simples, que la Matière & le Mouvement sont de purs Phénomènes, qui en résultent, & que nous ne pouvons appercevoir que très confusément la réalité des Substances; l'on conviendra en même tems, que les Loix du mouvement des Corps naissent d'autres Loix antérieures, c'est à dire, de celles des modifications des Etres simples. Avec cette Theorie, on s'apperoit que les Loix actuelles du mouvement ont lieu, parce qu'il existe telles Substances simples, de sorte que d'autres Loix du mouvement demanderoient, qu'il existât d'autres Etres simples. Ainsi, la contingence des Loix du mouvement se résout dans celle des Elémens, c'est à dire, dans celle de l'Univers entier. Ainsi
enco-

encore, prouver l'existence de l'Auteur de la Nature, c'est la même chose que prouver l'existence de l'Auteur de l'Univers; ce qui mene à la quatrième chose, requise pour rendre la démonstration complète.

Il ne s'agit pour arriver à cette dernière conclusion, que de tirer la définition de Dieu du sujet même, en disant que l'Etre qui est l'Auteur de l'Ordre de la Nature, ou, dans lequel est contenuë la raison suffisante de l'existence de cet Ordre, plutôt que de tout autre, est celui que nous appellons Dieu. Et pour cet effet, il vous suffit de justifier que l'Etre que vous nommez Dieu par cette raison, est le même auquel l'Ecriture Sainte donne ce nom; à peu près comme les Geometres, en expliquant la génération d'une Courbe qui porte déjà un nom, ont coutume de démontrer que leur Courbe, est précisément la même, à laquelle l'usage Geométrique a déjà conseré ce nom. Et pour continuer la comparaison, de ce que Dieu est l'Etre qui contient la raison suffisante de l'Ordre de la Nature, on doit en déduire les attributs incommunicables que l'Ecriture lui attribue, de même que le Geometre démontre par la génération de sa Courbe, ce qui lui convient en propre, & exclusivement à toute autre. J'entens par là, qu'on doit faire voir qu'un Etre ne sauroit être l'Auteur de l'Ordre de la Nature, à moins qu'il n'ait les attributs que l'Ecriture sainte donne à Dieu, la Toute-Science, la Souveraine Sagesse, &c.

Nous avons degagé notre promesse. Et que personne ne s'étonne du circuit que nous avons été obligés de faire, pour arriver à notre but. Ce n'est point pour embarrasser volontairement les matieres, & faire naître des difficultés à plaisir, que nous sommes entrés dans ces détails; l'unique raison qui nous y a déterminés, c'est qu'ils sont essentiels à la démonstration de la preuve de l'Existence de Dieu, prise de l'Ordre & des Fins de la Nature. Se félicite qui voudra de pouvoir expédier la chose en deux mots, & d'acquiescer à ce
raison-

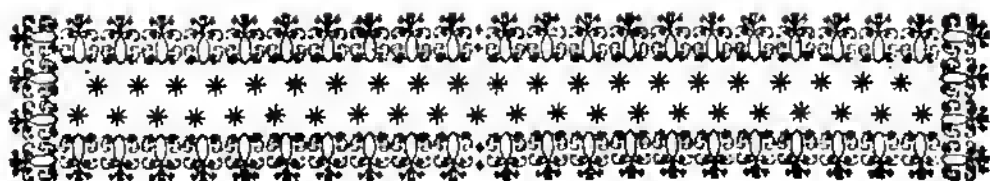
raisonnement; *Il y a de l'ordre : Donc il y a un Dieu.* Nous osons dire, que sa satisfaction est puérile, & son acquiescement téméraire. Tant que ceux qui raisonnent ainsi, ne connoîtront point les vraies notions de l'ordre, de la nature, de la nécessité, de la contingence, de la possibilité de l'impossibilité, toutes celles en un mot que nous avons employées, pour arriver à une Conclusion démontrée, ils demeureront exposés à succomber aux assauts de leurs Adversaires, qui ne manqueront pas de leur faire éprouver la confusion inévitable à toute personne, qui avance ce qu'elle ne sauroit soutenir.



MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES

CLASSE DE BELLES
LETTRES.





V I E
DE
FRÉDÉRIC GUILLAUME
LE GRAND.



FRÉDÉRIC GUILLAUME naquit à Berlin, le 6. de Fevrier 1620. 1640.

Il reçut le nom de GRAND, & il l'étoit effectivement. Le Ciel l'avoit formé exprés, tel qu'il le falloit pour rétablir par son activité le désordre, & la confusion, où l'indolence de la Régence précédente avoit jetté ses Provinces, pour être le Restaurateur & le Défenseur de sa Patrie, la gloire & l'honneur de sa Maison. Il semble que par méprise la Nature eut uni en lui l'ame d'un Grand Roi à la fortune médiocre d'un Electeur. Aussi étoit-il bien au dessus du rang qu'il occupoit. On vit pendant son Règne, les actions d'une ame forte, & d'un génie supérieur, tantôt tempérées par la prudence, tantôt portant ce caractère d'enthousiasme qui enleve notre admiration; inépuisable en ressources, sans secours étrangers; formant ses projets lui-même, & les mettant en exécution; rétablissant par sa sagesse un pais abîmé; acquérant de nouveaux Etats par sa Politique & sa prudence; assistant ses Alliés, & défendant ses peuples par sa valeur; & toujours également grand dans tout ce qu'il entreprenoit.

Frédéric Guillaume avoit 20. ans, lorsqu'il parvint à la Régence. Son education avoit été semblable à celle de Philoctete; il apprit à vaincre

vaincre dans un âge, où le vulgaire des hommes apprend à bégayer ses pensées. Le Camp du Prince Frédéric Henri d'Orange fut son Ecole militaire ; il assista aux Sièges des Forts de Skink, & de Breda. Le Comte de Schwartzemberg, Ministre de George Guillaume, qui voyoit avec peine, dans le caractère de ce jeune Prince, des éclairs de ce beau feu, qui jeta ensuite des rayons si brillans, l'éloigna, autant qu'il lui fut possible, de la Cour, ne croyant pas ses vertus assez pures, pour qu'elles soutinssent l'examen d'un Surveillant aussi dangereux. Le jeune Prince revint cependant trouver son Père, malgré le Ministre, & il fit avec l'Electeur le voyage de Prusse, où la mort de George Guillaume le mit en possession de ses Etats.

Mais cette Succession étoit en partie entre les mains des Suédois, qui avoient fait de l'Electorat de Brandebourg un désert affreux, où l'on connoissoit les traces des Villes par les décombres & les ruines, & les lieux où il y avoit eu des Villages, par des monceaux de cendre, qui empêchoient l'herbe d'y croître.

Les Duchés de Cleves & de la Marche n'étoient guères plus heureux ; leurs moissons se partageoient entre les Espagnols & les Hollandois, qui les pilloient alternativement, en tirant des Contributions exorbitantes, sous prétexte des les défendre.

La Prusse, qui avoit été envahie par Gustave Adolphe, saignoit encore des playes que la Guerre lui avoit faites. Frédéric Guillaume commença ainsi sa Régence dans des conjonctures désespérées. Prince sans Etats, Electeur sans pouvoir, Successeur sans héritage, dans cette première Jeunesse, qui, étant l'âge des égaremens, rend à peine les hommes capables d'obéissance, il donna des marques d'une Prudence consommée, & de toutes les vertus qui le rendoient digne de commander aux Hommes.

Il établit l'ordre dans ses Finances, proportionna sa dépense à sa recette, & se défit des Ministres malhabiles, ou suspects, qui avoient contribué au malheur de ses Peuples. Le Comte de Schwartzemberg fut le premier qu'il congédia. Ce Comte étoit Grand Commandeur de Malthe, Gouverneur de la Marche, Président du Conseil, & grand Chambellan. S'il y avoit eu plus de charges importantes, il
les

les auroit toutes réunies sur lui. George Guillaume avoit concentré en un seul homme son conseil & sa Cour. Ce Comte, qui s'étoit vendu à la Maison d'Autriche, retourna à Vienne, où il mourut la même année.

Après la mort de Schwartzemberg, l'Electeur envoya le Baron Borgsdorff à Spandow, & à Cüstrin, pour apposer son scellé sur les effets du Défunt. Les Commandans des deux Forteresses refuserent de lui obéir, prétextant qu'ils n'osoient le faire sans ordre exprès de l'Empereur, à qui ils avoient prêté le serment. Borgsdorff dissimula l'insolence de ce refus, il guetta Rochow, Commandant de Spandow, & s'en saisit, comme il sortoit imprudemment de sa forteresse; l'Electeur fit trancher la tête à ce rebelle, & les Commandans de ses autres places se rangerent à l'obéissance.

Frédéric Guillaume reçut en personne l'investiture de la Prusse, 1641.
des mains de Ladislas Roi de Pologne. L'Electeur s'engagea de payer à cette Couronne un tribut annuel de 120,000. Florins, & de ne faire, ni paix, ni trêve, avec ses ennemis.

Le Baron de Leben reçut l'investiture de l'Electorat en son nom, 1642.
de l'Empereur Ferdinand III. mais il ne pût obtenir celle des Duchés de Cleves, parce que cette Succession étoit encore en litige.

Après avoir satisfait à ces sortes de devoirs étrangers, l'Electeur tourna toute son application à soulager ses peuples, & à retirer ses Etats de la désolation, dans laquelle ils étoient plongés. Ses Négociations le firent entrer dans la possession de ses biens, il conclut une trêve pour 20 ans avec les Suédois, (a) qui évacuèrent la plus grande partie des Marches de Brandebourg; l'Electeur paya, & fit livrer aux Garnisons Suédoises, qui tenoient encore quelques Villes, 140,000. Ecus, (qui font près de 200,000. de notre monnoye,) & mille boisseaux de bled par an. Il fit un Traitté (b) avec les Hessois, qui lui re- (b) 1644.
mirent une partie du país de Cleves, dont ils s'étoient mis en possession, & il obtint des Hollandois l'évacuation de quelques autres villes.

Cee 3

Les

(a) à Stockholm; Götze & Leuchtmer furent ses Envoyés,

(b) En 1644.

Les Puissances de l'Europe, qui commençoient à sentir le poids d'une longue Guerre, dont les suites leur devenoient de jour en jour plus ruineuses, se prêterent aux Négociations de paix. Les Villes de Münster & d'Osnabruck furent choisies, comme les lieux les plus propres pour ouvrir les Conférences; l'Electeur y envoya ses Ministres.

1645. La multitude des matieres, la complication des causes, le nombre de Souverains à contenter, les différentes prétentions sur les mêmes Provinces, la Religion, les prééminences, le compromis de l'Autorité Imperiale, & des Libertés Germaniques; tout ce cahos énorme à débrouiller, occupa les Ministres jusqu'à l'année 1647. qu'ils convinrent des Articles principaux.

1646. Il n'est pas nécessaire de copier ici le Traitté de Westphalie, sur lequel un Auteur laborieux a écrit un Livre savant & utile. Je me contente de rapporter les points de ce Traitté, qui sont relatifs à l'Histoire de Brandebourg.

La France, qui épousoit les intérêts des Suédois, demandoit la Pomeranie, comme un dédommagement des fraix que la Guerre avoit coûté à Gustave Adolphe, & à ses Successeurs; à quoi l'Electeur, & l'Empire, refusoient de consentir. Frédéric Guillaume convint enfin de céder aux Suédois la Pomeranie Citerieure, les Isles de Rügen, & de Wolin, les Villes de Stettin, de Gartz, de Golnow, & les trois embouchures de l'Oder; ajoutant, que si les descendans mâles de la Ligne Electorale venoient à manquer, la Pomeranie, & la nouvelle Marche, retomberoient à la Suède, & qu'en attendant il seroit permis aux deux Maisons de porter les armes de ces Provinces. On secularisa en récompense, pour équivalent de cette cession que l'Electeur venoit de faire, les Evêchés de Halberstadt, Minden & Camin, dont on le mit en possession, de même que des Comtés de Hohenstein, & de Reichenstein; & il reçut l'expectance sur l'Archevêché de Magdebourg, dont Auguste de Saxe étoit encore Administrateur.

Cette paix, qui sert de base à toutes les possessions & droits des Princes d'Allemagne, & dont Louis XIV. devint le Garant, fut publiée l'année 1648.

l'Electeur



L'Electeur, dont les interêts étoient fixés ainsi, fut obligé de faire encore un nouveau Traitté avec les Suédois pour le Règlement de quelques limites, & pour l'acquit de quelques dettes, dont la Suède ne paya que le quart. Ce ne fut que l'année 1650. que l'Electorat, la Pomeranie, & les Duchés de Cleves, furent entierement évacués par les Suédois, & les Hollandois, qui tenoient quelques places. 1649.

Le Duc de Neubourg pensa jetter les affaires dans la même confusion, dont on venoit deles tirer avec tant de peine; il persécuta les Protestans de Juliers avec rigueur. Frédéric Guillaume se déclara leur Protecteur, & envoya son General Spaar avec quelques Troupes sur le Territoire du Duc, lui faisant proposer en même tems un accommodement par la Médiation des Hollandois.

Charles IV. de Lorraine, Prince errant & vagabond, chassé de ses Etats par la France, & qui, avec un petit Corps de troupes, menoit plutôt la vie d'un Tartare que d'un Souverain, vint dans ces entrefaites au secours du Duc de Neubourg. Son arrivée pensa faire évanouir les dispositions pacifiques des parties; cependant on s'accorda. Quant à l'ordre des possessions, on s'en tint au Traitté de Westphalie; (a) & quant aux Libertés de Conscience, à ceux qu'on avoit fait en faveur des Protestans, depuis l'année 1612. jusqu'à l'année 1647. 1653.

Il arriva alors un événement en Suède, dont la singularité attira les yeux de toute l'Europe. 1654.

La Reine Christine abdiqua le Trône en faveur de son Cousin, Charles Gustave, Prince de Deux-Ponts. Les Politiques condamnerent cette action, d'autant plus qu'ils ne jugent de la conduite des hommes, que par des principes d'interêt & d'ambition. Ceux qui se piquoient le plus de finesse, prétendirent que la jeune Reine ne s'étoit démise de la Royauté, que par l'aversion qu'elle avoit pour Charles Gustave, qu'on lui vouloit faire épouser. Les Savans la louèrent trop de

(a) Les Duchés de Cleves, la Marche, & Ravensberg, échurent à l'Electeur; Juliers, Bergues, & Ravenstein au Duc.

de ce qu'elle avoit sacrifié, dans un âge encore tendre, les appas des Grandeurs aux charmes de la Philosophie. Cependant, si elle avoit été vraiment Philosophe, ni le meurtre de Monadelsky, ni les regrets qu'elle témoigna à Rome de son abdication, n'auroient flétri sa renommée. Aux yeux des Sages, la conduite de cette Reine ne parut qu'étrange. Elle ne méritoit, ni louange, ni blâme, d'avoir quitté le Trône. Une pareille action n'acquiert de grandeur, que par l'importance des motifs qui la fait résoudre, par les circonstances qui l'accompagnent, & par la magnanimité dont elle est soutenue dans la suite.

A peine Charles Gustave fut-il monté sur le Trône, qu'il étudia les moyens de se signaler par les armes. Il s'en falloit de 6. ans, que la trêve que Gustave Adolphe avoit faite avec la Pologne, ne fut expirée. Son dessein étoit d'obliger Jean Casimir, (qui depuis l'an 1648. étoit devenu Roi à la place de Ladislas,) à renoncer à toutes les prétentions que la Couronne de Pologne formoit sur la Suède, & de lui céder la Livonie. Frédéric Guillaume, qui se défioit des Suédois, devina leurs desseins; mais, pour flatter la Suède, il moyenna un accord par sa Médiation entre la Régence Suédoise de Stade, & la Ville de Brême, dont les démêlés étoient relatifs aux libertés de cette Ville Anseatique.

Charles Gustave, qui publioit que ses Armemens regardoient la Russie, fit demander à l'Electeur ses Ports de Pillaw & de Memel, de même que Gustave Adolphe avoit demandé à George Guillaume ses forteresses de Spandow & de Custrin. Les tems avoient changé; & Frédéric Guillaume avoit l'ame trop fiere, & trop généreuse, pour descendre à de pareilles bassesses. Il rejetta avec hauteur les demandes qu'on lui avoit faites avec indiscretion, & répondit, que, si l'intention du Roi de Suède étoit positivement d'attaquer les Russes, il s'engageoit de fournir un corps de 8000. Hommes pour cette Guerre; prétextant que les progrès des Moscovites en Pologne lui faisoient appréhender, qu'ils ne s'approchassent de ses frontières. Cette désuite artificieuse, & polie, fit connoître aux Suédois, que l'Electeur n'étoit, ni timide, ni dupe.

La République de Pologne, que l'Electeur avertit du danger qui la menaçoit, le pria de l'assister de son Artillerie, de ses Troupes, & de ses bons conseils. Cette prière fut suivie d'une Ambassade, qui demanda sa médiation pour moyenner un accommodement avec la Suède; & celle-ci par une autre, qui le pressa de fournir des subsides pour subvenir aux fraix de la Guerre.

L'Electeur, qui connoissoit les vices cachés des délibérations tumultueuses de cette République, prête à faire la guerre, sans en avoir préparé les moyens, épuisée par la rapine des Grands, incertaine dans ses résolutions, mal obéie par ses Troupes, & legere dans ses engagements, répondit qu'il ne vouloit, ni se charger des malheurs qu'ils appréhendoient, ni se sacrifier pour des ingrats. Ce Prince, pensant à la sûreté de ses Etats, fit une Alliance défensive avec les Hollandois, qui devoit durer 8. ans: il rechercha l'amitié de Cromwel, cet Usurpateur heureux, qui avoit acquis le titre de Protecteur de sa Patrie, & qui ne devoit avoir que celui de Tiran. Il essaya de se lier avec Louis XIV. qui, depuis la paix de Westphalie, étoit devenu l'Arbitre de l'Europe. Il flatta la hauteur de Ferdinand III. pour l'engager dans ses intérêts, mais il ne reçut de ces Princes que des Complimens, & de vaines paroles, en réponse. L'Empereur fit de grandes augmentations dans ses Troupes, & l'Electeur imita son exemple.

Charles Gustave ne tarda pas à confirmer les soupçons, que l'Electeur avoit eu de ses desseins. Le General Wittemberg traversa la Nouvelle Marche avec un Corps de Troupes Suédoises, sans en avoir obtenu la permission, & il s'approcha de la Pologne. A peine Steinbock attaqua-t-il ce Royaume, que deux Palatinats de la Haute Pologne se rendirent au Suédois.

1655:

Frédéric Guillaume voyant, que tout l'effort de la guerre se portoit du côté de ses frontieres de la Prusse, y marcha à la tête de ses Troupes, pour être à portée de prendre des mesures justes, & de les executer avec promptitude. Il conclut à Mariembourg une Alliance défensive avec les Etats de la Prusse Polonoise. Elle rouloit sur un secours mutuel de 4000. hommes, que se promettoient les parties

contractantes, & sur l'entretien des Garnisons Brandebourgeoises à Marienbourg, Grodentz, & autres Villes.

Les Suédois n'étoient pas alors les seuls ennemis des Polonois. Le Czar de Russie avoit pénétré jusqu'en Lithuanie, dès l'année précédente, avec une Armée nombreuse. Cette irruption avoit pour prétexte l'omission frivole de quelques Titres, que la Chancellerie Polonoise avoit oublié de donner au Czar; & il étoit bien étrange qu'une Nation, qui ne savoit peut-être pas lire, fit la guerre à ses voisins pour la vetille Grammaticale d'une suscription de Lettre.

Charles Gustave, qui profitoit de l'embarras de ses ennemis, faisoit dans peu de tems des progrès considérables; il étoit entré en Prusse, malgré les remontrances de l'Electeur; ses troupes prirent des quartiers dans la Prusse Ducale, & s'approcherent de Königsberg.

L'Electeur, auquel les Suédois avoient fait à plusieurs reprises des Propositions avantageuses, touchoit au moment où il ne pourroit continuer la neutralité, sans exposer la Prusse à une ruine inévitable; il suivit la route que la fortune riante des Suédois lui enseignoit, & il conclut à Königsberg (a) un Traité avec cette Couronne, par lequel il se reconnoissoit Vassal de la Suède, & lui promettoit hommage de la Prusse Ducale, à condition que l'Evêché de Warmie fût sécularisé en sa faveur. Pour fortifier cette nouvelle liaison, Frédéric Guillaume fit une Alliance avec Louis XIV. qui lui garantit ses possessions de Westphalie & du Rhin. Il changea ensuite son Traité avec les Suédois en (b) Alliance offensive. Le Roi, & l'Electeur, eurent une entrevue en Pologne, ils convinrent des projets de leur Campagne, & surtout de reprendre Varsovie aux Polonois, qui venoient d'en déloger les Suédois.

(a) 1656.

(b) à Marienbourg.

L'Electeur marcha ensuite par la Mazovie, & joignit l'Armée Suédoise au confluent de la Vistule & du Bock. Les Alliés passèrent le Bock, & l'Armée Polonoise passa en même tems la Vistule à Varsovie, de sorte qu'il n'y avoit plus d'obstacle qui les séparât.

Les Ministres François, d'Avaujour, & de Lombres, se flatterent de concilier les esprits par leurs Négociations; ils allèrent d'un Camp à l'autre,

à l'autre; mais les Polonois, fiers de leur nombre, (a) méprisoient les Alliés, dont les forces ne montoient qu'à 16,000. hommes, & ils rejetterent avec insolence toutes les offres qu'on leur fit.

Les Polonois étoient dans un Camp retranché, leur droite s'étendoit vers un Marais, & la Vistule couroit en ligne transversale de leur dos vers leur gauche; Charles Gustave, & Frédéric Guillaume, marchent à eux.

16 28. Juillet

Le Roi passa un petit bois, il appuya sa droite à la Vistule. Mais le Terrain étoit si étranglé, qu'en se déployant, il n'auroit pû présenter qu'un front de 12. Escadrons & de 3. Bataillons à l'ennemi. Il resta donc en Colonnes, & la journée se passa en escarmouches, & en Canonades. L'Infanterie arriva tard; l'Electeur qui commandoit la gauche, l'appuya le mieux qu'il pût au bois que la droite venoit de passer; l'Armée resta de cette sorte la nuit sous les armes.

Le lendemain l'Electeur s'empara d'une Colline qui étoit vers sa gauche, d'où il découvrit une plaine rase & unie, propre à étendre les Troupes au delà de ce petit bois; il fit défiler sa colonne par la gauche, en s'étendant dans la plaine, & assurant son flanc par 6. Escadrons qui le couvroient; les Tartares appercurent ce mouvement, & attaquèrent l'Electeur de tous côtés, mais ils furent repoussés, & son Aile gauche se déploya entièrement sur la plaine; les Tartares firent une nouvelle tentative qui leur réussit aussi mal que la première, & ils se retirèrent en confusion.

29. Juillet.

Le Roi, voyant l'impossibilité qu'il y avoit d'attaquer le retranchement des ennemis du côté de la Vistule, arrangea une nouvelle Attaque. L'Infanterie Polonoise, faisant mine de sortir de ses retranchemens, le contint pendant un tems; mais quelques Canons Suédois braqués sur les ouvertures des retranchemens Polonois furent si bien employés, que toutes les fois que les Polonois voulurent déboucher, ils se trouverent forcés de rentrer dans leurs retranchemens avec confusion. Un seul moment suffit à Charles Gustave pour changer son Ordre de Bataille. Les Suédois qui étoient à la droite,

D d d 2

traver-

(a) Ils avoient 40,000. Combattans.

traverserent le bois, & vinrent se former sur la plaine, à la gauche des Brandebourgeois qui s'y étoient déjà déployés.

L'Armée Polonoise sortit en même tems de son retranchement par sa droite, elle forma un front supérieur à celui des Alliés; toute sa Cavalerie étoit à la droite, qu'un Village garni d'Infanterie, & une Batterie placée sur une éminence, couvroit. Le Roi de Suède les déborda, & leur gagna le flanc. Aussi-tôt les Polonois mirent le feu au Village, l'abandonnerent, & se rallierent derrière un autre Village, qu'un marais couvroit. Le Roi les poursuivit, & leur gagna encore le flanc; ce qui produisit une nouvelle incendie, & une nouvelle retraite de la part des Polonois. Dans ce danger la Cavalerie Polonoise fit un effort général. Elle attaqua tout à la fois les Alliés en dos, en flanc, & de front; mais tout étoit prévu, & les troupes disposées à les recevoir; la réserve tint le dos de l'armée libre, & les Polonois furent repoussés avec grande perte de tous cotés. La nuit déroba pour cette fois une victoire complète aux Suédois, & ils attendirent le retour de l'Aurore sur le Champ de Bataille, & les armes à la main.

Juillet.

Dès que le jour parut, le Roi jugea à propos de faire de nouvelles dispositions. Il forma ses deux premières ligne d'Infanterie, la Cavalerie fut mise en troisième, à la réserve de la droite, où l'Eleveur garda les Cuirassiers, & les Dragons Brandebourgeois.

L'Ennemi étoit encore en possession d'un bois, situé au devant de la gauche. On y détacha une brigade d'Artillerie, soutenuë de 500. Chevaux. Après quelques décharges de Canon, la Cavalerie chassa l'ennemi du bois, qui fut occupé par 200. Fantasins. L'Especteur attaqua alors la Cavalerie Polonoise, qui étoit rangée sur une hauteur, la culbuta dans des Marais, & la dispersa entièrement. L'Infanterie des ennemis qui se trouvoit abandonnée, & qui avoit déjà perdu ses Canons, se culbuta sans attendre l'ennemi, & s'enfuit dans une confusion totale. L'Armée battue repassa la Vistule, & abandonna Varsovie, qui se rendit le lendemain au Vainqueur.

L'Armée

L'Armée Polonoise perdit 6000. hommes dans les differents combats de ces trois Journées; & les Alliés harassés d'un jeûne de trois jours, ne purent la poursuivre.

Jean Casimir avoit assisté en personne à la défaite de ses Troupes; la Reine, & quelques Palatines, en avoient été les spectatrices du Pont de la Vistule, mais elles ne servirent qu'à multiplier les embarras, la honte, & la confusion d'une déroute totale.

Après que l'Armée victorieuse eut pris quelque repos, elle fit une marche de 6. Milles d'Allemagne, à la poursuite des Polonois; mais l'Electeur, qui reçut avis que quelques Milices Tartares faisoient des incursions en Prusse, laissa quelques Troupes dans l'Armée Suédoise, & retourna avec le gros de son Armée pour couvrir ses frontières. Il informa l'Empereur du gain de cette Bataille. Ferdinand, qui n'applaudissoit pas du fonds de son ami à des succès aussi brillans, se contenta de lui répondre; „ Qu'il plaignoit les Polonois d'avoir à „ faire à deux aussi braves Princes.“

Frédéric Guillaume, qui remarquoit le besoin extrême que Charles Gustave avoit de son assistance, en profita avec tant d'habileté, qu'il obtint l'entière Souveraineté de la Prusse par le Traitté de Libau; la Suède ne se réserva que la Succession éventuelle.

L'Empereur qui jouissoit alors de la paix, voulut se mêler des troubles des Polonois, soit pour les défendre, soit pour en profiter. Il envoya Hatzfeldt à la tête de 16,000. hommes au secours de cette République. Le Dannemarc épousa également leur querelle, en haine de la Suède. Ferdinand III. ne se contentant pas d'assister les Polonois de ses troupes, voulut encore par ses persuasions les délivrer d'un ennemi redoutable, & il sollicita Frédéric Guillaume dans les termes les plus pressans à se détacher des Suédois. Cette ligue puissante devenoit pour Gustave un présage certain de l'inconstance de la Fortune.

1657.

L'Electeur pressé de tous cotés, se résolut à prévenir les loix de la nécessité; il consentit de bonne grace à ce qu'il n'auroit pû refuser à la force d'une diversion, que l'Empereur, & le Roi de Danemarck, étoient en état de faire dans ses Etats. Il signe à Velaw sa paix avec les Polonois; cette Couronne reconnut la Souveraineté de la Prusse, elle lui ceda les Baillages de Lawenbourg & de Butaw en dédommagement de l'Eveché de Warmie, la Ville d'Elbing lui fut engagée moyennant une somme d'argent, la succession de la Prusse fut étendue sur ses Cousins les Margraves de Franconie. La Pologne, & le Brandebourg; se promettent un secours réciproque de 2000. hommes; l'Electeur évacue routes les Villes de Pologne où il tient Garnison, & ce Traitté important est confirmé à Braunsberg.

En abandonnant les Suédois, l'Electeur rompoit aussi en quelque manière avec la France; il trouva à propos de suppléer aux anciennes liaisons par de nouvelles, & il fit une Alliance avec l'Empereur & le Danemarck. Ferdinand III. s'engagea de fournir un Corps de 6000. hommes, & Frédéric Guillaume un contingent de 3500. en cas qu'une des parties contractantes en eut besoin.

L'Archi-Duc Léopold, que son Père avoit fait élire Roi des Romains dès l'an 1653. malgré la Bulle d'or, & contre l'avis des Princes de l'Empire, remplit alors le Trône Impérial, qui vint à vaquer par la mort de Ferdinand III.

Charles Gustave irrité de ce que l'Empereur, & le Roi de Danemarck, faisoient avorter dans leur naissance les vastes projets qu'il avoit formés sur la Pologne, s'en vengea sur la Zélande, où il fit une irruption, & força Frédéric III. de Danemarck à signer la paix de Rodschidr. A peine cette paix fut-elle conclüe que le Roi de Danemarck la rompit, & le retour de la liberté détruisit l'ouvrage de la contrainte. Frédéric III. quoiqu'agresseur, sollicita les secours de l'Electeur contre la Suède, & les obtint.

Frédéric Guillaume établit le Prince d'Anhalt, Gouverneur de ses Etats pendant son absence, & partit de Berlin à la tête de sa Cavalerie, & de 3000. Cuirassiers Impériaux; il força les Suédois qui étoient dans le Holstein, à se retirer au delà de l'Eider, & mit Garnison
Brande-

Brandebourgeoise & Impériale dans Gottorp; & après avoir chassé les Suédois de l'Isle d'Aland, il mit son Armée en quartier d'hyver dans le Jutland.

L'année d'après, il ouvra sa Campagne par la prise de Friderichs-oeude, & de l'Isle de Fionie; mais l'entreprise qu'il forma sur l'Isle de Fühnen lui manqua, parce que 8. Vaisseaux de Guerre Suédois dissipèrent les bateaux chargés de ses Troupes de débarquement 1659.

Pur diviser davantage les forces des Suédois, de Souches entra avec ses Impériaux, (*) & 2000. Brandebourgeois, dans la Poméranie Citérieure. Lui, & Staremborg, s'emparèrent de quelques petites Villes, & de l'Isle de Wolin, mirent le siège devant Stettin; Würtz qui en étoit Commandant, fit une belle défense. La renommée annonça promptement cette expédition en Dannemarc: Wrangel y apprit cette nouvelle, vola au secours de la Pomeranie: il débarqua à Stralsund, surprit 200. Brandebourgeois sur l'Isle Usedom, & jetta 1600. hommes de secours dans Stettin.

Würtz ne laissa pas languir ses troupes dans une lâche oisiveté, il fit une furieuse sortie, chassa les Impériaux de leurs approches, enclôua leur canon, porta la terreur dans leur Camp, & les obligea de lever ce siège, qui avoit duré 46. jours.

L'Electeur, qui voyoit que la Guerre se rapprochoit de ses frontières, quitta le Jutland avec ses Brandebourgeois, & suivit Wrangel en Pomeranie; il prit Warnemunde & Tripsée, battit en personne auprès de Stralsund un détachement de 300. Chevaux, & finit sa Campagne par la prise de Demin.

Pendant que la Guerre se faisoit ainsi en Holstein & en Pomeranie, les Suédois avoient délogé les (a) Polonois, & les Brandebourgeois, du grand, du petit Werder, & de la Ville de Marienbourg dans la Prusse; mais ils en furent rechassés (b) par les Impériaux & les Polonois, & Polentz avec ses Brandebourgeois leur fit une irruption en Courlande, où il leur prit quelques Villes. (a) en 1658. (b) en 1659.

Je dois ajouter, pour un plus grand éclaircissement de ces détails militaires, que la plupart des Villes qui soutenoient des sièges alors

(*) commandés par le Général de Dohna.

alors, étoient de nature à ne pouvoir pas résister 24. heures à la façon dont on les attaque de nos jours, à moins qu'une Armée ne fût à portée de les soutenir.

La mode d'abdiquer étoit devenue epidémique en Europe. La Reine Christine en avoit donné l'exemple; Jean Casimir l'imita, & Michel Coribut fut élu à sa place.

1660.

Charles Gustave vint à mourir à la fleur de son âge, parmi ces troubles, & ces agitations, dans lesquelles il avoit plongé le Nord; la minorité de son fils Charles XI. qui n'avoit que 5. ans, modérant l'instinct belliqueux des Suédois, leur permit dans le calme des passions d'embrasser des sentimens plus pacifiques.

Les parties belligérantes s'ouvroient toutes après le repos, & ne demandoient que leurs sûretés; leur animosité étoit morte, avec celui qui en étoit l'objet. Toutes les parties convinrent d'ouvrir les Conférences dans l'Abbaye d'Oliva, située auprès de Dantzic. Comme l'ambition n'avoit aucune part à ces négociations, elles parvinrent bientôt à une heureuse fin. On garantit à l'Electeur le Traité de Braunsberg, & l'on reconnut la Souveraineté de la Prusse; & les autres Puissances convinrent entr'elles de rétablir l'ordre des Possessions, comme elles avoient été avant la Guerre.

Cependant la Prusse se soumettoit avec peine au Traité de Braunsberg. Les États de ce Duché prétendoient, que la Pologne n'avoit aucun droit de disposer d'eux. Un Gentilhomme, nommé Rhode, qui étoit des plus séditieux, fut arrêté: l'Electeur accoutumé à surmonter de plus grands obstacles, vint facilement à bout d'appaïser ces premiers mouvemens de révolte, & reçut en personne l'hommage des Prussiens à Königsberg.

1663.

Frédéric Guillaume, qui étoit le Défenseur de ses sujets en tems de guerre, avoit la noble ambition de leur servir de Père en tems de paix. Il foulageoit les familles ruinées par les ennemis. Il relevoit les murailles abatuës des Villes; les forêts, les bêtes féroces qui les habitoient, dispaïsoient pour faire place à des Colonies de Laboureurs, & à de nombreux troupeaux, qui se nourrissoient dans les lieux, que la désolation de la guerre avoit rendus sauvages. L'industrie si
utile

utile & si méprisée, l'Oeconomie rurale, étoit encouragée. On voyoit journellement la création de quelques nouveaux villages; l'excavation de quelques nouveaux Canaux, commodes pour les habitans; & l'on parvint de plus à former le cours d'une rivière artificielle, qui joignant la Sprée à l'Oder, facilitoit le Commerce des différentes Provinces, en leur donnant le moyen de se communiquer mutuellement leur abondance. Ces sages arrangements étoient dûs, tant à l'application continuelle de Frédéric Guillaume au Gouvernement, qu'à la bonté de son caractère. Ce Prince étoit peut-être plus grand encore par cet endroit, que par la valeur héroïque, & par l'habileté de sa Politique, qui lui faisoit faire toutes les choses, de la façon dont il le falloit pour réussir, & dans le tems où elles devoient être faites.

Les Turcs attaquèrent l'Empereur en Hongrie, & il lui envoya un secours de 2000. hommes, que le Duc de Holstein eut ordre d'y conduire.

1665.

Les Polonois avoient une Guerre semblable à soutenir contre les Infideles, & il assista Michel Coribut par un renfort de ses Troupes.

Il reçut l'hommage éventuel de la Ville de Magdebourg, & y mit Garnison; Il acquit la Seigneurie de Regenstein, qui étoit un fief du Duché de Halberstadt, & maintint ses droits contre les prétentions du Duc de Brunswik. Il accorda les fils du Duc de Lunebourg, qui s'entredéchiroyent pour l'héritage paternel; il termina par un Traité les différens qu'il avoit avec les Ducs de Neubourg touchant la Succession de Clèves; il fit une Alliance défensive avec la Suède, & conclut à la Haye une quadruple Alliance avec le Roi de Dannemarc, la République de Hollande, & le Duc de Brunswik, à laquelle l'Empereur accéda.

1666.

Toutes ces Alliances avoient pour objet d'assurer la tranquillité de l'Allemagne. Il paroît cependant que la prévoyance, en multipliant trop leur nombre, affoiblissoit en même tems leur valeur.

Louis XIV. troubla le repos de l'Europe, malgré ces précautions, par la Guerre qu'il fit en Flandre aux Espagnols. Une dot qui n'avoit point été payée à Marie Thérèse, fournit un Manifeste à la

1667.

France. Quoique ces raisons ne parussent pas aussi valables à Madrid qu'à Versailles; Louis XIV. crût proceder selon les règles, en envahissant les Pais-Bas Espagnols, parce qu'ils étoient alors défendus par peu de Troupes.

La France qui étoit attentive à prévenir les ligues, qui pouvoient se former pour le soutien de l'Espagne, crut, que, dans ces conjonctures, il lui convenoit de ménager l'amitié de l'Electeur, & ce Prince s'engagea de ne point se mêler de cette guerre, qui en effet lui étoit étrangère.

1670. Cependant dès l'année 1670. les desseins que Louis XIV. formoit sur les Provinces Unies, n'étoient pas si cachés, qu'il n'en transpirât quelque chose. Ceux qui sont le moins intéressés dans les affaires, y sont souvent les plus clairvoyans. Frédéric Guillaume devina les intentions du Roi de France, il essaya de détourner les foudres qui menaçoient les Hollandois. Louis XIV. bien loin d'adopter les sentimens pacifiques de l'Electeur, essaya de l'entraîner lui même à faire la guerre aux Hollandois; il chargea de cette Commission le Prince de Furstemberg, qui se rendit à Berlin; & ce Prince y vit avec étonnement un Souverain, qui préféreroit les sentimens de l'amitié & de la reconnoissance, aux amorces de l'intérêt, & aux attraits séduisans de l'ambition

Frédéric Guillaume fit un Traitté à Billefeldt avec l'Electeur de Cologne, l'Evêque de Munster, & le Duc de Neubourg pour le soutien des Provinces Unies. A peine cet engagement fut-il pris, que le Duc de Neubourg, & l'Electeur de Cologne, passèrent en transfuges dans le parti contraire.

1672. La Hollande attaquée par la France, harcelée par l'Electeur de Cologne, & par l'Evêque de Munster, étoit dans une situation à n'oser attendre des secours de la générosité de ses Alliés. Les malheureux peuvent faire une expérience certaine du cœur humain; le déclin de leur fortune refroidit le zèle de leurs amis; & comment espérer qu'un Prince eut l'ame assez magnanime, pour affronter à la fois Louis XIV. dans le cours triomphant de ses prospérités, & les malheurs
que

que la République de Hollande avoit à craindre, pour elle, & pour ses Libérateurs. Cependant ce Défenseur se trouva, & Frédéric Guillaume fit une Alliance avec cette République, lorsque l'Europe comptoit la voir submergée par les flots, sur lesquels elle avoit régné avec un empire si absolu.

L'Electeur lui promit un secours de 20, 000. hommes, dont la moitié seroit entretenuë aux dépens de cette République. Les parties s'engagerent à ne point faire de paix séparée. L'Empereur Leopold, à l'exemple de l'Electeur, acceda à cette Alliance.

L'invasion de Louis XIV. avoit changé la face du Gouvernement en Hollande; le peuple que la calamité publique rendoit furieux, s'en prit au Pensionnaire, & vengea sur les frères de Wit les malheurs que la Hollande avoit à souffrir. Le Prince Guillaume d'Orange fut élu Stadthouder d'une commune voix. Ce Prince âgé de 19. ans, devint l'ennemi le plus infatigable que l'ambition de Louis XIV. ait eu à combattre.

A peine l'Electeur eut-il formé son Armée, qu'il s'avança à Halberstadt, où il attendit l'arrivée de Montecuculli avec 10000. Impériaux. Il continua sa marche vers la Westphalie, mais Turenne quitta la Hollande, prit quelques Villes dans le pais de Cleves, & vint à sa rencontre à la tête de 30, 000. François. Cependant Groningue fut évacuée par l'Evêque de Munster, & le Siège de Maastricht levé par les François; ce qui étoit les premiers fruits de cette diversion.

Montecuculli avoit un ordre secret de l'Empereur, de ne point agir offensivement; l'Electeur vouloit combattre Turenne, & marcher tout droit au secours des Hollandois, mais comme Montecuculli n'y vouloit jamais consentir, & que les Brandebourgeois étoient trop foibles pour attaquer Turenne; Frédéric Guillaume fut obligé de se conformer aux intentions de l'Empereur, & il marcha du côté du Rhin vers Francfort, en donnant avis au Prince d'Orange des raisons de sa conduite. Cette marche obligea pourtant Turenne à repasser le Rhin à Andernach, & débarassa la Hollande de 30, 000. Ennemis.

L'Electeur voulut suivre Turenne, il avoit fait tous les préparatifs nécessaires pour passer le Rhin à Nirstein, mais Montecuculli s'y

opposa encore, & lui déclara que les Impériaux ne passeroient pas cette Rivière. La Campagne s'écoula ainsi infructueusement, & l'Electeur prit ses quartiers d'hyver en Westphalie.

Turenne profita de ce repos; il passe le Rhin à Wesel, s'empare des Duchés de Cleves & de la Marche, & s'avance en Westphalie; l'Evêque de Munster osa même assiéger Billefeldt, mais il ne put prendre cette ville.

Le Prince d'Anhalt conseilla alors à l'Electeur d'attaquer Turenne, mais les mêmes raisons de ne le point faire, subsistoient toujours; l'Empereur, qui ne s'étoit point déclaré contre la France, ne vouloit pas que ses troupes agissent contre elle, & les Brandebougeois n'étoient pas assez en force, pour oser se mesurer contre de pareils ennemis.

Les Hollandois devoient tous les subsides qu'ils s'étoient engagés de payer à l'Electeur; ni l'Espagne, ni l'Empereur, n'avoient pris parti contre la France, & tous les Etats de Westphalie étoient perdus. Frédéric Guillaume se disposa dans ces conjonctures à faire son accommodement avec Louis XIV. La Paix fut conclue à Vossen, & le Roi de France la ratifia dans son Camp, devant Mastricht. L'Electeur rentra en possession de tous ses Etats, hormis des Villes de Retz & de Wesel, que les François garderent jusqu'à ce que la Paix avec la Hollande fut conclue. L'Electeur s'engagea de ne plus assister les Hollandois, se reservant cependant la liberté de défendre l'Empire, au cas qu'il fut attaqué. Les autres Articles de ce Traité roulent sur des indemnifications pour les dommages que les Troupes Françoises avoient faits, que Louis XIV. promit de payer à l'Electeur.

Malgré tous les efforts que l'on fit, on ne pût jamais disposer les François à comprendre dans cette Paix la République de Hollande. Frédéric Guillaume s'étoit sacrifié pour elle, & si les autres Puissances eussent imité sa générosité, du moins en partie, son Expédition seroit devenue décisive, & il n'auroit pas été contraint de plier sous la puissance de Louis XIV.

Il n'y eut pas jusqu'aux ennemis de Frédéric Guillaume, qui n'eussent occasion de connoître la magnanimité de son ame.

Un

Un François, nommé Villeneuve, qui étoit dans le Camp de Turenne, offrit à l'Electeur de le défaire du Général ennemi. Frédéric Guillaume en eut horreur, & avertit Turenne de se garder du Traître, qu'il avoit dans son Armée; en ajoutant qu'il embrassoit avec plaisir l'occasion de lui témoigner, que l'estime qu'il avoit pour son mérite, étoit indépendante du mal que les François avoient fait souffrir à ses Etats de Westphalie.

La prospérité de Louis XIV. encourageoit son ambition. Il avoit terrassé les Hollandois, réduit les Alliés à les abandonner, & la terreur de ses armes contenoit les deux Maisons d'Autriche dans l'inaction. Dans ce tems même ses troupes commirent des excès énormes dans le Palatinat, en tirant des contributions exigées à toute rigueur, & maltraitant les Peuples. L'Electeur Palatin s'en plaignit à la Diète; & l'Empereur qui avoit tranquillement vû subjuguier la Hollande, s'éveilla, lorsqu'il s'agit des sûretés de l'Empire même: il rompit avec la France: & c'est peut être la seule Guerre, que la Maison d'Autriche ait entreprise, pour la sûreté & la défense de l'Allemagne,

1673-
1674

Léopold s'unit avec l'Espagne & la Hollande; & Frédéric Guillaume s'engagea de conduire 16,000. hommes au secours de l'Empire; ce qui lui étoit permis par la Paix de Voffen. L'Espagne, & la Hollande, se chargerent de le soulager dans l'entretien de ses Troupes.

Les commencemens de cette Campagne furent malheureux pour les Alliés; les Hollandois venoient d'être battus à Senef par le Prince de Condé; le Duc de Lorraine le fut à Sintzheim, & Mr. de Bournonville à Holtzheim en Alsace, tous deux par le Maréchal de Turenne.

L'Electeur passa le Rhin à Strasbourg, & joignit les Imperiaux, peu de jours après leur défaire; il trouva les Généraux qui commandoient cette armée divisés, se contrariant entr'eux, & plus occupés à se nuire qu'à vaincre l'ennemi.

Cette armée étoit forte de 50,000 hommes depuis la jonction des Brandebourgeois; l'Electeur qui vouloit combattre, & qui cherchoit la gloire, ne put jamais déterminer Bournonville à tomber d'ac-

cord avec lui ; le tems se perdit à observer Turenne. , On marcha à Kokersberg ; les Brandebourgeois prirent le petit Chateau de Wolelsheim, & Turenne qui méditoit un plus grand coup, repassa la Sarre, & se retira en Lorraine.

L'Electeur établit ses quartiers, depuis Calmar jusqu'à Masmünster, & les Impériaux bloquerent Brisac.

Turenne étoit toujours bien fort, vis à vis d'une Armée où régnoit la division & la jalousie, il reçut un secours de 10,000. Hommes de l'Armée de Flandres. Il avoit reculé comme Fabius, il avança comme Annibal.

L'Electeur prévint ce qui arriva. Il conseilla à Bournonville de rassembler ses troupes dispersées, mais ce Général n'obéissoit point, & se croyoit en sûreté. Cependant Turenne passa par Tan & Bedford, pénétra dans les quartiers des Impériaux, dont il enleva une partie, bat Bournonville dans le Sundgow auprès de Mühlhausen, & poursuit ce Général, qui joint à la hâte l'Electeur auprès de Colmar. Turenne tourne ce Camp avec sa seconde ligne. L'Electeur qui se trouvoit dans un terrain étroit, pris en flanc par Turenne, & contrarié par Bournonville, décampa pendant la nuit, & repassa le Rhin à Strasbourg.

Les Impériaux leverent le Siege de Brisac, & les François redevinrent les Maîtres de l'Alsace.

Frédéric Guillaume prit des quartiers d'hyver en Franconie, avec ses Brandebourgeois.

Ces mauvais succès ne doivent pas surprendre ceux qui connoissent les principes, & la conduite de la Cour Imperiale.

Le Conseil de Vienne, & celui de Versailles, étoient bien différens, & Bournonville n'étoit pas un homme comparable à Turenne.

A Vienne, des Ministres qui n'étoient que politiques, faisoient dans la retraite de leurs Cabinets des projets de Campagne, qui n'étoient point militaires ; les Généraux n'en étoient que les exécuteurs : & encore prétendoit-on les conduire à la lisière, dans une carrière, où il faut voler pour la remplir.

A Ver-

A Versailles, on instruisoit les Généraux des desseins de la Cour, & l'on croyoit les Condé, & les Turenne, d'assés grands hommes pour s'en rapporter à eux, pour la façon & la manière de les remplir.

L'Abbé Fouquet, favori du Cardinal Mazarin, osa s'émanciper jusqu'à montrer sur une Carte l'endroit où le Maréchal de Turenne devoit passer une Rivière. Turenne lui donna séchement sur les doigts, & lui dit; „ Monsieur l'Abbé, votre doigt n'est pas un „ Pont. “

Les Généraux François étoient comme Souverains dans leurs Armées. On ne donnoit point d'entraves à leur habileté, ils suivoient en tout la libre impulsion de leur génie, & profitoient des momens que leurs ennemis perdoient dans l'envoi des Couriers, pour demander la permission de faire des choses, qui n'étoient plus faisables à leur retour. De là vient que Frédéric Guillaume ne parût jamais si admirable à la tête des Impériaux, qu'à la tête de ses propres Troupes.

L'Empereur, qui le décoroit de la représentation, mettoit sa confiance en ses propres Généraux. Aussi Montecuculli fit-il avorter tous les desseins de l'Electeur dans la Campagne de 1672, parce que les Impériaux n'ayant point déclaré la Guerre aux François, évitoient d'agir contr'eux, & se contentoient de faire acte de comparition dans les Armées.

Dans la Campagne que nous venons de rapporter, Bournonville, qui avoit été battu à Holtzheim, avoit ordre de ne plus hasarder d'affaire; il se peut qu'il s'opposa aux projets de l'Electeur par une jalousie personnelle, & afin qu'il ne fût point dit, que le grand génie de ce Prince réparât les fautes qu'il avoit faites par malhabileté.

Les François croyoient n'en avoir pas fait assés en regagnant l'Alsace, ils voulurent affoiblir l'Armée Impériale, qui leur auroit pû faire perdre facilement au Printems les avantages qu'ils s'étoient procurés pendant l'hyver; ils suscitèrent pour cet effet des ennemis à l'Electeur, qui l'attirerent par leur diversion dans ses propres Etats.

Malgré

Malgré l'Alliance défensive que l'Electeur avoit conclû avec la Couronne de Suède, & le Duc de Neubourg, dès l'an 1673. Wrangel entra (a) dans la Marche à la tête d'une Armée Suédoise.

Le Prince d'Anhalt, qui étoit Gouverneur de la Marche, se plaignit amèrement de cette irruption. Wrangel lui répondit, que les Suédois retireroient leurs Troupes, dèsque l'Electeur feroit la paix avec la France.

Ce Prince informa Frédéric Guillaume de la désolation de ses Etats, & des désordres que les Suédois y commettoient: mais ayant trop peu de Troupes à Berlin, pour se présenter devant une Armée, l'Electeur trouva bon qu'il ne se commît point avec les Suédois, & qu'il attendit son arrivée.

Pendant que les Troupes de l'Electeur se refaisoient de leurs fatigues, dans leurs quartiers d'hyver de Franconie; les Païsans Brandebourgeois, impatiens de porter un joug étranger, & desespérés par les vexations des Suédois, s'attrouperent, & remporterent quelques avantages sur leurs Oppresseurs. Ils avoient formé entr'eux des Compagnies; le nom de l'Electeur étoit dans leurs drapeaux, & on y lisoit cette Legende.

*Pour le Prince, & pour la Patrie,
Nous sacrifions notre Vie.*

La maladie de Wrangel augmenta le désordre & le pillage; les Eglises n'étoient point épargnées, & l'avidité du Soldat le poussa aux plus grandes violences.

Pendant que les Marches soupiroient après un Libérateur, Frédéric Guillaume se préparoit à confondre l'audace de ses ennemis. Il partit de la Franconie, & arriva le 11. de Juin à Magdebourg. Il fit fermer les portes de cette Forteresse, & usa de toutes les précautions, pour dérober à ses ennemis les nouvelles de son approche. Vers le soir, son Armée passa l'Elbe, & marchant par des chemins détournés, elle se trouva la nuit d'après aux portes de Rathenau. L'Electeur fit avertir le Baron de Brist, qui y étoit alors, de l'arrivée de ses Troupes, & se concerta avec lui sur les moyens les plus propres à surprendre les Suédois.



Le Regiment de Wangelin étoit en garnison dans cette Ville; Brist invita les Officiers de ce Regiment à un grand souper, ils se livrerent sans retenue, durant cette fête Bacchique, aux charmes de la boisson, & pendant qu'ils cuvoient leur vin, l'Electeur fit passer la Havel sur des Bateaux à differens detachemens, pour assaillir la Ville de tous cotés.

Son Général Dörffling se disant un parti Suédois, poursuivi par des Troupes Brandebourgeoises, entra le premier dans Rathenau, égorgéa les Gardes; & en même tems toutes les portes furent forcées; la Cavalerie nettoya les ruës, & les Officiers Suédois se persuaderent à peine à leur réveil, qu'ils étoient prisonniers d'un Prince qu'ils croyoient en Franconie à la tête de ses Troupes. L'aventure étoit assés singulière, pour ressembler à un Rêve.

L'Electeur, qui connoissoit de quel prix les momens sont à la guerre, n'attendit point l'arrivée de son Infanterie. Dans cette conjoncture décisive, il marcha à Nauen, pour séparer & couper entièrement les deux Corps principaux des Suédois; dont l'un étoit auprès de Brandebourg, & l'autre auprès de Havelberg. Celui de Brandebourg venoit de passer Nauen, une heure avant que l'Electeur en approchât. Il le suivit avec vivacité, & n'ayant pû l'atteindre, il apprit par des prisonniers, & des déserteurs, qu'ils marchoient à Fehrbellin, où ils s'étoient donnés rendés-vous avec ceux qui étoient à Havelberg.

L'Armée Brandebourgeoise consistoit en 5600. Chevaux. Elle n'avoit point d'Infanterie, & menoit cependant 12 Canons avec elle; L'Electeur ne balança point d'attaquer l'ennemi, malgré l'inégalité du nombre, & la différence des Troupes qui composoient les deux Corps d'Armées. Il n'avoit que de la Cavalerie, & les Suédois comptoient dix Régimens d'Infanterie, avec quelques Dragons.

Frédéric Guillaume donne (a) l'avant-garde au Prince de Hombourg avec 1600 Chevaux, en lui enjoignant de reconnoître l'ennemi, sans s'engager à rien. Ce Prince part, & après avoir traversé un Bois, il trouve les Troupes Suédoises campées entre les Villages de Hackenberg & de Tornow, ayant un Marais à leur dos, le pont de Fehrbellin

(a) 18. Juin.

bellin au delà de leur droite, & une plaine égale & unie devant leur front. Il poussa les Gardes du Camp, les culbute, & les mene battant jusqu'au gros de leur Armée, qui sort en même tems du Camp pour se former en bataille; ce Prince se laisse emporter à la vivacité de son temperament, & s'engage dans un Combat, qui auroit eu pour lui une issue funeste, si l'Electeur, averti du danger qui le menaçoit, ne fut accouru à son secours.

Frédéric Guillaume, dont le coup d'œil étoit prompt & juste, & l'activité étonnante, profita d'une butte de sable pour y placer une batterie; l'effet en fut merveilleux. L'Armée Suédoise commençant à flotter, il fondit en même tems avec toute sa Cavalerie sur la droite des Ennemis, & la défit entièrement; les Régimens du Corps, & celui d'Ostrogotie, furent taillés en pièces, par la Cavalerie Brandebourgeoise. La déroute de la droite entraîna la gauche; beaucoup de Suédois se jetterent dans des Marais, où ils périrent; le reste s'enfuit à Fehrbellin, où ils rompirent les Ponts derrière eux.

L'Electeur, qui étoit dépourvu d'Infanterie, ne put forcer ce Pont pour les poursuivre, & il se contenta d'établir son Camp sur le Champ de Bataille, où il avoit acquis tant de gloire. Il pardonna au Prince de Hombourg d'avoir exposé avec tant de légèreté la fortune de tout un Peuple, en lui disant: „ Si je vous jugeois selon les rigueurs des Loix militaires, vous auriez mérité de perdre la vie, mais „ à Dieu ne plaise que je souille mes Lauriers par le sang d'un Prince, „ qui a été un des principaux instrumens de ma victoire.

Les Suédois perdirent 8 Drapeaux, 2 Etendarts, 8 Canons, 3000 hommes, & un grand nombre d'Officiers, dans cette célèbre & décisive Journée.

Dörffling les poursuivit le lendemain, leur fit beaucoup de prisonniers, & leur prit leur bagage, & la plus grande partie du butin qu'ils avoient faits. L'Armée Suédoise, qui étoit fondue jusqu'à 4000 hommes, se sauva par Ruppin & Wittstock dans le Mecklenbourg. Il me semble qu'on pourroit appliquer à l'Electeur avec justice, au sujet de cette brillante & rapide Expédition, le *Veni, vidi, vici*, de César.

Les

Les heureux succès des Armes Brandebourgeoises contribuerent à ce que les Suédois furent déclarés ennemis de l'Empire, pour l'avoir attaqué dans un de ses Membres. Si la fortune eut secondé les Suédois, peut-être auroient-ils trouvé des Alliés.

L'Electeur, fort des secours des Impériaux & des Danois, attaqua à son tour les Suédois chez eux, il entra en Poméranie, & se rendit Maître des trois passages principaux de la Pécne.

Les Brandebourgeois, qui se croyoient invincibles sous la conduite de leur Prince, prirent la ville de Wolgast, & l'Isle de Wolin; & Wismar ne se rendit aux Danois, qu'après que le Prince de Hombourg les eut joint, avec un renfort des Troupes Electorales.

L'Electeur, & le Roi de Dannemarck, que leurs interets lioient également ensemble, dans la guerre qu'ils faisoient aux Suédois, resserrèrent encore les nœuds de leur engagement, de la façon la plus étroite. 1676.

Cependant, la Garnison de Stralsund tenta pendant l'hyver de déloger les Brandebourgeois de l'Isle de Wolin; Mardefeldt y passa avec un détachement, & assiégea les Troupes Electorales qui en défendoient la Capitale. La vigilance du Maréchal Dörffling leur fit payer assés cher la légèreté de leur entreprise; il rassembla quelques uns de ses quartiers, passa dans l'Isle de Wolin, battit Mardefeldt, & l'auroit entièrement défait, si le Suédois n'eut regagné ses bords en hâte, & ne se fut sauvé à Stralsund.

Au commencement de cette Campagne, la Balthique se vit couverte de deux puissantes Flottes, qui bloquerent les Suédois dans leurs Ports, & les empêcherent d'envoyer des secours en Poméranie. La Hollandoise étoit commandée par l'Amiral Tromp, le plus grand marin de son Siecle; la Danoise étoit sous les ordres de l'Amiral Jühl, dont la réputation étoit également bien établie. Jusques aux Capres Brandebourgeois faisoient des prises sur les bâtimens Suédois.

Cette Nation, qui prévint ce qu'il lui en coûteroit de résister au nombre de ses ennemis, hazarda de faire des Propositions à l'Electeur, pour le détacher de ses Alliés, ou peut-être même pour le commettre avec eux. Wangelin, qui fut fait prisonnier à Rathenau, sonda le

terrain, & fit des ouvertures qui auroient pû acheminer à un accommodement; mais Frédéric Guillaume ne voulut entrer dans aucune sorte de négociation.

Ce Prince se mit à la tête de ses Troupes, & prit Anclam, malgré le Général Königsmarck, qui tenta de secourir cette Ville. Il tourna ensuite les Armes victorieuses vers Stettin, qu'il se contenta de bloquer, à cause que la saison étoit trop avancée pour en faire le Siège dans les formes.

1677. La Campagne suivante s'ouvrit sur mer par une Bataille navale, où les Danois défirent la flotte Suédoise.

Charles XI. qui avoit été pupille jusqu'alors, commença à paroître comme Roi. Pour son coup d'essai, il gagna la fameuse Bataille de Lunden en Scanie, où Christian V. perdit 6000. hommes.

La fortune des Suédois, qui les favorisoit contre le Roi de Dannemarc, devenoit impuissante, lorsqu'ils avoient l'Electeur à combattre; la Campagne de Poméranie fut bien malheureuse pour eux.

L'Electeur fit ouvrir le 6. de Juin la tranchée devant Stettin. Les Brandebourgeois attaquèrent cette place par la rive gauche de l'Oder: les Lunebourgeois leurs Alliés firent leurs approches par la rive droite; le Siège dura 6. mois.

La fortification de Stettin consistoit dans des boulevards de terre, entourés d'un fossé, défendue par une mauvaise contrescarpe. Les Ouvrages extérieurs de cette place ne consistoient qu'en deux redoutes de terre. De nos tems cette bicoque auroit coûté 8. jours de siège. Alors les Troupes de l'Electeur, accoutumées aux Guerres de rase campagne, n'avoient point l'expérience des Sièges, elles ne connoissoient que les coups de main, & manquoient d'Ingénieurs.

Stettin ne capitula que le 14. Decembre. La Garnison étoit réduite à 300. hommes, & les Relations de ces tems rapportent que ce Siège coûta 10,000. hommes aux Assiégés. Les Lunebourgeois se retirèrent alors chez eux. Les avantages brillans que l'Electeur remportoit sur ses ennemis, ne firent par sur la Cour Impériale l'impression favorable qu'on en devoit attendre. L'Empereur vouloit
avoir

avoir de foibles vassaux , & de petits sujets en Allemagne , & non pas de grands Seigneurs , & des Princes puissans. Sa Politique qui tendoit au Despotisme, sentoît l'importance qu'il y avoit, de tenir les Princes de l'Empire dans un état de médiocrité, & d'impuissance, pour donner beau jeu à la tyrannie, que la Maison d'Autriche avoit dessein d'établir en Allemagne. Les Conseillers de l'Empereur, & entr'autres un certain Hocheus, osèrent bien dire, qu'on voyoit à Vienne avec chagrin, qu'un nouveau Roi des Vandales s'aggrandit sur les bords de la Balchrque. Cette Prophétie se vérifia dans la suite.

Pendant que les Campagnes de l'Electeur étoient un suite de prospérités & de triomphes, qui étoient les fruits de sa prudence ; les Hollandois négocièrent la paix, & la conclurent séparément avec la France.

Frédéric Guillaume reprocha à ces Républicains leur ingratitude. La France proposa à ce Prince de rendre au Suédois les conquêtes qu'il avoit faites sur eux, & de les indemniser des fraix de la Guerre. Louis XIV. auroit-il pû prescrire des conditions plus humiliantes à un Prince vaincu ? Aussi l'Electeur les rejetta t-il. Ses vœux s'élevoient plus haut, & il aspirait à conserver par des Traités, ce qu'il avoit acquis par des Combats. Mais il fut toujours plus heureux par ses Négociations que par ses Victoires.

La Guerre continua donc en Poméranie.

1678.

Dès les commencemens de la Campagne suivante, les Suédois enleverent sur l'Isle de Rügen, deux détachemens Danois & Brandebourgeois, forts chacun de 600. hommes. Le Roi de Dannemarc perdit de plus Christianstadt, & l'Isle de Blechingen.

La fortune de l'Electeur, ou, pour mieux dire, sa prudence n'étant assujettie à aucun caprice, étoit plus stable. Il reçut un secours de 4000. Lunebourgeois, & fit, à l'aide des Vaisseaux Danois une descente dans l'Isle de Rügen, en chassa les Suédois, & leur enleva la Fehrschantz. Il s'empara tout de suite de l'Isle de Böhrnholm, passa devant Stralsund, & fit bombarder cette Ville avec tant de vivacité, qu'elle se rendit au bout de 2. jours ; il termina enfin cette belle Campagne par la prise de Grypswalde.

Il sembloit que le Destin se plût à fournir à ce Prince des occasions, pour lui faire déployer ses grands talens. A peine avoit-il achevé cette Campagne, qu'il apprit qu'on l'attaquoit d'un autre côté, & que le Général Horn étoit sorti de la Livonie avec 16000. hommes pour entrer en Prusse.

L'Electeur reçut cette nouvelle sans s'étonner, & y remédia, sans embarras. Son esprit prompt en expédiens lui fournissoit dans le moment même tous les projets possibles, & applicables à ce sujet; il pensa & exécuta, pour ainsi dire, en même tems. Il détache le Général Görtz avec 3000. hommes, qui s'avance à grands pas, passe la Vistule, & arrive heureusement à Königsberg, où il le joint à Hohendorff, & y reste en panne jusqu'à l'arrivée de l'Electeur.

Dans le tems même de cette diversion, l'embarras, & les mauvaises conjonctures, empirèrent encore par l'abandon de l'Empereur & de l'Espagne, qui firent à Nimégue, à l'exemple des Hollandois, leur paix avec la France, sans y faire mention des intérêts de l'Electeur. Ce Prince, & le Roi de Dannemarc, restèrent ainsi les derniers dans la carrière.

Frédéric Guillaume, pour fortifier son parti, conclut une Alliance défensive avec ces mêmes Hollandois, qui l'avoient abandonné avec tant de lâcheté; il leur fit la cession réelle du Fort de Schenck, les dispensa de lui payer des subsides arriérés, & n'en reçut en récompense que de vaines garanties, que ces Républicains ingrats refusèrent même d'accomplir.

Les Suédois ne laissoient cependant pas de faire des progrès en Prusse. Ils avoient brûlé en passant le fauxbourg de Memel; ils s'étoient emparés de Tilsit & d'Insterbourg; leurs Troupes s'étoient étendues, & leurs partis inondoient tout le pais.

1679.

L'Electeur répara bientôt ces pertes par sa prodigieuse diligence. Il part de Berlin, se met à la tête de 9000. hommes, avec lesquels Dörfling avoit pris les devans. Il passe la Vistule le 15. Janvier, précédé par la terreur de son nom, qui étoit devenu redoutable aux Suédois. Horn se confond à son approche, il perd l'espérance de résister au Vainqueur de Fehrbellin, il se retire, ses Troupes se découra-

découragent; Görtz profite de ce trouble, il le suit, le harcele & le retarde; & ce commencement de désordre fit perdre 8000. hommes aux Suédois. Un grand nombre de Païsans, qui s'étoient joints au Corps de Görtz, prenoient prisonniers les traîneurs, & tous ceux qui s'écartoient de l'Armée ennemie.

L'Electeur, qui ne perdoit pas de momens dans Poissivère, se trouvoit sur les bords du Frisch-Haff. Il fait monter toute son Infanterie sur des traîneaux, qu'il avoit fait préparer exprès, se transporte avec ses Troupes à 7 Milles de là (a) le même jour, & continue sa route de cette façon étrange & nouvelle. On étoit surpris de voir la course d'une Armée sur la glace unie du même Golfe, qui, deux mois auparavant, avoit été couvert de Vaisseaux.

La marche de l'Electeur avec son Armée, ressembloit au spectacle d'une Fête galante & superbe; l'Electrice, & toute la Cour, étoient avec lui sur des traîneaux, & ce Prince étoit reçu dans tous les endroits où il arrivoit, comme le Libérateur de la Prusse.

Il detacha de Labiaw, Tresenfeldt avec 5000. Chevaux, pour arrêter les Suédois, jusqu'à ce qu'il pût les joindre; il fit encore le même jour un chemin considerable sur le Golfe de Courlande, & arriva le 19 Janvier avec sa petite Armée à 3. Milles de Tilsit, où les Suédois avoient leur Quartier. Il apprit le même jour, que Tresenfeldt avoit battu deux Régimens des ennemis auprès de Splitter, & qu'il leur avoit pris 28. (b) Drapeaux & Etendarts; 2. Paires de Timbales; & 700. Chariots de bagage. Il lui ordonne de poursuivre ces avantages.

Les Suédois battus par Tresenfeldt, harcelés par Görtz, & intimidés par le voisinage de l'Electeur, abandonnerent Tilsit, & se retirerent vers la Courlande. Görtz atteignit leur arrière-garde, forte de 1400. hommes, entre Schultzen, Crug & Cuadjuc, & la décentièrement. Il revint d'un coté, & Tresenfeldt de l'autre, tous deux chargés de trophées,

(a) 7. Milles d'Allemagne:

(b) Ou il falloit, que les Suédois fussent extrêmement fondus; ou il faut, qu'il y ait quelque faute au nombre des Drapeaux. J'aurois hésité de rapporter ce fait, si je ne l'avois pas trouvé constaté par différentes Relations, conservées dans les Archives.



trophées, conduisant grand nombre de prisonniers, & ramenant le butin que les Ennemis avoient fait.

La retraite des Suédois ressembloit à une déroute, il ne rentra de leur Armée en Livonie que 3000. hommes ; tout le reste étoit fondu.

Ainsi se termina cette Expédition, unique dans son espèce, où le génie de l'Electeur se déploya tout entier ; où la rigueur de la saison dans ce Climat sauvage, où la longueur du chemin pour une Armée jusqu'aux frontières de la Livonie, où rien enfin ne l'arrêta.

Cette Campagne, projetée avec tant de prudence & d'habileté, exécutée avec tant d'audace & de fortune, ne valut à l'Electeur que de la réputation. C'est la monnoye des Héros ; mais ce n'est pas toujours d'elle que les Princes se contentent,

Ses Ennemis l'avoient attiré du Rhin dans la Marche, & de Pomèranie en Prusse. A peine en a-t-il expulsé les Suédois, que les cris de ces Sujets lui annoncent que les François sont entrés dans le pais de Cleves avec 30,000. hommes.

Louis XIV. insistoit sur l'entier rétablissement des Suédois, rien ne pouvoit le fléchir sur cet Article. Toutes les Propositions, que les Ministres de l'Electeur avoient faites à Colbert, furent rejetées.

La partie n'étoit plus égale ; l'Electeur de Brandebourg, & le Roi de Dannemarck, ne pouvoient pas l'emporter de haute lutte sur Louis XIV. & Charles XI. ensemble. La vertu plia devant le nombre, & malgré la repugnance que l'Electeur avoit de se désister de ses Conquêtes, il fit une trêve de 15. jours avec les François, pour qu'on pût convenir de la paix, & leur remit les Villes de Wesel, & de Lipstadt, jusqu'à son entière conclusion.

Ce terme écoulé, Crequi entra avec 10,000. hommes dans la Principauté de Minden. Les Lunebourgeois l'y joignirent & ces Troupes renfermerent conjointement entr'elles, & le Wesel, un Corps de Brandebourgeois, que le Général Spaan commandoit.

Frédéric Guillaume, qui ne recevoit que des excuses, & des refus, de la part des Hollandois, sur ce qu'ils n'exécutoient point leur Garantie, se résolut enfin à s'accommoder. Il envoya le Baron de Meynder

der à St. Germain, où l'on convint des conditions suivantes; à sçavoir, que le Traité de Westphalie serviroit de base à cette Paix; que l'Electeur auroit en propriété tous les péages des Ports de la Poméranie Ulterieure: On lui céda les Villes de Camin, Gartz, Greiffenberg, & Wildenbruck; il consentit en revanche à rendre aux Suédois tout ce qu'il avoit pris sur eux, & à ne point assister le Roi de Dannemarc, moyennant quoi la France retira ses Troupes de tous les Etats, & lui paya 300,000. Ducats, pour l'indemniser des maux que Créquy avoit fait souffrir à ses Provinces.

Cette paix ainsi conclüe, fut ratifiée, & mise en exécution, sans qu'aucune difficulté fit différer l'entière évacuation de part & d'autre.

Le Roi de Dannemarc, qui restoit le seul champion dans la lice, ne tarda pas à suivre l'exemple que l'Electeur lui avoit donné, & il fit sa paix avec la France & la Suède, à Fontainebleau: avec cette différence que l'Electeur y gagna au moins quelque chose, & que le Roi de Dannemarc, pour avoir trop attendu, n'y profita de rien du tout.

La Paix de St. Germain termina les exploits guerriers & brillans de Frédéric Guillaume; ses dernières années furent pacifiques, & s'écoulerent avec moins d'éclat. Cependant, on reconnoissoit toujours le Grand homme, & l'homme bienfaisant, jusques dans les moindres traits de sa vie.

La sagesse, la fermeté, la pénétration, & toutes les vertus de ce Prince, se modifioient, selon les circonstances où il se trouvoit, & paroissent, tantôt plus sublimes, tantôt plus douces & plus secourables, mais toujours assujetties aux principes de la Justice, & ne tendant qu'à la gloire de son Règne, & au bien de l'humanité.

Un préjugé assez général fait que la plupart des hommes idolâtrant l'heureuse temerité des Ambitieux; l'éclat brillant des actions Militaires offusque à leurs yeux les vertus Civiles; selon eux, les Erostrates auroient la préférence sur les Amphions modernes.

Frédéric Guillaume étoit également admirable à la tête des Armées, avec lesquelles il étoit le Libérateur de ses fujets, & à la tête de son Conseil, où il adminiftoit la Juftice à fes Peuples, à fes Voifins, & relevoit un païs abîmé d'une efpece d'anéantiffement, où la guerre l'avoit plongé.

Les Vertus de l'Ele&teur étoient trop répandues, pour n'être pas connues. Ses belles qualités lui attirèrent la confiance de fes Voifins. Son Equité lui avoit élevé une efpece de Tribunal fuprême, qui s'étendoit au delà de fes frontieres, & d'où il jugeoit, ou concilioit, des Rois & des Souverains. Il fut choifi pour Médiateur entre le Roi de Dannemarc, & la Ville de Hambourg. Chriftian V. reçut 125. Mille Ecus de cette Ville, qui fervoit d'éponge aux Danois dans leurs befoins. Elle fut preflee alors, mais elle auroit été mife à fec, fans l'appui de Frédéric Guillaume.

L'Orient rendit un hommage à la réputation de ce Prince, qui avoit pénétré jusqu'en Afie; Murad Geray, Can des Tartares, rechercha fon amitié.

L'Ambaffadeur des Barbares n'étoit vêtu que de haillons, qui ne couvroient pas même fa nudité. On fut obligé de le faire habiller, avant que de pouvoir l'admettre à la Cour. L'Interprète du Boudziaque avoit un nez de bois, & point d'oreilles. C'étoit pouffer à l'excès la fimplicité & le mépris du fafte; du moins la jaloufie Européenne ne fut-elle point excitée par cette famelique Ambaffade.

L'Ele&teur, recherché des Tartares, fe fit refpecter des Efpagnols. Cette Cour lui devoit des fubfides, dont il n'auroit pû obtenir le payement. Il envoya vers la Guinée 9. petits Vaiffeaux dont il s'étoit fervi dans la Balhique, & cette foi-difante Escadre, enleva un gros Vaiffeau de guerre Efpagnol, qu'elle conduifit dans le Port de Königsberg.

1680. L'Ele&teur fit deux belles acquisitions, l'an 1680. L'Administrateur de Magdebourg vint à mourir, & ce Duché fut incorporé pour jamais à l'Ele&torat de Brandebourg. Il eut, comme Directeur du Cercle de Weftphalie, la Commiffion Impériale de protéger les Etats d'Ooft-Frifé contre leur Prince, qui les chicanoit fur leurs privilèges;

vilèges; & comme il avoit la succession éven-
tuelle sur cette Principauté, il profita de l'occasion pour mettre garnison Brandebour-
geoise à Gritzil, & établir à Emden une Compagnie de Négocians,
qui commercerent en Guinée, & y bâtirent le grand Fredericks-
bourg.

Ces petits progrès de l'Electeur n'étoient rien en comparaison
de ceux de Louis XIV. Ce Monarque faisoit autant de Conquêtes
en tems de paix, qu'en tems de guerre. Par une méthode toute nou-
velle, il avoit établi des Chambres de réunion, qui, par l'examen d'an-
ciennes Chartes, & de vieux Documens, lui adjugeoient des Villes &
des Seigneuries, dont il se mettoit en possession, comme étant origi-
nairement des fiefs, ou des dépendances, de la Préfecture de Stras-
bourg & de l'Alsace. L'Empire, qui étoit épuisé par une longue guer-
re, se contenta d'en faire des reproches par écrit à Louis XIV. Mais
l'Electeur, qui n'avoit pas été compris dans la paix de Nimègue, refusa
de signer cette Lettre, (a) & il conclut une Alliance avec l'Electeur (a) 1681.
de Saxe, & le Duc de Hanovre, pour le maintien de la Paix de West-
phalie & de St. Germain.

Louis XIV. qui ne vouloit point être troublé par l'Empereur,
ni par l'Empire, dans ces Conquêtes pacifiques, fit jouer des ressorts
en Orient, qui ne tarderent point à mettre Leopold dans des embarras
extrêmes. 1682.

Il s'en falloit de deux ans que la trêve, que les Infideles (1)
avoient fait avec les Chrétiens, fut écoulée; cependant les Turcs en-
voyerent des secours aux Hongrois, qui s'étoient revoltés contre la
Maison d'Autriche, & ils vinrent enfin avec une formidable Armée
jusques aux portes de Vienne.

Leopold, (a) qui, comme tous les Princes de sa Maison, (a) 1683.
n'étoit pas Guerrier, se sauva à Linz avec toute sa hauteur; il ne vouloit
plier, ni devant la France, qui venoit de lui prendre Luxembourg, ni
devant les Turcs, qui assiégeoient sa Capitale. L'Empire étoit ce-
pendant dans l'impuissance de résister à tant d'Ennemis. Les repré-
sentations du Pape, de Frédéric Guillaume, de l'Electeur de Baviere,

Ggg 2

& des

(1) Après la Bataille de St. Godart.

1684

& des principaux Princes d'Allemagne, l'obligerent enfin à donner les mains à la trêve, qui fut conclue avec la France le 15. d'Août 1684.

L'Electeur fit la même année une alliance avec les Cercles de la Basse Saxe, & de la Westphalie, pour leur commune défense. Il y étoit expressement stipulé que les Princes qui rassembleroient les Troupes confédérées, tireroient des Contributions des États voisins. Ces traits caractérisent trop les mœurs de ces tems, pour qu'on les omette.

(a) 1685.

Frédéric Guillaume avoit des prétentions sur les Duchés de Jägerndorff, Ratibor, Oppelen, Brieg, Wolau & Lignitz. Ces Duchés lui étoient dévolus de justice par des Traittés de Confraternité, faits avec les Princes qui les avoient possédés, & confirmés par les Rois de Bohême. Il crut que les conjonctures étoient favorables pour demander à l'Empereur justice de ses prétentions, & l'investiture de Magdebourg en même tems. Leopold, qui ne connoissoit de droits que les siens, de prétentions que celles de la Maison d'Autriche, & de justice que sa fierté, accorda ce qu'il ne pouvoit pas refuser, c'est à dire, l'investiture du Duché de Magdebourg. Il voulut néanmoins avoir des Troupes Brandebourgeoises, mais elles lui furent refusées. (a) L'Electeur accorda ses secours à Jean Sobiesky, que les Turcs attaquoient également. Ce secours consistoit en 2000. hommes.

Tous les événemens sembloient concourir alors à l'aggrandissement de l'Electeur, La France fut troublée par la fameuse Révocation de l'Edit de Nantes; & il se fit une émigration, dont on n'a point vu d'exemples dans l'Histoire. Tout un peuple sortit de ce Royaume, par esprit de parti, en haine du Pape, pour recevoir sous un autre Ciel la Communion sous les deux especes, & pour détonner dans d'autres Temples les vieux Pseaumes de Clément Marot. Deux cent mille ames s'expatrièrent, & abandonnerent tous leurs biens, pour des motifs aussi puissans, & apporterent avec eux leur industrie, leurs Manufactures, & leurs Fabriques, dans les lieux de leur azile qui devinrent leurs nouvelles Patries. Vingt mille François s'établirent dans les États de l'Electeur; leur nombre répara en partie le dépeuplement causé par des

des Guerres. Frédéric Guillaume les reçut avec la compassion qu'on doit aux malheureux, & la générosité d'un Souverain, qui récompense les possesseurs d'une industrie utile à ses peuples. Cette Colonie laborieuse fructifia, & récompensa son bienfaiteur de son hospitalité & de sa protection : la Marche de Brandebourg put puiser depuis dans son propre sein les ressources, qu'elle avoit été obligée de chercher chez l'Etranger.

Louis XIV. fut offensé de l'azile que l'Electeur accordoit aux Réfugiés. Frédéric Guillaume, qui s'aperçut que sa piété le brouilleroit avec la France, contracta de nouvelles liaisons avec l'Empereur, & lui envoya sous la conduite de Schöning 8000. hommes de Troupes auxiliaires contre les Turcs. (a) Ces Troupes eurent grande part à la prise de Bude, elles acquitent une réputation distinguée à l'assaut général de cette ville, où elles entrèrent des premières. On leur refusa malgré ces services des quartiers d'hyver en Silésie, & elles retournerent hyverner dans la Marche. L'Empereur céda cependant à l'Electeur le Cercle de Swibus, en forme de dédommagement. (a) 1686.

Le Refuge des François à Berlin, & les secours accordés à l'Empereur, acheverent d'indisposer la France; elle rompit en quelque façon avec l'Electeur, en refusant de lui continuer un subside annuel, qui lui étoit accordé par la Paix de St. Germain. Louis XIV. ne pouvoit s'empêcher de violer la trêve conclue avec l'Empereur; il soutenoit les prétentions de Charlotte, Princesse Palatine, Epouse du Duc d'Orléans, sur quelques Bailliages du Palatinat, que cette Princesse revendiquoit, & l'on travailloit à force aux fortifications de Hunningue, quoique cela fût contraire à la Paix de Nimegue. Un voisin aussi entreprenant donna l'alarme à l'Allemagne; les Cercles de Suabe, de Franconie, & du Bas Rhin, firent une alliance à Ausbourg, pour se garantir des entreprises continuelles, que formoit l'ambition de Louis XIV.

Malgré tous les sujets de plainte qu'avoit l'Empire, l'Empereur (b) confirma la trêve qu'il avoit conclue avec la France; les Turcs rendoient Leopold prudent & circonspect. Nous verrons cependant dans la suite, comme l'Election que fit le Chapitre de Cologne du (b) en 1687.

Prince de Furstenberg, alors Evêque de Strasbourg, que la France protégeoit, obligea enfin l'Electeur de rompre avec un Voisin dont les entreprises ne gardoient aucunes mesures, & qui ne connoissoit aucunes bornes à sa puissance.

L'Electeur n'eut point de part à cette Guerre, & mourut avant ce tems, Il accorda pour la seconde fois sa protection à la ville de Hambourg, que le Roi de Dannemarc assiégeoit en personne avec 17,000. hommes. Paul Fuchs, & Schmettau, tous deux Envoyés de l'Electeur, déterminerent Frédéric V. à lever son Camp de devant cette Ville, & à rétablir toutes les choses sur le pied où elles avoient été avant cette nouvelle entreprise. Dans le même tems, l'accord eut lieu touchant les 4. Bailliages du Duché de Magdebourg, dont le Duc de Weissenfels étoit en possession; l'Electeur acheta le Bailliage de Bourg pour 34,000. Ecus, & renonça aux prétentions qu'il avoit sur ceux de Querfurt, Yuterbock, & Damme.

1688.

Le Nord pensa être troublé de nouveau par les differens que le Roi de Dannemarc eut avec le Duc de Gottorp, touchant la paix de Rodschildt, par laquelle le Roi Charles Gustave avoit procuré à ce Duc l'entiere Souveraineté dans ces Etats. Les Danois, en haine de cette Souveraineté, chasserent ce Prince de Schleswick, & déclarerent qu'ils prétendoient se conserver la possession de ce Duché, comme celle du Dannemarc même. L'Empereur Leopold voulut se mêler de ces differens, mais le Roi de Dannemarc ne consentit à remettre ses intérêts qu'entre les mains de l'Electeur. On tint des Conférences à Hambourg, & à Alrena. Frédéric V. offrit au Duc de Gottorp de lui céder de certains Comtés, dont le produit égaleroit les revenus de Schleswick, à l'exception de la Souveraineté. Le Duc refusa ces offres, & Frédéric Guillaume ne vit point la fin de cette affaire: la mort termina son Règne glorieux.

Frédéric Guillaume avoit été attaqué depuis longtems de la goutte. Cette maladie dégénéra en hydropisie, il sentit son mal empirer, & vit les approches de la mort avec une fermeté inébranlable. Deux jours avant sa fin, il fit assembler son Conseil, & après avoir assisté aux délibérations, & avoir décidé toutes les affaires avec un jugement

ment sain, & une liberté d'esprit entiere, il adressa un Discours à ses Ministres, pour les remercier de la fidélité qu'ils lui avoient témoigné, & pour les encourager à servir son Fils de même. Après cela, en s'adressant au Prince Electoral, il lui exposa tous les devoirs des Souverains, lui fit une courte analyse de l'état où il laissoit ses affaires, l'excita à secourir le Prince d'Orange dans l'expédition d'Angleterre, qu'il méditoit alors, & lui recommanda surtout l'amour & la conservation de ses peuples, comme un bon Père auroit pû recommander ses Enfans. Après quoi il fit quelques actes de piété, & attendit tranquillement la mort. Il expira le 29. Avril 1688. avec la même égalité d'ame, & avec cette indifférence heroïque, dont il avoit donné des marques dans ses Victoires.

Il eut deux femmes, Henriette d'Orange, Mère de Frédéric III. qui lui succéda, & Dorothee de Holstein, qui donna le jour aux Margraves Philippe, Albert & Louis, & aux Princesses Elizabeth Sophie, & Marie Amelie.

Frédéric Guillaume avoit toutes les qualités qui font les Grands hommes, & la Providence lui fournit toutes les occasions propres à les déployer. Il donna des marques de sa prudence dans un âge, où la jeunesse indocile & sougueuse n'en donne que de ses égaremens. Il ne pervertit jamais sa valeur heroïque par un condamnable abus, & il n'employa son courage qu'à la défense de ses Etats, & au secours de ses Alliés. Il étoit prévoyant & sage, ce qui le rendit grand Politique. Il étoit laborieux & humain, ce qui le rendit bon Prince. Insensible aux séductions dangereuses de l'amour, il n'eut de foiblesse que pour sa propre Epouse, & pour le vin. Son tempérament vif & colere le rendoit sujet aux emportemens; mais s'il n'étoit pas maître du premier mouvement, il l'étoit toujours du second, & son cœur réparoit avec abondance les fautes, qu'un sang facile à émouvoir lui faisoit commettre. Débonnaire, magnanime, charitable, humain, & se portant toujours à la vertu par inclination; ce Prince fut le Restaurateur & le Défenseur de son pays, le Fondateur de sa puissance, l'Arbitre de ses egaux, & l'honneur de sa Nation. Sa vie fait son éloge, les traits

traits qu'on voudroit y ajouter, ne pourroient qu'en affoiblir l'eclat. Toucher à ses Lauriers, ce seroit les flétrir.

Compa-
raison.

L'Europe avoit accordé alors le nom de Grand à trois Souverains, qui régnerent presque en même tems; Cromwel, Louis XIV. & Frédéric Guillaume. A' Cromwel, pour avoir sacrifié tous les devoirs d'un Citoyen à la gloire de régner sur l'Angleterre, pour avoir perverti ses talens, qui, au lieu de devenir utiles à la Patrie, ne servirent que sa seule ambition; pour avoir caché ses impostures sous le masque du Fanatisme, assujetti sa nation à la tyrannie, en combattant pour les libertés; pour être devenu le bourreau de son Roi, qu'il immola à ses fureurs: étant hardi, artificieux, passionné, mais injuste, violent & non pas vertueux; ayant de grandes qualités, & manquant des bonnes. Cromwel ne merita donc pas le nom de Grand, qui est dû à la seule vertu; & ce seroit déroger à Louis XIV. & à Frédéric Guillaume, que de leur opposer un concurrent semblable.

Ces deux Princes étoient regardés, chacun dans sa Sphere, comme les plus grands hommes de leur Siècle. Souvent les evenemens de leur vie se ressembloient, & quelquefois des circonstances importantes en éloignent les rapports. Comparer ces Princes pour leur puissance, c'est vouloir mettre en parallele Jupiter, avec Philoctete, les foudres de l'Olympe, avec les flèches de ce Heros. Mais, si, faisant abstraction des Dignités, nous ne considerons en eux que le personnel, je me persuade que ceux qui en jugeront sans prévention, ne trouveront pas l'ame & les actions de l'Electeur, inferieures à celle du Monarque.

Ils avoient tous les deux la Physionomie prévenante & heureuse, des traits marqués, le nez aquilin, des yeux où se peignoient les sentimens de leur ame, l'abord facile, l'air majestueux, & le port Royal. Louis XIV. étoit plus haut de taille, il avoit plus de douceur dans son maintien, & l'expression plus laconique, que Frédéric Guillaume qui avoit contracté un air froid en Hollande, & aux Universités, un genre d'éloquence plus diffus. Leur naissance fut également illustre. Les Bourbons comptoient au nombre de leur Ayeux plus de Souverains, que les Hohenzollern; ils étoient Rois d'une grande Monarchie,

narchie, & les autres Electeurs d'un Païs peu etendu, & alors dépendant en partie des Empereurs.

La jeunesse de ces Princes eut une destinée à peu près semblable. Le jeune Roi, etant dans son Royaume, avec sa Mère Anne d'Autriche, & son Ministre le Cardinal Mazarin, poursuivi par la Fronde & les Princes de son sang, fut d'une Montagne éloignée le spectateur de ce combat, que ses Sujets rebelles livrerent à ses Troupes au Fauxbourg St. Antoine. Le jeune Prince, dont le Père avoit été dépouillé de ses Etats par les Suédois, fugitif en Hollande, fit son apprentissage de la guerre sous le Prince Frédéric Henri d'Orange, & se distingua aux Sièges des Forts de Schenck & de Breda. Louis XIV. parvenu à la Régence, soumit son Royaume par le poids de l'autorité Royale. Frédéric Guillaume, succédant à son Père dans un païs envahi, se mit en possession de son héritage, à force de Politique, de Négotiations & de Traittés,

Richelieu, le Ministre de Louis XIII. avoit été un Génie du premier ordre, dont l'habileté jetta les solides fondemens de grandeur, sur lesquels Louis XIV. n'eut qu'à bâtir. Schwartzemberg, Ministre de George Guillaume, fut un Traître, dont la mauvaise administration plongea les Etats de Brandebourg dans l'abîme, où les trouva Frédéric Guillaume en parvenant à la Régence. Le Monarque François mérite donc des louanges avec justice, pour avoir suivi le chemin de la Gloire, que Richelieu lui avoit préparé; & le Héros Allemand me paroît tout divin, d'avoir créé son Etat de nouveau, & de ne devoir son aggrandissement qu'à la mâle activité de son Génie.

Ces Princes commandèrent tous les deux leurs Armées, l'un ayant sous lui les plus célèbres Capitaines de l'Europe, les Turennes, les Condés, les Luxembourgs; encourageant les talens en tout genre, excitant le mérite par l'ardeur de lui plaire; regardant la Guerre comme au dessous de lui, mais faisant des Campagnes; assiégeant des Villes, mais évitant les Batailles. Louis XIV. assista à cette Expédition serrée & vive, par laquelle le Prince de Condé lui soumit la Franche Comté en trois semaines. Louis XIV. encouragea ses Troupes par sa présence, lors qu'elles passèrent le Rhin au fameux gué de Tol-

luys, & chasserent les Hollandois postés à l'autre bord: Action que l'idolatrie de ses Courtisans, & la flatterie des Poètes, fit passer pour miraculeuse. L'autre, n'ayant aucun Général habile, suppléa lui seul à tout; il formoit ses desseins, & les exécutoit; & s'il pensoit en Général, il ne savoit pas moins combattre en Soldat. Au passage du Rhin, j'oppose la Bataille de Varsovie, qui dura trois jours, & dans laquelle le Grand Electeur fut un des principaux instrumens de sa Victoire; à la Conquête de la Franche Comté, la surprise de Rathenau, & la Bataille de Fehrbellin, où notre Héros à la tête de 5000. Chevaux enfonça l'Armée Suédoise, & la défit; & si ce n'en est pas assez, j'y ajoute l'expédition de Prusse, où son Armée vola sur des Mers glacées, fit 40. Milles en 8. jours, & où le seul nom de ce grand Prince chassa, pour ainsi dire, sans combattre, les Suédois de toute la Prusse.

Frédéric Guillaume paroît d'autant plus admirable dans ses actions, que son Génie & son courage y font tout, qu'avec peu de moyens il entreprend les projets les plus audacieux, exécute les entreprises les plus difficiles, & qu'il paroît que les ressources de son esprit se multiplient, à mesure que les obstacles qui le traversent, s'augmentent.

Les actions du Monarque François nous éblouissent, par la magnificence qu'il y étale, par l'importance des objets intéressans pour toute l'Europe, & par la multitude de Troupes qui concourent à sa gloire. Celles du Héros Allemand nous surprennent, par leur audace, par leur rapidité, & nous enlèvent, par le caractère d'Enthousiasme qu'elles portent.

Les succès de Louis XIV. ne se soutinrent que pendant la vie des Colberts, des Louvois, & des grands Capitaines que la France avoit produit. La fortune de Frédéric Guillaume fut presque toujours constante & égale. Il paroît donc que la grandeur de l'un étoit l'ouvrage de ses Ministres, & de ses habiles Généraux, & que l'Héroïsme de l'autre étoit inhérent à sa personne.

Le Roi ajouta la Flandre, la Franche Comté, l'Alsace, & en quelque manière l'Espagne à sa Monarchie, par ses Conquêtes, & at-
tira

tira sur lui la jalousie de toute l'Europe. L'Electeur fit l'acquisition de la Pomeranie, de Magdebourg, de Halberstadt & de Minden, par ses Traittés, en profitant avec tant d'adresse de l'envie qui régnoit alors entre ses Voisins, qu'elle les rendit les artisans de son aggrandissement.

Louïs XIV. devint l'Arbitre de l'Europe par sa Puissance, qui en imposoit aux plus grands Rois. Frédéric Guillaume devint l'Oracle de ses Voisins par sa Vertu, qui lui attira l'estime & la confiance de tous les Princes. Pendant que les uns portoient impatiemment le joug du Despotisme, que le premier leur imposoit; les autres recherchoient avec prédilection les jugemens impartiaux, & équitables, du second.

François I. avoit essayé vainement d'attirer les beaux Arts en France; Louïs XIV. les y établit; sa protection fut éclatante, le gout Attique, & l'urbanité Romaine, renaquirent à Paris. Uranie eut un Compas d'or entre ses mains. Les Lauriers de Calliope furent arrosés des eaux du Pactole, & des Temples somptueux servirent d'azile aux Muses. George Guillaume fit des efforts inutiles pour conserver l'agriculture dans son país; la Guerre de 30. ans, comme un torrent débordé & ruineux, dans son cours orageux, dévasta tout le Nord de l'Allemagne. Frédéric Guillaume le repeupla; il changea des marais en prairies, des déserts en Villages, des ruïnes en Villes, & les bêtes féroces des Bois en troupeaux nombreux, dont le laitage & les toisons enrichirent les peuples. Les Arts utiles sont les aînés des Arts agréables; il faut qu'ils les précèdent.

Le nom de Louïs XIV. mérite l'immortalité par ce seul trait de sa vie; celui de l'Electeur sera cher jusqu'à ses derniers Neveux, pour n'avoir pas désespéré de sa Patrie. Les Sciences doivent des Autels à l'un, dont la Protection libérale sert à éclairer le monde; le Genre humain en doit à l'autre, dont l'humanité repeupla la Terre. La médiocrité de l'un ne moissonnoit que des bleds; l'opulence de l'autre cueilloit des fleurs.

Mais le Roi chassa les Réformés de France, & l'Electeur les recueillit dans ses Etats. En ce point, le Prince superstitieux est bien inférieur au Prince tolérant & charitable. La Politique & l'humanité



s'accordent, pour donner sur cet article une préférence entière à l'Electeur.

En fait de galanterie, de politesse, de générosité, de vastes des-seins, de magnificence; la somptuosité Françoisé l'emporte sur la frugalité Allemande: Louis XIV. avoit autant d'avance sur Frédéric Guillaume, que Lucullus sur Achille.

L'un donna des subsides, en foulant ses peuples; l'autre les reçut, en foulageant les siens. Aussi la France fut-elle épuisée à un point, que Samuel Bernard, pour sauver l'honneur de la Couronne, fit banqueroute pour elle; & aucune banqueroute pareille ne flétrit le crédit du Gouvernement Brandebourgeois. La Banque des Etats se soutint, & paya malgré l'irruption des Suédois, les pillages des Autrichiens, & les fleaux de la Peste.

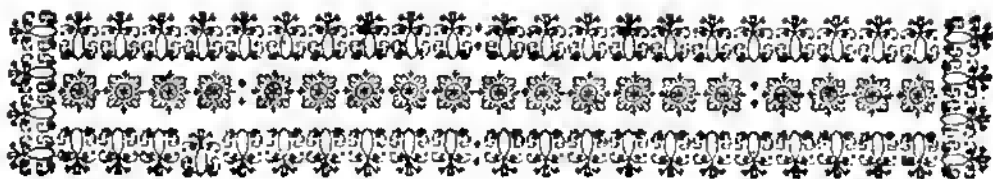
Tous deux firent des Traittés, & les rompirent; l'un par une ambition insatiable, l'autre par une violente nécessité. Les plus puissans éludent l'esclavage de leur parole, par une volonté libre & indépendante; les plus foibles manquent à leurs engagements, parce qu'ils y sont contraints par la force.

Le Monarque se laissa gouverner vers la fin de son Règne par sa Maitresse, le Héros par son Epouse. L'Amour propre du Genre humain seroit trop humilié, si la fragilité de ces demi-Dieux ne nous avertissoit pas, qu'ils sont mortels comme nous.

Ils finirent tous deux en grands hommes, comme ils avoient vécu; voyant les approches de la Mort avec une force inébranlable, quittant les plaisirs, la fortune, la gloire & la vie, avec une indifférence Stoïque, conduisant d'une main sûre le Gouvernail de l'Etat jusqu'au moment extrême; recommandant en mourant leurs peuples avec une tendresse paternelle à leurs Successeurs, & justifiant par une vie pleine de gloire, de vertus, & de merveilles, le surnom de Grand, qu'ils reçurent de leurs Contemporains, & que la Postérité leur confirma d'une commune voix.



RÉPONSE



RÉPONSE

DE M. DE MAUPERTUIS.



Ce jour si heureux pour l'Etat, si glorieux pour l'Académie ; ce jour qui sera à jamais un jour de Fête, ne pouvoit être parmi nous plus dignement célébré, que par la lecture de la Piece, que nous venons d'entendre, & par la présence de ceux qui l'ont écoutée. Est-ce une Académie de Savans, ou la Cour la plus auguste, que le lieu ou nous nous trouvons ? Mais, n'est ce pas plutot l'une & l'autre ? Ne sommes-nous pas acoutumés à voir le plus haut rang, & l'esprit le plus sublime, inséparablement unis ?

Vous nous leutes, M. dans notre derniere Assemblée publique, une partie de l'Histoire de ce Païs, interessante par la foiblesse de ses Princes, & par les malheurs auxquels il a été exposé. Aujourd'hui, vous nous interessez par des motifs bien différens, par la Gloire d'un Heros, & par le bonheur des Peuples qu'il gouverna.

Le sort des Monarchies dépend de la conduite, & de la fortune d'un certain nombre de Princes, qui se succedent les uns aux autres, sur le même Throne, & dans les mêmes vuës. Quelquefois un seul, malhabile, ou malheureux, renverse l'Edifice. Les Genies ordinaires ne le bâtissent qu'avec le tems, & par degrés : les grands Hommes l'elevent tout à coup.

C'est peut-être un Problème difficile que de décider, lequel est le plus avantageux pour une Nation, de tenir sa grandeur & sa

puissance d'une longue suite de Princes mediocres, ou, de la devoir à un petit nombre de grands Hommes .

Un Prince capable d'accélérer rapidement le progrès d'une Monarchie, ce qu'on appelle communément un grand Homme, n'est le plus souvent, qu'un homme grand dans un certain genre. Avec plusieurs talens ordinaires, il en a quelqu'un de supérieur: & ce talent entraîne toutes les vuës vers une certaine partie du Gouvernement. C'est un bonheur, s'il n'étouffe pas toutes les autres; mais celle-là s'accroît incomparablement plus qu'elles, & cause dans le corps entier une espece de difformité.

Au contraire, dans une Monarchie qui ne s'est formée qu'avec lenteur, les progrès ont été plus uniformes. Dans un grand nombre de Princes mediocres, il doit y avoir eu des talens plus divers, & moins inégaux. Chaque partie du Gouvernement a, pour ainsi dire, trouvé le sien; & toutes ont pris un accroissement à peu près égal.

On peut comparer les deux Monarchies; l'une, à ces Edifices saillants, où l'on admire un Dôme, ou un Peristile, qui surpasse tout le reste: l'autre, à ces Palais réguliers, dont toutes les parties sont d'accord, dans les mêmes proportions.

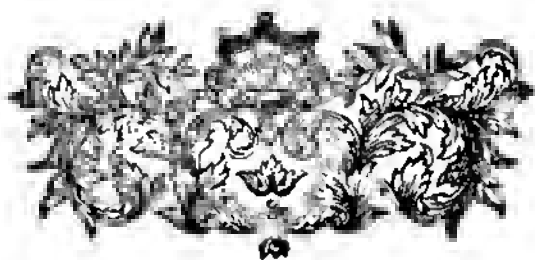
Le plus grand avantage d'une Monarchie seroit sans doute, que la rapidité dans son progrès fut jointe avec l'uniformité dans son accroissement. Pour cela, il faudroit qu'un petit nombre de Princes partageassent entre eux les plus grands talens, & se succedassent immédiatement les uns aux autres. Mais peut-on espérer le concours de telles circonstances?

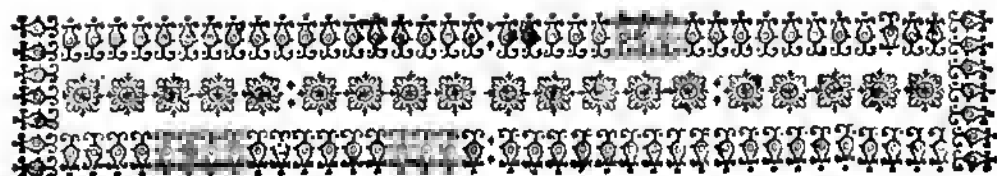
La chose paroîtroit peu possible, si l'on n'en trouvoit l'exemple dans l'Histoire de Brandebourg.

Après une longue suite de Princes, qui avoient gouverné ce País dans une espece d'obscurité, celui dont vous venez de nous lire l'Histoire, fit tout à coup retentir l'Europe de la gloire de son Nom; & aussi habile dans l'Art des Traités, que dans l'Art de la guerre, joignit à ses Etats de grandes Provinces. Frédéric I. mit
dans

dans sa Maison la Dignité Royale; inspira à ses Sujers le goût des Sciences, & leur fit connoître l'utilité des Arts. Frédéric Guillaume forma ce Systeme, qui rend les Troupes Prussiennes invincibles.

Chacun de ces Princes fut sans doute un grand Homme dans son genre. Selon le cours ordinaire de la Nature, ils auroient dû être distribués dans plusieurs Siècles: un même Siècle les vit naître tous trois. C'étoit pour préparer l'Europe au spectacle d'un Monarque, qui réunit en lui toutes les Vertus, & tous les Talens.





RÉLATION
D'UN VOYAGE FAIT DANS LA LAPPONIE
SEPTENTRIONALE, POUR TROUVER UN ANCIEN
MONUMENT,
PAR M. DE MAUPERTUIS.



A mon retour de Laponie, je rendis compte au Public des Observations qui faisoient l'objet principal de notre Voyage, de celles par lesquelles nous avons déterminé la figure de la Terre. Voici une Observation d'un genre différent.

Pendant que nous étions à *Pello*, où se termine l'Arc du Meridien que nous avons mesuré, les Finnois, & les Lapons, nous parlèrent souvent d'un Monument, qu'ils regardent comme la merveille de leur país, & dans lequel ils croient qu'est renfermée la Science de toutes les choses qu'ils ignorent. Ce Monument devoit être situé à 25. ou 30. Lieues au Nord, au milieu de cette vaste forêt, qui sépare la Mer de Bottnie de l'Océan.

Pour y arriver, il falloit se faire traîner sur la neige, par des Rennes, dans ces périlleuses voitures, qu'on appelle *Pulkas*, dont j'ai donné la description dans la Relation de nos Observations. Quoique nous fussions au Mois d'Avril, il falloit risquer de se voir geler dans des deserts, où il n'y avoit plus d'esperance de trouver d'azile. Tout cela devoit s'entreprendre sur la foi des Lapons.

J'ai

J'ai presque honte de dire que je l'entrepris. L'inutilité d'un séjour, que nous étions forcés de prolonger dans ces Païs jusqu'au tems qui permettoit notre retour ; la curiosité de pénétrer jusqu'au centre de la Lapponie ; la plus legere esperance de voir le seul Monument de cette espece, qui soit peut-être au monde ; enfin, l'habitude où nous étions de la peine & du péril, pourront m'excuser.

Je résolus donc de partir, & j'eus l'avantage d'être accompagné de *M. Celsius*, qui joignoit au plus grand savoir dans l'Astronomie, une érudition profonde des langues du Nord, & qui s'étoit fait une étude particuliere des inscriptions Runiques, & de toutes les Antiquités de son païs.

On sera peut-être bien aise de savoir comment on voyage dans la Lapponie. Dès le commencement de l'hyver, on marque avec des branches de Sapin les chemins, qui doivent conduire aux lieux fréquentés. A peine les Traîneaux, & les *Pulkas*, ont foulé la premiere neige qui couvre ces chemins, & ont commencé à les creuser, que de nouvelle neige que le vent répand de tous cotés, les releve, & les tient de niveau avec le reste de la Campagne, nu du Lac, ou du Fleuve. Les nouvelles Voitures qui passent, resoulent de nouveau cette neige, que d'autre neige vient bientôt recouvrir ; & ces chemins, alternativement creusés par les Voitures, & recouverts par le vent, qui met par tout la neige de niveau, quoiqu'ils ne paroissent pas plus élevés que le reste du terrain, sont cependant des especes de Chaussées, ou de Ponts formés de neige foulée, desquels si l'on s'egare à droite, ou à gauche, on tombe dans des abimes de neige. On est donc fort attentif à ne pas sortir de ces chemins, & d'ordinaire ils sont creusés vers le milieu, d'une espece de sillon, formé par tous les *Pulkas* qui y passent.

Mais dans le fond de la forest, dans les lieux qui ne sont pas fréquentés, il n'y a point de tel chemin. Les Finnois, & les Lapons, ne se trouvent que par quelques marques faites aux arbres. Les Rennes enfoncent quelquefois jusqu'aux cornes dans la neige : & si dans ces lieux on étoit pris par quelqu'un de ces orages, pendant lesquels la neige tombe dans une si grande abondance, & est jetée de

tous cotés par le vent avec tant de fureur, qu'on ne peut voir à deux pas de soi, il seroit impossible de reconnoître le chemin qu'on a tenu, ni celui qu'on cherche; & l'on périroit infalliblement, sur tout si, comme nous, on ne s'étoit pas muni de Tentes, pour parer une partie de l'orage. Lorsque nous fumes en chemin, nos Lapons, fort fertiles en contes merveilleux, nous firent sur cela plusieurs histoires, de gens qui avoient été enlevés en l'air par ces ouragans, avec leurs *Pulkas* & leurs Rennes, & jettés, tantot contre des Rochers, tantot au milieu des Lacs.

Je partis de *Pello* le 11. Avril, & arrivai le soir à *Kengis*, qui en est éloigné de 12. ou 13. lieuës de France; je ne m'y arrêtai point, parce que je voulois approcher le plus qu'il étoit possible du lieu, où je devois trouver des Rennes qu'on devoit tenir prêtes. Je fis donc encore cinq lieuës, & vins coucher à *Pellika*; c'est une des maisons qui forment le Village de *Payala*. Dans ces Contrées, les Villages ne sont plus composés que de deux ou trois maisons, éloignées l'une de l'autre de quelques lieuës. Je trouvai là six Rennes avec leurs *Pulkas*; mais, comme nous pouvions faire encore trois lieuës en traîneaux, je gardai nos Chevaux jusqu'au lendemain, pour nous mener à *Erckibeilki*, où j'envoyai les Rennes m'attendre.

Dans ces malheureux Climats, brulés sans cesse pendant l'Été par les rayons du Soleil, qui ne se couche point; plongés ensuite pendant l'hyver dans une nuit profonde & continuelle, on ne croiroit point trouver un azile aussi agréable que celui que nous trouvâmes.

La maison de *Pelika*, malgré la distance où elle est du monde habité, étoit une des meilleures que j'aie rencontré dans ce país. Nous y étendîmes des peaux d'Ours & de Rennes, sur lesquelles nous nous préparâmes par un peu de repos à un voyage très rude pour le lendemain.

Longtems avant le lever du Soleil, je partis de *Pelika* le 12. Avril 1737. & arrivai bientôt à *Erckibeilki*, où je n'arrêtai que le tems nécessaire pour quitter nos traîneaux, & nous faire lier dans nos *Pulkas*; précaution sans laquelle, lorsque le Renne court, on ne resteroit pas long-

longtems dans la voiture. Mais dans le tems où nous étions, cette précaution contre la rapidité des Rennes étoit bien inutile.  n'étoient plus ces Cerfs indomptables, qui m'avoient, l'Été passé, traîné si vite sur le fleuve, & qui m'avoient précipité du haut d'*Avafaxa*. * Leurs cornes veluës alors n'étoient plus que des os blancs & secs, qu'on auroit pris pour des costes d'animaux, morts depuis longtems. Les os leur perçoient la peau, & elles ne paroissoient pas capables de nous traîner à cent pas.

* Montagne, où nous avons fait des observations.

La cause de ce changement étoit la difference des Saisons. Quand elles me menerent sur *Avafaxa*, elles revenoient de *Norvege*, où pendant l'Été elles n'ont rien à faire que paître & s'engraisier; c'est alors que je ne conseillerai à personne de voyager en *Pulka*. Mais dans le tems où nous étions, après tous les travaux de l'hyver, & le retour des foires de Lapponie, nous n'avions à craindre des Rennes que d'être laissés en chemin: s'il est difficile d'arrêter cet animal, quand il est dans sa force, il n'est pas plus facile de le faire marcher, dans le tems de son épuisement.

Nous allions ainsi traînés à travers une forêt, où nous avions 8. ou 9. lieues à faire. Il n'y avoit aucun chemin qui conduisit où nous voulions aller, ce qui augmentoit beaucoup le travail des Rennes. Il falloit à tous moments les laisser reposer, & leur donner de la mouffe, que nous avions portée avec nous. Cette mouffe est toute leur nourriture. Les Lapons la mélangent avec de la neige & de la glace, & en forment des pains fort durs, qui servent en même tems de fourrage, & de boisson, à ces animaux, qui les rongent avec avidité. Malgré cela, il nous fallut laisser un Renne en chemin; on l'attache au pied d'un arbre, & on lui laisse quelque'un de ces pains.

Nous étions nous-mêmes fort fatigués par l'incommodité de la posture où l'on est dans les *Pulkas*; le seul délassément que nous eumes pendant cet ennuyeux voyage, étoit de voir sur la neige les traces des différentes sortes d'Animaux, dont la forest est remplie. On distingue aisément, & l'on connoit chacune; & l'on est surpris du nombre d'Animaux differents, qui se trouvent avoir passé, dans un fort petit espace, pendant quelques jours.

Nous trouvâmes sur notre route plusieurs pièges tendus aux hermines, & dans quelques uns, des hermines prises. Sur un petit arbre coupé à la hauteur de la neige, les Lapons attachent horizontalement une buche, recouverte d'une autre, qui laisse à l'hermine un petit passage, mais qui est prête à tomber sur elle, & qui l'écrase, lorsqu'elle va pour manger l'appât qu'on y a mis.

C'est de cette manière qu'on prend les hermines, dont la Chasse est très abondante en Laponie. Ces animaux en Été sont couleur de Cannelle, & n'ont de blanc que le ventre, & le bord des oreilles: nous en avons plusieurs fois rencontré de telles sur le bord des lacs & des fleuves, où je crois qu'elles pêchent le poisson, dont elles sont fort avides: quelquefois même nous en avons trouvé, qui nageoient au milieu de l'eau. En Hyver elles sont toutes blanches, & c'est ainsi qu'étoient celles que nous trouvâmes prises dans ces pièges. Cependant à mon départ de *Torneo*, une hermine familière que j'avois chés moi, avoit déjà perdu dans quelques endroits sa blancheur: & à mon retour, quelques jours après, je la trouvai toute grise. Il est vrai, que si c'est le froid qui, par quelque cause que ce soit, les blanchit, celles qui étoient dans la Campagne pouvoient être plus longtems blanches, que celle qui étoit renfermée à la maison. Peut-être aussi celles que nous trouvâmes dans ces pièges, y étoient-elles prises depuis longtems; car, comme on peut croire, les animaux morts se conservent gelés tout l'hyver. Dans les paquets d'hermines que les Lapons vendent la peau retournée, il s'en trouve toujours plusieurs de grises, ou de tachées de gris, qu'on n'emploie point dans les fourrures.

Nous arrivâmes à une heure après midi, au Lac *Keyma*, situé au pied d'une petite Montagne, appelée *Windsa*. Nous y montâmes; c'étoit là que devoit être le Monument que nous cherchions; mais il étoit enseveli dans la neige. Nos Lapons le chercherent longtems, sans le pouvoir trouver, & je commençois à me repentir d'avoir entrepris un voyage si pénible, sur des indices si suspects, lorsqu'à force de fouiller, on découvrit ce que nous cherchions. Je fis ôter
la

la neige, & allumer un grand feu pour fondre le reste, afin que nous pussions bien voir ce Monument.

C'est une pierre, dont une partie de forme irrégulière sort de terre de la hauteur d'un pied & demi, & a environ trois pieds de long. Une de ses faces étoit assez droite, & forme un plan qui n'est pas tout à fait vertical, mais qui fait un angle aigu avec le plan horizontal. Sur cette face on voit deux lignes fort droites, de traits dont la longueur est d'un peu plus d'un pouce, & qui sont taillés assez profondément dans la pierre, comme seroient des cochés qu'on auroit faites dans du bois avec la hache, ou avec le ciseau, étant toutes beaucoup plus larges à la superficie, & se terminant au fond par des angles aigus.

Au bas, & hors de ces deux lignes, sont quelques caractères plus grands. Malgré toutes les marques que ces traits semblent donner, d'avoir été gravés avec le fer, je n'oserois assurer, s'ils sont l'ouvrage des hommes, ou le jeu de la Nature.

Je laisse à ceux qui ont fait une plus grande étude des anciens Monumens, ou qui seront plus hardis que moi, à décider cette question. Si la ressemblance de plusieurs de ces traits entre eux, & même de plusieurs qui se trouvent écrits tout de suite, ne paroît pas convenir à des caractères; je ne voudrois pas cependant en conclure que de tels traits ne pussent signifier quelque chose. Si l'on veut écrire en chiffres Arabes, un, onze, cent onze &c. on verra combien on peut former de sens différens avec un seul caractère.

Les plus anciennes Inscriptions de la Chine ne sont composées que de deux caractères; & l'on ne peut douter que ces Inscriptions ne soient l'ouvrage des hommes, & ne contiennent un sens: quand elles ne seroient, comme on le pense avec beaucoup de vraisemblance, qu'une Arithmétique. Si l'on consulte la Tradition du Pays, tous les Lapons assurent que ces caractères sont une Inscription fort ancienne, qui contient de grands secrets: mais quelle attention peut-on faire à ce que débitent sur des Antiquités, des gens qui ne savent pas leur âge, & qui le plus souvent ne connoissent pas leur Mère?

M. *Brunnius*, leur Curé, parle de ce Monument dans une Dissertation qu'il a fait imprimer, sur la Ville de *Torneo*, & les Païs voisins : il le regarde comme une Inscription Runique, & dit qu'on y voyoit autrefois trois Couronnes, que le tems a effacées. Mais M. *Celsius*, fort savant dans la langue Runique, ne put lire ces caractères, & les trouva différens de ceux de toutes les Inscriptions, qui subsistent en Suède : & quant aux Couronnes, s'il y en a eu, le tems les a tellement effacées, qu'il n'en reste aucun vestige.

La pierre, sur laquelle ces lignes sont gravées, est composée de différentes couches ; les caractères sont écrits sur une espèce de caillou, pendant que le reste, & surtout entre les deux lignes, paroît être d'une pierre plus molle, & feuilletée.

Quoiqu'il en soit, nous copiâmes, M. *Celsius* & moi, séparément, & avec grand soin, tout ce que nous pûmes discerner, tel qu'on le voit ici.

//

AA>

A+/////V<V//A/+//

811(U)(LHNNJ//H

Quand ce ne seroit qu'un jeu de la Nature, la réputation qu'a cette pierre dans ce País, méritoit que nous en donnassions la description.

Cette pierre n'a pas assurément la beauté des Monumens de la Grece, & de Rome: mais, si ce qu'elle contient est une Inscription, cette Inscription a vraisemblablement l'avantage d'être la plus ancienne de l'Univers. Le País où elle se trouve, n'est habité que par une espece d'hommes, qui vivent en bêtes dans les forêts. On ne croira gueres, qu'ils aient jamais eu aucun événement mémorable à transmettre à la posterité; ni, quand ils l'auroient eu, qu'ils en eussent connu les moyens. On ne sauroit non plus supposer que ce País, dans la position où il est, ait eu autrefois d'autres habitans plus civilisés. L'horreur du Climat, & la sterilité de la Terre, l'ont destiné à ne pouvoir être la retraite que de quelques misérables, qui n'en connoissent aucun autre.

Il semble donc, que notre Inscription auroit dû être gravée dans des tems, où ce país se trouvoit situé sous un autre Climat; & avant quelqu'une de ces grandes Révolutions, qu'on ne sauroit douter qui ne soient arrivées à la Terre. La position qu'a aujourd'hui son Axe par rapport au plan de l'Ecliptique, fait que la Lapponie ne reçoit que très obliquement les rayons du Soleil; elle est condamnée par là à un hiver long, & funeste aux hommes, & à toutes les productions de la Nature; la terre est stérile & deserte.

Mais il n'a pas fallu peut-être un grand mouvement dans les Cieux, pour lui causer tous ces malheurs. Ces Régions ont été peut-être autrefois celles que le Soleil regardoit le plus favorablement; les Cercles Polaires ont pu être ce que sont aujourd'hui les Tropiques; & la Zone Torride a peut-être rempli la place, occupée aujourd'hui par les Zones tempérées. Mais comment la situation de l'axe de la Terre auroit-elle été changée? Si l'on considère les mouvemens des corps Celestes, on ne voit que trop de causes, capables de produire de tels changemens, & de bien plus grands encore.

Si la connoissance de l'Anatomic, de toutes les parties, & de tous les ressorts, qui font mouvoir nos Corps, fait que ceux qui la possè-

possèdent, s'étonnent que la machine puisse subsister si longtems; on peut dire la même chose de l'étude de l'Astronomie. La connoissance des mouvemens célestes nous découvre bien des causes, qui apporteroient, non seulement à notre Terre, mais au système général du Monde, des changemens considérables.

La variation dans l'obliquité de l'Ecliptique, que plusieurs Astronomes croient démontrée par les Observations des Anciens, comparées aux nôtres, pourroit seule, après de longues suites de siècles, avoir produit des changemens, tels que ceux dont nous parlons. L'obliquité, sous laquelle le plan de l'Equateur de la Terre coupe aujourd'hui le plan de l'Ecliptique, qui n'est que de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ pourroit n'être que le reste d'une obliquité plus grande, pendant laquelle les Pôles se seroient trouvés dans les Zones tempérées, ou dans la Zone Torride, & auroient vu le Soleil à leur Zenith.

Que ce soit de tels changemens, ou des changemens plus subtils qu'on suppose; il est certain qu'il y en a eu. Les empreintes de poissons, les poissons mêmes pétrifiés, qu'on trouve dans les Terres les plus éloignées de la Mer, & jusques sur les sommets des Montagnes, sont des preuves incontestables que ces lieux ont été autrefois submergés.

L'Histoire Sacrée nous apprend, que les Eaux ont autrefois couvert les plus hautes Montagnes. Il seroit bien difficile de concevoir une telle inondation, sans le déplacement du Centre de gravité de la Terre, & de ses Climats.

Si l'on ne veut point avoir recours à ces changemens, on pourroit trouver l'origine de l'Inscription de *Windsor*, dans quelque événement aussi singulier que notre Voyage. Une Inscription qui contiendra l'histoire de l'Opération, que nous étions allés faire dans ces pays, sera peut-être un jour quelque chose d'aussi obscur, que l'est celle-ci: & si toutes les Sciences étoient perduës, qui pourroit alors découvrir, qui pourroit imaginer, qu'un tel Monument fut l'ouvrage des François; & que ce qu'on y verroit gravé, fut la mesure des degrés de la Terre, & la détermination de sa figure?

J'aban-

J'ahandonne mes réflexions, & le Monument, aux conjectures qu'on voudra faire, & je reprends le fil de mon voyage. Après que nous eumes copié ce que nous trouvâmes sur la Pierre, nous nous embarquâmes dans nos *Pulkas*, pour retourner à *Erckihieicki*. Cette marche fut encore plus ennuyeuse qu'elle n'avoit été le matin; la posture dans les *Pulkas* est si incommode, qu'au bout de quelques heures on croit avoir le corps brisé; cependant nous y avions été continuellement, depuis quatre heures du matin jusqu'à une heure après midi. Le retour fut encore plus long; nos Rennes s'arrêtoient à tous momens; la mouffe que nous avions portée, avoit été toute mangée, & il falloit leur en chercher. Lorsque la neige est en poussière, comme elle est jusqu'au Printems, quoiqu'elle couvre partout la terre jusqu'à la hauteur de cinq & six pieds, dans les endroits creux jusqu'à de bien plus grandes profondeurs, un Renne dans un moment avec ses pieds s'y creuse une écurie; & balayant la neige de tous cotés, decouvre la mouffe qui est cachée au fond. On prétend que cet animal a un instinct particulier, pour trouver cette mouffe couverte de tant de neige, & qu'il ne se trompe jamais, lors qu'il fait son trou: mais l'état où étoit alors la superficie de la neige, m'empêcha d'eprouver si ce qu'on dit sur cela est faux. Dès que cette superficie a été frappée des rayons d'un Soleil, assés chaud pour en fondre & unir les parties, la gelée qui reprend aussitôt, la durcit & en forme une croute qui porte les hommes, les Rennes, & même les Chevaux. Quand une fois cette croute couvre la neige, les Rennes ne peuvent plus la creuser pour aller chercher dessous leur nourriture; il faut que les Lapons la leur brisent, & c'est là toute la récompense des services que ces Animaux leur rendent.

Les Rennes méritent que nous en disions ici quelque chose. Ce sont des especes de Cerfs, dont les cornes fort rameuses jettent leurs branches sur le front. Ces animaux semblent destinés par la Nature, à remplir tous les besoins des Lapons. Ils leur servent de Chevaux, de Vaches, & de Brebis.

On attache le Renne à un petit Bateau, appelé *Pulka*, pointu par devant pour fendre la neige; & un homme, moitié assis, moitié

couché dans cette voiture, peut faire la plus grande diligence, pourvu qu'il ne craigne, ni de verser, ni d'être à tous momens submergé dans la neige.

La Chair des Rennes est excellente à manger, fraîche, ou fêchée. Le lait des semelles est un peu acre, mais aussi gras que la crème du lait des Vaches; il se conserve longtems gelé, & les Lapons en font des fromages, qui seroient meilleurs, s'ils étoient faits avec un peu plus d'art & de propreté.

La peau des Rennes fait des vêtements de toute espece. Celle des plus jeunes, couverte d'un poil jaunâtre, un peu frisé, est une pelisse extrêmement douce, dont les Finnoises doublent leurs habits. Aux Rennes d'un âge un peu plus avancé, le poil brunit, & l'on fait alors de leurs peaux ces Robes, connues par toute l'Europe sous le nom de *Lappmudes*; on les porte le poil en dehors, & elles font un vêtement fort léger & fort chaud. La peau du vieux Renne s'apprête comme celle du Cerf & du Daim, & fait les plus beaux gands, les plus belles Vestes, & les plus beaux Ceinturons. Les Lapons filent en quelque façon les nerfs, & les boyaux des Rennes, en les roulant, & ne se servent guères d'autre fil. Enfin, pour que tout en soit utile, les Lapons sacrifient les Cornes des Rennes à leurs Dieux.

Etant revenus à *Pellika*, après beaucoup de fatigue, de froid, & d'ennui; nous en repartimes le 13. de grand matin & arrivâmes vers les 9. heures à *Kengis*.

Cet endroit, quoiqu'assés misérable, est un peu plus connu que les autres, par des forges de Fer qui y sont. La matiere y est portée, ou plutot traînée, pendant l'hyver par des Rennes, des mines de *Junesvando*, & de *Swappawara*. Ces forges ne travaillent qu'une petite partie de l'année, la glace ne permettant pas l'hyver aux rouës, de faire mouvoir les soufflets & les marteaux. *Kengis* est situé sur les bords d'un bras du fleuve de *Torneo*, qui a devant *Kengis* une Catacacte epouvantable, qu'aucun bateau ne peut passer. C'étoit le plus beau spectacle que de voir les glaçons & l'écume se précipiter avec violence, & former une Cascade, dont les bords sembloient de cristall. Après avoir diné chez le Prêtre de *Kengis*, M. *Antilius*, nous en par-

tîmes

tîmes, & vinmes le même soir coucher à *Pello*, dans la maison que nous avions tant habitée, & que vraisemblément nous revoyons pour la dernière fois.

En revenant de *Kengis*, nous rencontrâmes sur le fleuve plusieurs Caravannes de Lapons, qui apportoitent jusqu'à *Pello*, les peaux & les poissons qu'ils avoient troqués aux foires de la haute Lapponie, avec les Marchands de *Torneo*. Ces Caravannes forment de longues files de *Pulkas*: le premier Renne est conduit par un Lapon à pied, qui traîne le premier *Pulka*, auquel est attaché le second Renne, & ainsi de suite, jusqu'à 30. & 40. qui passent tous précisément par ce petit sillon, tracé dans la neige par le premier, & creusé par tous les autres.

Lorsque les Rennes sont las, & que les Lapons ont choisi le lieu où ils veulent camper; ils forment un grand cercle de tous les Rennes attachés à leurs *Pulkas*. Chacun se couche dans la neige au milieu du fleuve, & leurs Lapons leur distribuent la mouffe. Ceux-ci ne sont pas plus difficiles à accommoder: plusieurs se contentoient d'allumer du feu, & de se coucher sur le fleuve, pendant que leurs femmes, & leurs petits enfans, tiroient des *Pulkas* quelques poissons qui devoient faire leur soupé; quelques autres dressoient des especes de Tentes, qui sont bien des logemens dignes des Lapons: ce ne sont que de misérables haillons, d'une grosse Etoffe de laine, que la fumée a rendu aussi noire que si elle étoit teinte. Elle entoure quelques piquets, qui forment un cône, dont la pointe reste découverte, & sert de cheminée. Là les plus voluptueux, étendus sur quelques peaux de Rennes & d'Ours, passent leur tems à fumer du Tabac, & à mépriser les occupations des autres hommes.

Ces peuples n'ont point d'autres demeures que des Tentes; tous leurs biens consistent dans leurs Rennes, qui ne vivent que d'une mouffe, qui ne se trouve pas partout. Lorsque leur troupeau en a dépouillé le sommet d'une Montagne, ils sont obligés de le conduire sur quelqu'autre, & de vivre ainsi toujours errans les déserts.

Leur forest, affreuse en Hyver, est encore moins habitable en Été: une multitude innombrable de Mouches de toute espece,

insecte l'air; elles poursuivent les hommes, & les fendant de très loin, forment bientôt autour de chacun qui s'arrête, une Atmosphere si noire qu'on ne s'y voit pas: il faut pour l'éviter, changer continuellement de place, & n'avoir aucun repos; ou brulant des arbres verts, exciter une fumée épaisse, qui n'écarte les mouches qu'en devenant aussi insupportable aux hommes qu'à elles: enfin, on est quelquefois obligé de se couvrir la peau de la Résine qui coule des Sapins. Ces Mouches font des piquûres cruelles, & plusieurs font plutôt de véritables playes, dont le sang coule par grosses gouttes.

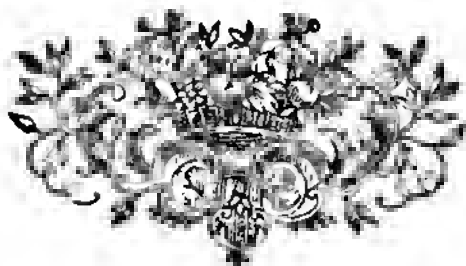
Pendant le tems de la plus grande fureur de ces Insectes, qui est celui des deux mois que nous avons passés à faire nos triangles dans la forêt, les Lapons fuyent avec leurs Rennes vers les côtes de l'Océan, où ils en sont délivrés.

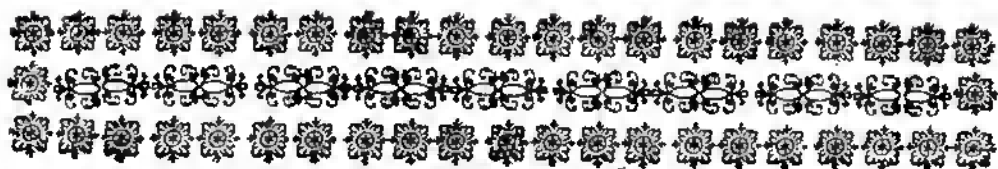
Je n'ai point encore parlé de la figure, ni de la taille, des Lapons; sur lesquels on a débité tant de fables. On a exagéré leur petitesse, mais on ne sauroit avoir exagéré leur laideur. La rigueur, & la longueur d'un Hyver, contre lequel ils n'ont aucune autre précaution, que ces misérables Tentes, dont je viens de parler, sous lesquelles ils font un feu terrible, qui les brule d'un côté, pendant que l'autre côté gele; un court Été, mais pendant lequel ils sont sans relâche brûlés des rayons du Soleil; la stérilité de la terre, qui ne produit, ni bled, ni fruit, ni légumes, paroissent avoir fait dégénérer la Race humaine dans ces Climats.

Quant à leur taille, ils sont plus petits que les autres hommes, quoique leur petitesse n'aille pas au point, où l'ont fait aller quelques Voyageurs, qui en font des Pigmées. Parmi le grand nombre de Lapons, & de Lappons, que j'ai vus, je mesurai une femme qui me paroissoit âgée de 25. à 30. ans, & qui alloit un enfant qu'elle portoit dans une écorce de Bouleau. Elle paroissoit de bonne santé, & d'une taille bien proportionnée, selon l'idée que je m'étois faite des proportions de leur taille; elle avoit 4. pieds, 2. pouces, 5. lignes de hauteur, & c'étoit certainement une des plus petites que j'aie vu, sans que cependant sa petitesse parût difforme, ni extraordinaire, dans le pays. On peut s'être trompé sur la petitesse des Lapons, & sur la
grosseur

grosſeur de leur tête, ſi l'on n'a pas fait une obſervation, que j'ai faite, malgré l'ignorance ou ils ſont presque tous eux-mêmes ſur leur âge. Les Enſans qui, dès la grande jeuneſſe, ont déjà les traits défigurés, & quelquefois l'air de petits vieillards, commencent de très bonne heure à conduire les *Pulkas*, & à s'occuper des mêmes travaux que leurs pères. Je crois que la plûpart des Voyageurs ont jugé de la taille des Lapons, & de la grosſeur de leur tête, par celle des Enſans; & c'eſt ſur quoi j'ai ſouvent penſé moi-même me tromper. Ce n'eſt pas que je veuille nier que les Lapons adultes ne ſoient en général plus petits que les autres hommes; mais je crois qu'on a diminué leur taille, dans les relations qu'on en a faites, par l'erreur dont je viens de parler, ou peut-être ſeulement, par le penchant qu'on a pour le merveilleux. Il m'a paru, qu'en général il y avoit la tête entre eux & nous; & c'eſt une grande différence.

Un País tout voiſin de la Lapponie, avoit produit dans le genre oppoſé une véritable merveille. Le Géant que nous avons vu à Paris en 1735. étoit né dans un Village peu éloigné de *Torneo*. L'Academie des Sciences l'ayant fait meſurer, on trouva ſa hauteur de 6. pieds, 8. pouces, 8. lignes. Ce Coloſſe étoit formé d'autant de matiere, qu'il en faudroit pour quatre ou cinq Lapons.





DISSERTATION
SUR LE CHAP. XL. DU LIVRE DE TACITE,
DES MOEURS DES GERMAINS, ET EN PARTICULIER SUR LA
DÉE^{SE} *HERTHA*, *HERTHAM*, OU *ERDAMM*, QUI A ÉTÉ
AUTREFOIS LE PRINCIPAL OBJET DU CULTE DANS LA
GERMANIE SEPTENTRIONALE,
PAR M^R. E L S N E R.



il y a quelque passage remarquable, & digne d'être expliqué avec étendue, c'est celui de Tacite, dans son Livre si connu, *des Mœurs des Germains*, où il rapporte le culte que divers Peuples de la Germanie Septentrionale rendoient à une certaine Déesse. Ce morceau mérite une attention particulière, soit à cause du nom extraordinaire de la Déesse, dont aucun autre Auteur ancien, que je sache, n'a parlé; soit à cause des cérémonies diverses, & merveilleuses de son culte, que les plus savans Commentaires n'ont point expliquées, ou n'ont au moins traitées que fort légèrement. On peut néanmoins répandre par l'examen de ce passage un grand jour sur les Antiquités Germaniques, & y faire entrer plusieurs belles remarques, très propres à étendre les bornes de l'érudition. Je crois donc entreprendre un travail important, en donnant une interprétation plus exacte de ce mémorable passage d'un Auteur, non moins illustre par son savoir & par son génie, que
par

par l'élévation de son rang. Après quoi, je ferai des recherches sur les Nations, qui ont eu le plus de dévotion pour cette Déesse, & sur les lieux, où on lui a rendu le culte le plus solennel.

Tacite, qui écrivoit ce Livre l'an 98. de N. S. s'exprime ainsi au Chap. XL. " Les Lombards au contraire sont en admiration par leur petit nombre, de ce qu'environnés de plus puissantes Nations, ils ne laissent pas de conserver leur liberté. Après viennent les Reudigniëns, Avions, Anglois, Ovarins, Eudoses, Suardons, Nuthons, qui sont remparés par des forets, ou par des fleuves. Ceux-là n'ont rien de particulier, sinon qu'ils adorent la Terre, comme notre Mère commune, qu'ils appellent *Hertbe*, & croient qu'elle se promene par le Monde, & qu'elle se mêle des affaires des hommes.

" Ils ont même une forêt, qui lui est consacrée dans une des Iles de l'Océan, où elle a un chariot couvert, que nul n'ose approcher que son Sacrificateur. Il observe le tems qu'elle y entre, & plein de respect accompagne son char traîné par deux genisses. Par tout où elle passe, on celebre sa venue avec des fêtes, & des réjouissances publiques. Il est défendu alors de faire la guerre, chacun resserre ses Armes, la paix & l'oïseté règnent partout. Après, le Sacrificateur la ramene dans son Temple, lassée de la conversation des hommes. Alors, & le chariot, & la couverture, & la Déesse même, si on les veut croire, se plongent dans un lac, où elle est lavée par des esclaves, que l'on noie incontinent. C'est ce qui engendre un saint respect de ces mystères, qu'on ne peut voir sans mourir. "

Voilà ce que dit Tacite; examinons ses paroles en détail. Il appelle la Déesse *Hertbum*, & traduit ce mot par *terram matrem*. Cela montre clairement que la leçon, qui suivant le témoignage de *Lipse*, se trouve dans quelques Exemplaires, & que portent aussi quelques Editions, où on lit *Nertbum*, ou *Vertbum*, est une leçon corrompue; car ces mots n'ont jamais signifié, en aucun endroit de la Germanie, la Terre. La vraie & authentique leçon est donc *Hertbum*, ou plutôt *Erdamm*. *Erd* est le nom vulgaire de la Terre en Allemand,

* Voy. Rud-
beck Atlant. P.
II. Cap. 6. p.
179.

Allemand, *Aerde* en Hollandois, *Earth* en Anglois, & chez les Peuples Septentrionaux, *Arda*, *Jorda*, *Arta* &c. * Tous ces mots viennent sans doute de la source auguste des langues, de l'Hebreu, où la Terre se nomme *ארץ*, en Chaldéen *אר*. Le Grec *ἔρα*, en y mettant la lettre initiale *T*. fait le Latin *Tera*, ou *Terra*, qui pourroit aussi venir du Celtique *tir* & *dear*; † tout cela, par le changement du

† Voy.
Wachter's
Glossarium.

Hebreu en *n*, qui a lieu fort fréquemment. Les dénominations d'*Erta*, *Arda*, *Terra*, *אר*, viennent de la situation inférieure & basse, qu'elle occupe par rapport au Ciel, que sa hauteur a fait nommer *אש*; ou plutôt, les lieux bas ont dérivé leur nom de la Terre, & le mot Arabe vient de l'Hebreu, comme du Latin *bumus*, viennent *bumilis*, & *bumilitas*. On peut consulter le Chap. 39. des *Inscriptions de Reinesius*, où cet Auteur cherche encore d'autres Etymologies de *Hertba*. Je ne m'opposerai point au sentiment de ceux qui, dans Tacite même, préfèrent de lire *Hertbam* avec une aspiration, rien n'étant plus fréquent que l'addition, & la soustraction de la Lettre H, même chez les Nations de la Germanie, comme l'ont remarqué *Wachter*, & *Keyser* dans ses *Antiq. Septentr.* C'est ainsi qu'on dit: *Elfenöbr* & *Helfenöbr*, *Ertesbourg* & *Hertesbourg* &c. Les Glossaires ont *Herd* au lieu d'*Erd*, suivant la remarque de *Boxhorn* sur cet endroit. Aujourd'hui un foyer s'appelle en langue vulgaire Allemande *Herd* avec l'aspiration, quoique ce nom lui vienne de ce qu'il est fait de terre, ou, si vous l'aimez mieux, de ce qu'il est l'image & le symbole de la Terre, ou de Vesta, car ces deux noms sont synonymes. Je crois que le *Hertbum* de Tacite est corrompu de *Herdam* ou *Erdam*; les Copistes faisant souvent la faute de changer l'A en U, comme le savent les Critiques, & comme l'a prouvé, il n'y a pas longtemps, un des plus illustres d'entr'eux,

* Ad Lib.
XLI. c. 9. P.
110.

M. *Drakemborch*, dans ses Notes sur T. Live. * Mais une erreur commune dont je m'étonne, c'est que de très sçavans hommes aient regardé les deux dernières Lettres de *Hertbum*, comme la terminaison de ce que les Grammairiens appellent *Déclinaison*, puis qu'il paroît clairement que c'est un mot, comme le sont ordinairement les mots Allemands, indéclinable, surtout au quatrième cas. Ainsi *Erdamm*,
suivant

suivant un usage très fréquent de la Langue Allemande, est un mot composé de deux autres; & Tacite l'a rendu avec la dernière exactitude, non par le seul terme de *Mère*, mais par celui de *Terre Mère*. Telle est en effet la force du mot *Erdamm*, qui est composé de ceux d'*Erde*, & d'*Amme*, qui veut dire *Mère*. Le plus ancien mot Allemand, qui signifie *Mère*, est *Amme*, qui se conserve encore aujourd'hui en *Säug-Amme*, *Mère nourrice*, d'autant plus que chez ces Germains, la *Mère* & la *Nourrice* étoient toujours la même personne, au rapport de Tacite, Ch. XX. Le même mot existe encore dans *Heb-Amme*, Sage-femme, à la place duquel on dit à présent, *Webe-Mutter*. C'est dans l'Hebreu qu'il faut aussi chercher la première origine de ce nom. Les anciens Hebreux, qu'on peut appeler les Patriarches des langues, ont exprimé *Mère* par מִתָּה, & ont appelé le *Nourricier*, qui fait l'office de Père יָמָה. Les Chaldéens & les Syriens disent אִמָּה, d'où vient אִמָּה *Amma*, une *Ville Métropole*, *Mère des autres Villes*. *Amma* autrement signifie aussi *Mère*, & *Amman*, un *Gouverneur*. * C'est ce qui fait qu'*Hesychius*, le plus docte des Grammairiens, expose αμμή par ἡ τροφὸς καὶ ἡ μήτηρ, & l'Auteur du grand *Etymologicon*, ad h. v. ajoute que c'est un terme de mignardise. De là, *Ammia*, une *Tante*, soeur de la *Mère*. En mettant une *m* à la tête de ce mot, on en a fait *Mamma*, que les François prononcent *Mama*, *Mère*, comme de l'Hebreu אִמָּה, & du Syriaque אִמָּה, en mettant un *p* à la tête, on a fait *Papa*, pere. Les anciens Grecs nommoient de même une *Nourrice*, μᾶσος, & les Latins une *Mère*, *Mamma*; sur quoi l'on peut consulter les Scholiastes & les Interpretes de *Callimaque*, sur le v. 98. de l'*Hymne à Cérés*. De là vient aussi que *Diane*, ou la *Terre*, est l'image d'une bonne *Mère*; & d'une *Nourrice* commune, & qu'elle est dite *Multi-mammia*. Le mot Allemand *Mutter* est plus récent; il dérive de μήτηρ, en Dorien μάτηρ, en Latin, *Mater*, d'où vient le Persan *Matber*. C'est donc avec beaucoup d'exactitude que Tacite rend par *Terra Mater*, le nom Germain de la Déesse.

* Voy. des
Cange Gloss.
Lat. & Græc.
ad h. v.

C'est sous le même nom d'*Amma*, que d'autres Nations ont adoré *Rhea*, qui étoit la même Divinité que la *Terre*, comme cela se

prouve par *Hesychius*, qui interprete Παῖς par $\alpha\mu\mu\alpha$. En général, il n'y a rien de plus fréquent dans les Antiquités des Nations, que le nom de *Mère* donné à la Terre. On trouve plusieurs Inscriptions lapidaires, qui portent TERRA MATER dans *Gruter*, & dans *Ra-*

*AdColumn. *phael Fabretti*, qui rapporte même celle-ci; * DEAE. SANCTIS-
Traj. Cap. 8. SIMAE. TERRAE. MATRI. On trouve dans *Reinesius* p. 64.
p. 236. SUMMA PARENS, & le Poète *Lucrece* dit OMNIPARENS. † En
† L. V. v. 260

Grec, *Rhea* est appelée ΜΗΤΗΡ ΠΑΝΤΩΝ dans *Gruter*, & ΠΑΜΜΗΤΗΡ dans une Inscription rapportée par *Reinesius*, p. 83. Le nom de Δημήτηρ que porte *Cérès*, ou la Terre, étoit ancienne-

*Liv. I. p. 16. ment Γημήτηρ, comme le temoigne *Diodore de Sicile*; * ce qui est précisément la même composition que celle du mot Allemand *Erdamme*. Et c'est avec raison que les premiers hommes ont regardé comme leur Mère, une Terre qui étoit le lieu de leur domicile la source de leurs alimens, & le siege de leur sépulture. (*) C'est de là que viennent les expressions de cette magnifique Inscription, fournie par *Gruter* f. 636. 12. où en parlant de la Terre à l'égard d'un mort, il est dit, MATER GENUIT, MATER RECEPIT. *Lucrece*, dans l'endroit cité, tient le même langage.

Omni parens eadem rerum commune sepulcrum.

On ne doit donc pas s'étonner que la plupart des Nations aient attribué à la Terre une Divinité, & se soient consacrées à son culte

† Ad Oper. presque d'un commun accord. On trouve dans le P. *Sirmond* †
Theod. Aurel. Inscription DEAE TELLURI. *Plutarque* enseigne, que non seu-
p. 298- lement la Terre a quelque chose de Divin, mais qu'elle a été regardée comme une Déesse. (**) *Platon* dit, que la Terre est la plus an-

* L. III. p. 75. cienne des Divinités, (***) comme le rapporte *Diogene Laërce*; * & *Mena-*

(*) Hec enim nos nascentes excipit, natos alit, semelque editos sustinet semper, novissime complexa gremio, jam a reliqua natura abdicatos, tum maxime ut Mater operiens
Plin. Hist. nat. L. II. c. 63.

(**) Τὴν δὲ γῆν ὁ μόνον Θεῖον, ἀλλὰ καὶ Θεὸν ὑπολαμβάνουσιν
L. VI. Sympot. p. 685.

(***) Τὴν δὲ πρεσβυτάτην εἶναι τῶν ἐν ἕρανῳ Θεῶν. In *Timæo*. p. 330.

Ménage * sur cet endroit y joint divers autres témoignages, & en- * p. 164.
tr'autres ce vers d'Homere.

Ὀκεανὸν τε Θεῶν γένεσιν καὶ μετέρα Τηθύϊ,

laquelle *Tetbys* est, suivant *Eustathe*, la Terre. Les anciens habitans de l'Atlantide, alleguoient ce même passage d'Homere en leur faveur, se glorifiant que les Dieux avoient pris naissance chez eux, comme le témoigne *Diodore de Sicile*. † *Olaus Rudbeck* n'a pas négligé cette autorité pour appuyer son sentiment, & faire honneur à ses peuples Septentrionaux; & en particulier il a déduit ingénieusement, suivant sa coutume, le nom de *Tetbys*, donné à la Terre, des mots Grec *τιθή* nourrice, & *τιθῆς*, mammelle, qui ont été pris dans le même sens chez les Gots, & *tit* signifie aussi *mammelle* en Allemand. De la sorte *Tetbys* seroit aussi la Terre, mère & nourrice, *Erdamme*. Il en faut dire autant de *Titea*, femme d'*Uranus*, qui a été ensuite nommée Terre & Mère. *Diodore de Sicile* dit, que la Terre est célébrée, comme la MERE DES DIEUX ET DES HOMMES. * C'est en suivant la même idée que *Stace* † s'ecrie;

— O *Hominum Divumque aeterna creatrix!*

Cela donneroit une merveilleuse force au sentiment du célèbre *Jurieu*, qui par *בְּרֵא בְּרֵא* entend la Terre Déesse creatrice. * Mais la conjecture n'est pas exemte d'incertitude & de doute. L'idée en question de regarder la Terre comme Mère, & de lui rendre un culte en cette qualité, étoit particuliere aux Germains, qui dans leurs chants rapportoient l'origine de leur Nation à *Tvisston*, enfant de la terre, au rapport de notre *Tacite*, Ch. 2. où il appelle aussi les Germains *indigenas*, en Grec *αὐτόχθονες*, ayant la Terre pour Mère, & au Ch. 39. il fait entrer la Terre, *bumum*, dans l'extraction de ces peuples, *initia gentis*. *Olaus Rudbeck* a exposé assez au long ce culte de la Terre, dans le Chap. de ses *Atlantiques*, intitulé *Geolatria*. † *Mr. Schütze*, que ses talens ont fait recevoir, il n'y a pas longtems, au nombre des Membres externes de cette Academie, a aussi traité le même sujet avec succès, dans un Mémoire qu'il nous a fourni. Il

† L. III. Hist. p. 224. de la dern. Edit.

* L. III. c. 57.
& L. V. c. 66.
† *Thebaid.* L. VIII. v. 303.

* Hist. des Dogm. & des Cult. P. IV. c. 2.

† Part. II c. 6. tout entier.

me paroît donc superflu de m'arrêter à un sujet, sur lequel d'autres m'ont déjà prévenu.

Mais ce qui mérite d'être remarqué, c'est ce que Tacite dit, que les peuples en question rendoient en commun leur culte à la Terre. Voici ses propres termes. *Nec quicquam notabile in illis, NISI QUOD IN COMMUNE Hertam, id est, terram matrem COLANT.* En effet les Nations, qui tiroient leur extraction d'une même tige, avoient coutume de rendre un culte solennel, dans un lieu commun, aux Dieux qu'ils regardoient comme les Auteurs de leur race, aux Dieux de la Patrie, & aux Penates. Ils se proposoient par là, non seulement de rendre témoignage à leur origine commune, & à leur parentage, mais encore de former une société des plus étroites, de la serrer par des liens sacrés, & de la transmettre ainsi à la postérité la plus reculée. On trouve plusieurs semblables Cérémonies sacrées très célèbres, qui étoient communes à diverses Nations, & que les Auteurs rapportent, ou qui sont indiquées, soit dans les Inscriptions, soit dans les Médailles, qui portent le mot *τὸ κοινὸν*, commun. L'illustre *Spanheim* a fourni plusieurs de ces Médailles, dans son immortel Ouvrage, de *præstantia & usu Numismatum*, auquel on peut

* *Numism.*
Gr. p. 337.
† p. 75.
joindre M. *Vaillant* * & le P. *Hardouin*. † Rien n'étoit plus fameux autrefois que le *Panionion*, Temple où les Villes qui tiroient leur origine des Ioniens, venoient rendre un culte annuel, pour témoigner la communauté de leur race, de leur Religion, & de leurs inté-

* *Herodot.* rets. * Notre *Tacite*, en parlant plus bas des Semnons, dit la même chose d'eux en termes exprés. (*) En général, chez les Germains, les *Dieux communs* servoient beaucoup à entretenir l'amitié

† *Hist.* L. IV. & les Alliances, au rapport du même *Tacite*. †
c. 64.

Cette Déesse, dit-il, se promenoit parmi le Monde, & se mêloit des affaires des hommes. Le mot *intervenire* dont il se sert ici, signifie proprement, survenir à l'improviste, sans doute du fond de son bois sacré, *ex casto nemore*, qui étoit son séjour ordinaire, & d'où elle venoit,

(*) *Fides antiquitatis religione firmetur. Stato tempore, in silvam auguriis patrum & prisca formidine sacram omnes ejusdem sanguinis populi legationibus coeunt.* Cap. XXXIX.

elle venoit, lorsque les hommes s'y attendoient le moins. *Cicéron* s'est servi plus d'une fois de ce mot dans le même sens. (*) *Apulée* l'a employé exprésément, pour désigner l'arrivée d'une Divinité. (**) C'est ainsi que les Grecs disent de leurs Dieux, ἐφιστάμαι, παρυστάμαι. Cela prouve aussi, que l'arrivée de la Déesse n'étoit jamais une visite inutile, mais qu'il s'agissoit toujours de quelque chose, qui demandoit sa présence & ses soins, ce qu'emportoient les termes ἐπιπάχεια & δούρασις. *Intervenire rebus hominum*, c'est les régler, les gouverner, fonction que Virgile attribue à Jupiter *

* L. I. *Æneid.*
v. 235.

— — *O qui res hominum Deūmque
Æternis regis imperiis.*

Et les Dieux avoient aussi coutume de se montrer tout à coup, & de secourir promptement, dans des cas où l'on n'espéroit rien de semblable. C'est ce que le mot *adesse* veut dire ici, & dans ces Vers d'Horace; †

† L. III. *Od.*
27, v. 66.

— — *Aderat querenti
Pervidum videns Venus.*

Tacite dit de même dans ses *Annales* L. 14. c. 35. *ADESSE TAMEN DEOS justæ vindictæ*, que les Dieux tirent une vengeance prompte & imprevüe.

Il est dit, que le Sacrificateur seul avoit connoissance de cette arrivée de la Déesse au milieu des Peuples. *Is adesse penetrati Deam intelligit*. Il est dit de plus, qu'elle étoit portée dans un char, *invehi*. Ce terme est fréquemment employé, pour désigner la marche des Déeses qui sont en voyage. *Ovide* s'en sert en parlant de *Cybele*, qui étoit aussi la *Terre*, *

* *Metam.*
L. IV. v. 538.

Perque leves domitis inveſta leonibus auras
& de *Venus*, †

† *Ibid.* v. 596.

Perque leves auras junctis inveſta columbis.

LII 3

Tacite

(*) Cum multi boni viri ex occulto intervenissent. — *Tuscul. Magni interest Ciceronis*
— — — me intervenire discenti. *Ep. ad Att. L. XIV.*

(**) Nullus Deus humanis rebus intervenit. De Deo Socrat. p. 672. Edit. in us. Delph.
Hinc est illa *Minerva Homerica*, quæ mediis coetibus *Græcorum* cōhibendo *Achilli* intervenit. *Ibid.* p. 682.

Tacite ajoute, que les cérémonies sacrées, en l'honneur de la Terre Mère, étoient célébrées dans une Ile, en vertu d'une coutume très ancienne des Nations, qui avoient principalement destiné les Iles à la demeure des Dieux, parce qu'elles sont plus à l'abri du commerce & de l'affluence des hommes; les eaux qui les environnent, servant également, & à les préserver des incursions des ennemis, & à en écarter le profane vulgaire. Il paroît cependant, qu'on avoit choisi des Iles qui ne fussent par trop distantes du Continent, afin que les adorateurs pussent s'y rendre plus commodément de toutes parts. * *L. II. c.* Telle étoit l'Ile de Chemnis, dont *Herodote* fait mention. * Celles dont le culte avoit le plus de réputation étoient, l'Ile de Samothrace, sur les côtes de Thrace, séjour des Dieux Cabires & de leurs mystères; celle de Samos sur les côtes d'Asie, consacrée à Junon; celle de Chypre, à Venus; celle de Delos, à Diane & à Apollon, & où il y avoit un Temple, & une esplanade de Foire, qui appartenoient à la Grèce en commun; l'Ile de Gades enfin, fameuse par le Temple de Saturne & d'Hercule. † Le Temple de la Diane d'Ephèse étoit aussi dans une Ile, formée par les embouchures du Rhodanus. * Esculape étant arrivé à Rome, choisit de propos délibéré l'Ile du Tibre pour son domicile;

* *L. II. c.*
156;

† *Strab. L.*
III. p. 257.
* *Idem. L.*
IV. p. 280.

— *Sedesque sibi circumspicit aptas.*

Scinditur in geminas partes circumfluit amnis,

INSULA NOMEN HABET: laterumque a parte duorum

Porrigit æquales media tellure lacertos.

HUC SE de Latia pinu Phœbeius anguis

Contulit. †

† *Ovid. Met.*
L. XV. v. 738.
& s.

Aussi *Suetone*, & d'autres Auteurs, ont-ils appelé cet endroit l'Ile d'Esculape.

La demeure de la Déesse *Erdamme*, suivant *Tacite*, étoit un bois sacré, *castum nemus*. Quelques Critiques voudroient mal à propos lire ici *vastum*, & d'autres, avec moins de raison encore, interprètent *castum* par *inviolable*, & entendent une forêt, où il étoit défendu de couper des arbres; ce qui est contre le tour & le génie de la Langue Latine. *Castum* veut dire *sacré, saint*, à cause du séjour de

de la Divinité, qu'on ne devoit fréquenter que dans un état chaste & saint, après s'être lavé les habits & le corps, & avoir accompli certaines cérémonies religieuses.

*Casti placent superis: pura cum veste venite. **

Cicéron dit de même; *adire caste ad Divos.* † Virgile a employé le mot de *castus*, pour signifier exempt de crime.

*Nulli fas casto sceleratum infistere limen. **

Et quand Horace appelle Enée *castus*, il veut dire saint. † Il faut encore entendre de la sorte l'expression d'Ovide, en parlant des eaux d'une fontaine;

*Desere, nec castas pollue, dixit, aquas. **

Claudien a dit aussi *flumen castum*, † d'un fleuve où les Nymphes habitoient; & Stace, de la source sacrée des Muses

Et bibendus

*CASTIOR AMNIS **

Cicéron parle d'une offrande qui n'étoit pas digne de la Divinité, & dit, *baud satis castum donum.* † Ce que Tibulle avoit appelée positivement *nemora sacra*, * il le nomme ailleurs *casta* & *sancta.* † Ajoutons enfin ce passage d'Horace *

Tu PARUM CASTIS inimica mittes

Fulmina lucis,

où Acron, ancien Scholiaste d'Horace, rend *parum castis* par *pollutis.*

Mais Tacite lui-même nous apprend, que *castum nemus* signifie la même chose que *sacrum* & *sanctum nemus*, lorsqu'il dit au Chap. IX. du même Ouvrage, en parlant des Germains; *NEMORA* & *lucos* *CONSECRANT*, & ailleurs † il dit des Ephésiens, *Deorumque monitu SACRATUM NEMUS.* Il parle dans divers autres endroits d'autres bois sacrés, de celui des Bataves, * de la forêt des Germains, consacrée à Hercule, au delà du Weser, † & de celle des Semnons. * Enfin, dans le même passage que nous examinons, il appelle plus bas ce *castum nemus*, un *Temple*; ce qui confirme pleinement le sens que nous attribuons au mot *castum.*

* Tibul. L. II.

Eleg. 1. v. 13.

† De Legib.

L. II. 19. c. 10.

* Aeneid. L.

VI. v. 563.

† Carm. Sac.

v. 42.

* Fast. L. II.

v. 174.

† Conf. Stili.

v. 260.

* Silv. IV.

v. 12.

† De Legib.

L. II. c. 45.

* L. III. Eleg.

3. v. 15.

† L. I. Eleg.

5. v. 99.

* L. I. Od.

12. v. 59.

* Annal. L.

III. c. 61.

* Hist. L.

IV. c. 14.

† Annal. L.

II. c. 13.

* De mor.

Germ. c. 39.

Or rien n'est plus connu que la coutume des Germains de consacrer des bois, des forêts & des bocages aux Divinités. *Olaus Rudbeck, Keyser, & d'autres* qui ont écrit des Druides, ont traité ce sujet avec tant d'étendue que ce seroit perdre le tems que d'y rien ajouter. Il paroît même par l'Ecriture Sainte, que dès les tems les plus reculés, les bois étoient consacrés aux Idoles, & l'on peut conjecturer avec fondement, que les premiers hommes ont regardé les bois comme des lieux agréables à la Divinité, parce que le Paradis, le plus délicieux de tous les bocages, avoit été l'ouvrage de la Divinité même, & que, suivant la tradition la plus reculée, elle y avoit placé les premiers Auteurs du genre humain.

Passons à l'appareil qui accompagnoit l'arrivée de la Déesse. Tacite continuant son récit, dit qu'elle a dans ce bois un chariot couvert, qui lui est consacré. L'Auteur d'un Livre, où il y a d'ailleurs bien du savoir; c'est la *Religion des Gaulois tirée des plus pures sources de l'Antiquité*, * prétend que la Déesse elle-même étoit adorée sous la figure d'un char couvert d'un tapis, & il attribue par une erreur palpable cette idée à Tacite, quoique cet Auteur ne dise point que la Déesse étoit couverte, mais simplement, que le Char l'étoit; distinguant même positivement la Déesse du Char, lorsqu'il dit un peu plus bas: *Alors & le char, & la couverture, & la Déesse même, si on les veut croire, se plongent dans un lac, &c.* Le même Savant veut, que la Déesse ait été portée sur deux genisses, & que ce lac ait été son Temple, contre le texte formel de Tacite, qu'il a placé en partie sous le sien. Ce Char, que les Grecs nommoient *ἀνθήρη*, & les Latins plus fréquemment *carpentum* & *thensa*, termes que le Grammairien *Dionysius* expose par *Deorum vehiculum*; ce Char, dis-je, étoit à deux roues, & on le donnoit aux Déeses par honneur dans les pompes & les solennités. On en trouve non seulement une mention très fréquente dans les Auteurs, mais il est aussi représenté sur un grand nombre de Médailles, qui ont été expliquées avec tant d'étendue par les Commentateurs de Suetone sur le chap. 76. de César, par Mr. de *Spanheim* sur Calimaque, & par Mr. *Cuper* dans son *Harpocrate*, que je ne puis rien y ajouter. La couverture du Char étoit aussi une mar-

que

* Part. I.
p. 112.

que d'honneur; car, au rapport de Tacite lui-même, * chez les Bar- * *Annal. I.*
bares les femmes de la plus grande distinction, & surtout celles de XII. c. 47
condition Royale, étoient *renfermées dans des chars couverts, conctis*
vebiculis abdi. Le Char consacré à la Déesse *Erdamme* étoit aussi
couvert d'un tapis, d'un linceul, ou d'un cuir, afin que l'Image, ou
le symbole de la Divinité, ne fut point apperçu par des yeux profa-
nes; car pourquoi auroit-on couvert un Char vuide, & pourquoi
n'auroit-il été permis qu'au seul Sacrificateur d'y toucher? En effet
les figures, ou symboles des Dieux, étoient ordinairement voilées &
couvertes; & le lieu où elles étoient placées, passoit pour le Sanctuaire
le plus religieux. Clément d'Alexandrie nous l'apprend par l'exem-
ple des Egyptiens, dont il dit *qu'ils cachoient leurs sanctuaires avec des*
voiles tissés d'or. (*) Chez les Eléens, le Sacrificateur ne s'approchoit
du simulacre de la Déesse, que la tête & la face voilée. †

Il y avoit de plus une raison particulière de couvrir la Déesse *† Pausan.*
de la Terre, & son Char; c'est que la Divinité passoit effectivement *Elia. C. XX.*
pour cachée & occulte, de sorte que l'Esprit Prophetique en sortoit *P. 501.*
par voye d'exhalaison. * L'Oracle de Delphes étoit anciennement * *Voy. Plin.*
celui de la Déesse de la Terre, & le souffle de l'inspiration y sortoit *H. N. L. II.*
d'un antre. † Dans Macrobe, *Cornelius Labeo* assure qu'on peut *c. 93.*
prouver par les cérémonies secrètes du culte de la Bonne Déesse, & *† Plutarch. de*
de celui de la Terre, que c'est la même Divinité. * *Pythia Orac.*
P. 492.

En général, toutes les fois qu'on produisoit en public les simu- ** Saturnal.*
lacs des Divinités, ils étoient voilés & couverts, de peur qu'une *L. I. C. 17.*
aussi grande Majesté, paroissant aux yeux de tout le monde, ne fût
souillée par des regards profanes. C'est ce que Mr. de *Spanheim*
a développé avec son exactitude ordinaire, dans ses notes sur
Callimaque. † De là venoit la défense à tout autre qu'aux Sacrifica- *† P. 721 & 588.*
teurs, d'y jeter les yeux. * Cet usage de voiler la Déesse pouvoit ** Pausan.*
encore venir d'une ancienne opinion de la Nation, qui croyoit que *Achai. c. 24.*
la Divinité ne pouvoit être connue que par l'esprit, & qu'elle étoit *P. 584.*
inaccessible aux yeux & à tous les autres sens; opinion que Tacite

attribuë aux Germains, au Chap. IX. du même Ouvrage. Elle étoit commune aux Nations les plus anciennes, & ils l'avoient reçue des Juifs, comme le remarque *Strabon*.

Tacite ajoute, que le Char lui-même étoit d'une sainteté, qui n'en permettoit l'attouchement qu'au seul Sacrificateur: *Attingere uni sacerdoti concessum*. C'est que ce Char tenoit lieu de Sanctuaire, & que l'entrée des Sanctuaires n'appartenoit qu'aux Sacrificateurs; celle même du Sanctuaire d'Isis Thothorée étoit entièrement interdite, à moins que la Déesse n'en avertit en songe celui auquel elle vouloit accorder cet honneur. C'est ainsi encore que les Dieux des Enfers, *οἱ νυκταχθόνιοι*, auxquels on rendoit un culte dans les Villes situées sur le Meandre, ne laissoient entrer dans leur Sanctuaire, que ceux

* *Pausan.* auxquels ils en avoient donné l'ordre pendant le sommeil. * Chez les *Phoc.* p. 880. Etrusques, le simulacre de Junon ne pouvoit être touché que par le Sacrificateur; & Tite Live rapporte (*) à cette occasion les cérémonies qui furent pratiquées après la prise de Veies, pour le transporter à Rome. Les Etrusques semblent avoir reçu cette coutume, comme beaucoup d'autres, de l'Orient, & même des Hebreux; chez lesquels, toutes les fois qu'il s'agissoit de transporter l'Arche de l'Alliance d'un lieu dans l'autre, on commençoit par la couvrir; & personne n'avoit droit de le faire, non plus que de la toucher, excepté Aaron & ses descendants, auxquels Dieu avoit commis ce soin par un ordre exprés. † Tacite appelle donc ce char *penetrale*, à cause

† Nomb. du symbole de la Déesse, & parce qu'il étoit connu de tout le monde que les Sanctuaires, *penetratia* & *adyta*, n'étoient accessibles qu'aux

* *Pausan.* Sacrificateurs. * Ce Char étant dans le même cas, pouvoit par conséquent porter le même nom.

Phocic. p. 880.
673.

Le tems du départ & du voyage de la Déesse, n'étoit connu non plus que du Sacrificateur, chez les Germains. *Is adesse penetrati Deam intelligit*. Tacite donne à ce Char couvert le nom de *penetrale*, parce qu'il rendoit la même office, que ces retraites profondes & sacrées,

où

(*) *Delecti ex omni exercitu juvenes, pure latis manibus, candida veste, quibus deportanda Romam Regina Juno assignata erat, venerabundi templum iniere: primo religiose admoventes manus; quod id signum, more Etrusco, nisi certa gentis Sacerdos avertitare non esset solitus.* Livius. L. V. c. 21.

où l'on avoit coûtume de renfermer les Dieux des autres Nations, ceux des Grecs & des Romains; * d'où venoient les noms de *Dii Penates* & *Penetrales*, (*) en Grec Θεοὶ μυχίοι. Les Glossaires rendent aussi μυχός, par *penetrable*. Concluons donc encore une fois, que c'est à bon droit que Tacite nomme *penetrable*, ce Char couvert, qu'il étoit permis au seul Sacrificateur de toucher.

Ce Sacrificateur s'apercevoit de l'arrivée de la Déesse, soit par une opération Divine sur son ame, comme il s'en vantoit, soit par des signes, & des preuves externes, de cette présence Divine, ἐπισημίας καὶ ἐπιφανείας. *Jamblique* † & *Proclus* * ont enseigné fort au long, comment l'Ame peut être instruite de la présence des Dieux, par une lumière celeste & divine, qui survient en elle. Les Sacrificateurs surtout, comme très experts dans les choses Divines, étoient censés savoir toujours à point nommé les résolutions des Dieux, par rapport à leurs voyages, & en qualité de Ministres & d'Interpretes, ils les communiquoient aux hommes. *Lucain* dit en parlant des Druides, †

*Solis NOSSE DEOS & coeli numina vobis,
Aut solis nescire datunt.*

† Lib. I. v.
452.

On peut voir la haute idée que les Germains avoient des Sacrificateurs, & même des Prêtresses, par ce que Tacite dit au Chap. VIII. de *Velleda*, qui passoit pour une Divinité, & de quelques autres femmes. Dans Virgile, *Helenus*, Pretre d'Apollon, est représenté comme instruit des desseins de ce Dieu, & Enée lui dit, *

*Trojugena, INTERPRES DIVUM, qui numina Phoebi,
Qui tripodas, Clavii lauros, qui sidera sentis.*

* L. III. v. 359

Les marques & les preuves externes de l'arrivée des Dieux, consistoient dans un ébranlement de la Terre & du Temple, & dans une lumière éclatante, qui se répandoit de toutes parts. Virgile parlant de l'arrivée d'Hecate, Déesse qui est la même que la Terre, † dit;

*Ecce autem primi sub lumina Solis & ortus,
Sub pedibus mugire solum, & juga coepta moveri
Silvarum.*

† L. VI. v.
255.

Mmm 2

Claudien

(*) *Penetrales Germania Deos.* Tacit. Annal. L. II. c. 10.

* *De raptu Proserp.* L. I. v. 7. Voy. le Comment. de Barthins. Claudien décrit à peu près les mêmes circonstances, dans ces vers; *

*Jam mihi cernuntur trepidis delubra moveri
Sedibus, & claram dispergere culmina lucem,
Adventum testata Dei.*

† *Metam.* L. Voici ce qu'Ovide dit d'Isis; †
IX, v. 780.

*Visa Dea est movisse suas, & moverat aras,
Et templi tremuere fores, imitataque Lunam
Cornua fulserunt.*

Mais c'est surtout à la Déesse de la Terre, qu'on attribuoit de se manifester par des tremblemens de terre, & dès qu'ils se faisoient ressentir, on cherchoit à l'appaiser. C'étoit donc par l'ébranlement du Char & de la terre, que le Sacrificateur s'apercevoit de l'arrivée de la Déesse, ou plutôt qu'il feignoit de s'en apercevoir, par un artifice semblable à tant d'autres, que cette engeance trompeuse mettoit en oeuvre, pour supposer des Oracles, & des ordres célestes.

Au Char de la Déesse étoient attelées des Vaches, ou genisses, *boves foeminae*, suivant le rapport de Tacite; & cela, parce que c'étoit une Divinité du sexe féminin; différence qu'on observoit aussi dans les sacrifices. On immoloit des Vaches à Junon, & à Latone. * Chez les Egyptiens, les Vaches étoient consacrées à Isis, Déesse qui étoit la même que la Terre, & qu'on disoit avoir été changée elle même en Vache; & ces animaux étoient en très grande vénération, comme le témoignent Herodote, Plutarque & Porphyre. On trouve dans les Auteurs, des Vaches attelées au Char de la Lune, & on en voit sur les Médailles. † Ce n'étoit pas sans cause que les Germains avoient adopté cet usage; d'autant plus que les Vaches étoient en même tems un emblème de la fécondité & de la fertilité de la Terre.

C'est sous cette idée qu'elles paroissent déjà, dans ce songe si ancien de Pharaon. * Apulée leur attribue le même usage, dans la Pompe d'Isis. (*) Enfin Oswald Roi de Norwege avoit une Vache pour Divinité tutélaire, & lui rendoit un culte très religieux, comme le rapporte *Snorro-Sturleson*, dans son Histoire d'Olaus Teygeson, Roi de Norwege. †

Il ne

(*) *Erat ea bos omnipotentis Dea foecundum foeminarum.* Apul. *Metam.* L. II. p. 372.

Il ne faut pas passer légèrement sur la remarque que fait Tacite, au sujet de la manière dont le Sacrificateur accompagnoit le char; *vestam Deam multa cum veneratione PROSEQUIITUR*. Le mot *prosequi*, veut dire accompagner & suivre une personne qu'on honore. C'est ainsi que Tacite dit ailleurs; * *Nero prosequitur matrem abeuntem*. Ou en peut trouver plusieurs autres exemples dans les notes de Bentley sur Horace. † Le Sacrificateur suivoit donc, sans se mêler de rien, car il ne tenoit point les rênes, & ne soutenoit point le Char; la Déesse étoit censée diriger tout, & le Sacrificateur adorant son pouvoir, régloit ses pas sur la marche du Char. On auroit en effet cru indigne de la Majesté d'une Déesse, de se laisser mener au gré des hommes, & de confier au Sacrificateur le soin de conduire les animaux, & de prescrire la route à celle dont le pouvoir suprême suffisoit pour gouverner tout, & pour ouvrir toutes les routes. Les Vaches, mues par une impulsion divine, alloient droit par le chemin que leur montrait la Déesse, & c'est ce que Tacite veut exprimer par ces paroles; mais au fonds, c'étoit le Sacrificateur qui, par le mouvement, ou l'ombre de quelque verge, excitoit & gouvernoit ces animaux. Cette espèce de singe de la Divinité vouloit sans doute imiter le fait rapporté 1. Sam. VI. des Vaches attelées au Char, qui portoit l'Arche de Dieu, & qui marchaient sans guide, droit au territoire des Israélites, d'une manière qui ne permit pas aux Philistins de méconnoître une direction Divine. Hammon, ce Dieu si connu, étoit porté solennellement par des Sacrificateurs, dans un Vaisseau d'or, auquel il donnoit lui-même la direction vers le lieu où il faisoit aller, comme le rapporte Diodore de Sicile. (*)

Il n'étoit pas possible qu'une Déesse, dont l'arrivée étoit marquée par un si grand miracle, ne fut reçue avec un profond respect, & adorée du culte le plus religieux, par les Germains. Ce n'étoit alors que joye & fêtes. *Lati tunc dies*, continue Tacite, *sesta loca quacunque ADVENTU hospitioque dignatur*. *Adventus*, c'est, comme

M m m 3

me

(*) ἔτοι δὲ ἐπὶ τῶν ὤμων φέροντες τὸν Θεὸν προάγουν αυτομάτως, ἕκαστος αὐτῶν ἄγει τὸ τῷ Θεῷ νεῦμα. L. XVII. c. 50. p. 199.

me nous l'avons déjà remarqué, ce que les Grecs nomment *ἐπιδήμια*, terme consacré dans le cas dont il s'agit.

Les Payens étoient dans l'opinion, que les Dieux entreprennoient des voyages, & alloient d'une Nation chez une autre. Virgile le dit expressément d'Apollon, * & Homere de Jupiter, dans un passage fort connu. Ils racontotent même, que ces Dieux revêtus d'une figure humaine, conversoient avec les hommes, & logeoient chez eux. Les Poëtes en fournissent plusieurs exemples. En voici quelques uns. Le premier est renfermé dans ces vers d'Homere; †

* Æneid. L.
IV. v. 143.

† Odyss. P.
v. 485.

Καίτε Θεοὶ ξείνοισιν εἰκότες ἀλλοδαποῖσι

Παντοῖοι τελέθοντες ἐπιγρῶσι πόλυσας.

Les Dieux, semblables à des Etrangers, & sous diverses figures, parcourent les Villes. Ovide fait parler ainsi Jupiter. *

* Metam.
L. I. v. 212.

— — *Summo delabor Olympo*

Et Deus humana lustrō sub imagine terras.

Le même Poëte rapporte, que les Dieux Jupiter, Neptune & Mercure, vinrent comme hôtes chez Hyrieus. † Pausanias dit, que les anciens hommes, qui étoient justes & pieux, avoient quelquefois le bonheur d'être les hôtes des Dieux, & de les recevoir à leur table, *ξένοι καὶ*

* Arcad. C.
2. p. 600.

ὁμοτραπέζιοι Θεοῖς. *
Quand donc les Dieux accorderoient cette insigne faveur aux hommes, on instituait des Fêtes, on faisoit des Danses, tout rétentissoit d'hymnes & de chants de joye. Mr. *Antoine François Gori*, dans son magnifique *Museum Etruscum*, Tab. 162. 164. fournit la représentation d'une semblable pompe, célébrée par un peuple transporte de joye pour l'arrivée d'une Divinité. La figure est d'après un Vase très ancien, sur lequel est une Fête à l'honneur de l'arrivée de Jupiter; & le sçavant Antiquaire remarque fort bien, que c'est des Egyptiens que cette coutume étoit empruntée; mais comme il ne rapporte pas des témoignages suffisans pour le prouver, je vais remédier à ce défaut.

† Lib. III.
C. 27.

Et d'abord, Herodote nous apprend † avec quelle joye les Egyptiens célébroient l'arrivée de leur Dieu Apis; en quoi les Israélites

lites voulurent malheureusement les imiter, lorsqu'ils firent le Veau d'or. * La Theophanie, Θεοφάνεια, étoit une fête qu'on célébroit * Exod. à Delphes pour l'arrivée d'Apollon. Herodote en fait aussi men- XXXII, tion. † Quand Esculape arriva à Rome, un concours de peuple vint † L. I. c. 51. avec acclamation au devant de lui;

— — *Obvia turba ruit*

Lætoque Deum clamore salutant. *

* Ovid. Me-

Chez les Grecs, on recevoit les Dieux par des Hymnes & des Danfes, ^{tam. L. XV.} comme Mr. de Spanheim l'a fait voir avec toute la profusion de son ^{v. 730.} savoir, † & en montrant en même tems que cet usage étoit emprunté † Ad Callim. des Juifs, par l'exemple de Salomon, qui, lorsqu'il fit la Dédicace du ^{p. 57. 312 & 313.} Temple de l'Eternel, reçut le symbole de la présence Divine avec des hymnes & des victimes. Ce grand homme auroit pu remonter plus haut, & alleguer la pompe avec laquelle David reçut l'Arche de l'Alliance, les Danfes & les Chants dont il l'accompagna; ou même, aller jusqu'au tems des Juges, lorsque les Juifs reconduisirent chez eux, avec de si grandes demonstrations de joye, l'Arche de l'Alliance qui avoit séjourné dans le Camp des Philistins. *

* 1 Sam. IV.

A l'arrivée de la Divinité, toutes les haines, les discordes & les guerres devoient cesser. C'est aussi ce que Tacite dit des Germains: *non bella incunt, non arma suiunt. Clausum omne ferrum, pax & quies tunc tantum amata.* Comment en effet, en présence de leur Déesse, des hommes auroient-ils pu en venir aux mains, & commettre tous les excès qu'entraîne la guerre après soi? Mais surtout, à l'arrivée de la Déesse de la Terre, cette Mère commune, il étoit bien plus convenable que les hommes s'embrassassent fraternellement, & affermissent la paix & la concorde entr'eux par de nouveaux liens, afin de jouir avec plus d'agrément, & dans les douceurs d'une profonde paix, des présens de cette tendre Mère. Assurément la Terre étoit une Déesse propre à porter la paix; & c'étoit aussi la grande vuë que ces peuples se proposoient, lorsqu'ils se rendoient de toutes parts à la Fête annuelle: ils vouloient rétablir les Alliances, renouveler à la face des Dieux une Paix, qui avoit peut-être souffert quelques infractions,

stions, & rendre la concorde publique, *ὁμονομίαν*, appuyée sur des fondemens nouveaux & durables. C'est ce que témoignent les anciennes Médailles des Villes d'Asie, d'Ephese, de Smyrne, de Pergame; & Mr. de Spanheim en a rapporté * plusieurs très remarquables sur ce sujet. *Vaillant* † a donné un Catalogue entier de Villes ainsi unies, *ὁμονομία*. De là venoit l'ordre que donnoit le Heraut à haute voix, dans ces jours de Fête, de ne dire que des paroles de douceur, *bona verba*, & de bannir toute aigreur & toute querelle. A' * L. III. Od. quoi se rapporte ce passage d'Horace; *

14.

*Vos, o pueri & puella,
Jam virum expertæ, male nominatis
Parcite verbis. (*)*

† Part. I. c. 5. Rudbeek † dit aussi, que les Fêtes des Peuples Septentrionaux avoient pour principal but le maintien de la paix. En général, la Paix & les Alliances se traittoient ordinairement en présence des Dieux, dont la crainte & le culte étoient destinés à rendre la foi promise plus inviolable. Tacite en fournit divers exemples, (**) dont il y en a même qui sont pris des Germains. (***) En conséquence de ces principes, ou ratifioit les Alliances par des sermens, dans lesquels on faisoit intervenir plusieurs Divinités; & les Colomnes sur lesquelles étoient gravés les Articles des Traités, avoient coutume d'être consacrées dans les Temples. * Enfin les Dieux étoient regardés comme des vengeurs très severes de la violation des Alliances. (****)

* Voy. Edm. Chishull *Antiq. Afiat.* p. 172. 173. & les *Marm. Oxon.*

Les Dieux ne prenoient pas néanmoins un tel plaisir au commerce des hommes, & au séjour de la Terre, qu'oubliant leur Majesté, ils fixassent leur demeure ici bas; ils ne se prêtoient au contraire que pour un peu de tems aux besoins des mortels, après quoi ils re-

tour-

(*) Un ancien Scholiste fait là dessus cette remarque: *Ex festivitate Deorum seria indicbantur, & abstinabatur a litibus jurgisque.*

(**) Rhadamistus Mithridatem in lucum propinquum trahit, provisum illis sacrificium imperatum dictitans, ut DIIS TESTIBUS pax firmaretur. *Annal. L. XII. c. 47.*

(***) Agrippinenses cum ceteris Germanis apud Velledam pacta sanciri volebant; *Hist. IV. 65.*

(****) Adierit Jupiter ipse foederum a vobis violatorum testis. *Livius. L. VIII. c. 7. & Lib. X. c. 29. Deos immortales adesse propter toties petita foedera, toties rupta.*

tournoient bientôt dans leur véritable domicile. C'est ce que Tacite dit pareillement de la Déesse *Erdamm*, en ces termes; *donec idem Sacerdos satiata conversatione mortalium Deam templo reddat.* Le Sacrificateur connoissoit ce rassasiement de la Déesse, par les mêmes voyes qui l'instruisoient de sa présence dans le char, & de son envie de converser avec les hommes; c'est à dire, qu'il suivoit sa propre fantaisie, lorsqu'il étoit rassasié lui-même de la solennité, & qu'il ne croyoit pas devoir laisser plus longtems la Divinité au milieu de l'affluence des hommes, soit afin d'empêcher que sa Majesté ne s'avilît par une trop longue communication avec les mortels, soit surtout pour prévenir la découverte de ses impostures. Il la ramenoit donc alors à son Temple.

Le mot de *Temple*, que Tacite emploie ici, cause de si fortes disputes parmi les Savans, qu'on voit bien que la Déesse en se retirant, a emmené la paix avec elle. Il s'agit de savoir, dans quel sens on peut attribuer des Temples aux Germains, puisque Tacite lui-même, & une foule d'autres Auteurs, déposent unanimement qu'ils avoient une aversion des plus fortes pour eux. Il sera pourtant aisé de remettre la paix où ces Critiques l'ont bannie, si l'on fait une attention plus exacte, & au sens du mot de *Temple*, & à celui du passage de Tacite. Par *Templum*, les Latins entendent non seulement, un edifice de pierre, ou de bois, construit à l'honneur de quelque Dieu, mais généralement, tout lieu consacré à une Divinité & à son culte religieux, n'eût-il d'ailleurs ni fondemens, ni murailles, ni toit. Les Romains appelloient *Templum*, un lieu quelconque consacré par un Augure, comme *Aulu-Gelle* * l'a expressément enseigné d'après *Varron*. * L. XIV. *Servius* en dit tout autant; (*) & Terence met des Temples dans le Ciel même. (**) Une Inscription rapportée dans *Muratori* † en place en Enfer; PLUTO ME RAPUIT AD INFERA TEMPLA. † T. III. p. 16. Ciceron a dit de même, *Acherontia Tempia*. * Le mot de *Templum* * Tuscul. L. I. c. 21.

(*) *Templum vocatur regio in coelo ab augure lituo designata*, Ad L. L. *Æneid.* v. 96.

(**) — qui templa coeli summa sonitu concutit
in Eunuch.

* Voy. *Perizon*, ad. *Eliaz*.
L. VI. c. 1.

est le même que le Grec *τέμενος*. * Tacite ayant enseigné au Chap. 9. du même Livre, que les Germains ne renferment point leurs Dieux dans des murailles, mais qu'ils leur consacrent pourtant des forêts & des bocages; il est de la dernière évidence qu'il entend ici par *Templum*, ce qu'il a appelé ci-dessus *castum nemus Dea*; & c'est dans le même sens qu'il dit ailleurs, *Taufume Templum*. Homere, Pindare, & d'autres Poëtes, en appelant *ἄλσος*, un *bois*, du nom de *ιερόν*, n'entendent pas simplement par là un lieu sacré, mais ils désignent un Temple proprement dit, tout comme ceux qui ne sont environnés d'aucune forêt, ou d'aucun bocage, ainsi que Strabon l'a déjà observé.

† L. IX. p. 432. & les notes de Casaubon.

† Eustathe sur Homere dit; *πάντα ἱερὰ ἄλσῃ λέγονται*. C'est donc à bon droit que Tacite attribue un Temple à la Déesse *Erdamm*, quoique sa demeure ne consistât que dans un bois sacré.

Ici le rideau se tire, la Déesse rentre dans son séjour ordinaire: mais Tacite rapporte encore les suites de sa conversation parmi les mortels. *Mox vehiculum, & vestes, & si credere velis, Numen ipsum secreto lacu*, (lac situé sans doute dans ce bocage,) *abluitur*. Cela suppose que la Déesse avoit contracté une espèce de souillure pendant son voyage, & par ses liaisons avec les hommes; à cause de quoi il falloit qu'elle se lavât dans cette fontaine sacrée, & qu'elle reprît ainsi son premier éclat.

Ce lac est appelé *secret*, c'est à dire, à l'écart, & tout à fait dans l'intérieur du bois sacré, dont le reste des hommes n'osoit approcher. Tacite prend en d'autres endroits ce terme dans le même sens. (*) Nous lisons, que les Lacs, aussi bien que les Fleuves, ont été honorés d'un culte religieux dès les tems les plus anciens. Mr. *Gori*

* *Mus. florent.* Part. II. p. 72.
† ubi. sup.
* *Pact.* I. p. 123.
† *In Not.*
ad h. l.

* a fait l'énumération des Lacs sacrés des Etrusques, *Kudbeck* † celle des Lacs sacrés des Orientaux, l'Auteur du Livre *de la Religion des Gaulois* * celle des Lacs sacrés des anciens Gaulois, & *Colerus* † d'après *Diebmar*, celle des Lacs sacrés des Germains.

C'est

(*) *Fortunatiora igitur nemora lucosque, sicut Orientis secretis, ubi thura balsamumque sudantur.* De mor. Germ. c. 45. Tacite semble même au ch. 9. prendre *secretum* pour *Saint*, lorsqu'il dit: *secretum illud quod sola reverentia vident.* &c.

C'est dans un semblable Lac que la Déesse *Erdamîn*, souillée en quelque sorte par le commerce des hommes, alloit se laver, conformément à cette coutume si célèbre des Payens, qui, après avoir promené avec la pompe la plus solennelle les simulacres de leurs Dieux sur des chars, ne manquoient point de les conduire à des Lacs, ou à des Fleuves, dans lesquels ils étoient lavés par des Vierges, par des Matrones, ou par des Prêtres. *Callimaque* a célébré cet usage dans un Hymne, auquel il a même donné le titre de *bain* (ἁπτρον) de Pallas, & sur lequel Mr. de *Spanheim* a donné des éclaircissemens très étendus. C'est par la même raison que la Mère des Dieux, le jour de sa Fête, après avoir été menée à travers Rome en grande pompe, étoit ensuite lavée dans le fleuve Almon, comme on peut le voir dans ce passage d'Ovide ; *

* *Fast. L.*
IV. v. 337.

*Est locus in Tiberim quo lubricus infuit Almon,
Et nomen magno perdit ab anne minor.
Illic purpurea canus cum veste Sacerdos
Almonis dominam sacraque lavit aquis.*

Un habile Commentateur d'Ovide remarque ici d'après *Prudence*, qu'on lavoit une pierre noire, qui étoit le simulacre de la Déesse. *Ammien Marcellin* (*) ajoute, qu'on lavoit aussi le char de la Déesse, tout comme Tacite nous le dit ici du char de la Terre, & ailleurs (**) de la Statue & du Temple de Junon, pour la lustration desquels on se servoît de l'eau de la Mer. *Hecate*, qui porte aussi le nom de la Terre, étoit lavée par les Cabires dans le Lac d'Acheron, à cause que s'étant une fois approchée trop près d'un cadavre, elle en avoit contracté quelque souillure, comme le rapporte un Scholiaste de

Nun 2

Theo-

(*) *Ante diem sextum Kal. (Aprilis) quo Roma matri Deorum pompa celebrantur armatæ, & carpentum, quo vehitur simulacrum, Almonis undis ablui perhibetur. L. XXIII. c. 3. p. 336.*

(**) *Propitiata Juno per matronas, primum in Capitolio, deinde apud proximum mare: Unde laus: aqua templum & simulacrum Deæ profusum est. Annal. L. XV. c. 44.*

Theocrite. (*) De là venoit encore, que les Déesſes en quittant la Terre, pour rentrer dans le ſéjour ſacré du Ciel, paſſoient auparavant par une luſtration, qui les nettoyoit des impuretés qui provenoient, tant des lieux terreſtres, que de la Société des hommes. (**)
Il n'eſt donc pas ſurprenant que la Déeſſe *Erdamm* à ſon retour, ait été purifiée dans ce lac écarté, & ne ſoit rentrée dans ſon bois ſacré, qu'après avoir recouvré l'état de ſainteté, dans lequel elle en étoit fortie. Je ſuis ſurpris que l'illuſtre *Spanheim*, qui a ſi ſoigneuſement rasſemblé toutes les cauſes de cette ablution des Dieux, n'ait fait aucune mention de celle-là.

Ce n'eſt qu'en doutant, que Tacite rapporte le fait par rapport à la Déeſſe même; & ſi credere velis, numen ipſum abluitur, dit-il. Cet Auteur étoit trop clairvoyant, pour ne pas s'appercevoir que la Déeſſe n'avoit pas beſoin du miniſtere de ſes ſerviteurs pour être purifiée, & pour donner ſur le pied de vérité une choſe, qu'il prévoyoit bien devoir être contredite par toute perſonne tant ſoit peu éclairée. Par *numen ipſum*, il entend donc, ſuivant l'expreſſion également uſitée chez les Grecs & chez les Romains, *l'image*, ou le *ſymbole* de la Déeſſe; & il prend lui-même ce mot dans ce ſens en divers autres endroits. C'eſt ainſi que dans un paſſage cité peu auparavant, il dit *Junonem propitiatam*, quoiqu'il ne s'agiſſe auſſi que de l'ablution de ſon ſimulacre; & dans ſes Annales, * parlant de Temples & de Statués en pillage aux ennemis, il s'exprime ainſi; *Deos in prædam ceſſiſſe*. Les Ambraciens employent le même tour dans leurs lamentations, rapportées par Tite Live; † *templa tota urbe ſpoliata ornamentiſ: ſimulacra Deûm, Deos demum ipſos convulſos ex ſedibus ſuis ablatoſ eſſe*. Par la même raiſon, lorsque Sylla eut enlevé la Statuë de *Mi-*

uêi ve

(*) Sur ce Paſſage *Idyll. II. v. 12. ἐκεῖνθς δὲ ἐπὶ τὴν Ἀχερῆσσαν λίμνην ἀπαγαγόντας ἀγίλας*

(**) *Lata redit Juno, quam coelum intrare paratam
Roratis luſtravit aquis Thaumantias Iris.*

Metam. L. IV. v. 478.

* L. XV.
† 45.

LXXXVIII
† 43.

nerve Alalcomene, son Temple, dit Pausanias, fut deserté, *comme étant privé de la Déesse*. (*) Je m'abstiens de rapporter un plus grand nombre d'autorités sur une matiere fort connue, & dont presque tous les Auteurs parlent.

C'est une chose universellement avouée, que les Germains, dès leur origine, ont eu un extreme éloignement pour les statües, ou simulacres, qui représentoient les Dieux sous la figure humaine; & Tacite lui-même l'enseigne formellement au Ch. IX. de ce Traité. (**) Cependant au même endroit, il témoigne que les Images & les Symboles des Divinités entroient dans le culte religieux chez les mêmes Nations. (***) Il ajoute encore, que les Germains avoient coûtume de donner à l'interieur des forêts & des bocages les noms des Divinités, parce qu'ils y vénéroient des arbres fort hauts, & des chênes d'une grande antiquité. Il se peut faire que dans la suite, l'exemple des Grecs & des Romains qui avoient tant d'ardeur pour le culte des Images, ait porté les Germains à l'imitation d'une coûtume qu'ils avoient d'abord rejetée, comme indigne des Dieux, se contentant de les représenter par quelques symboles, sans les rabaisser jusqu'à la ressemblance des hommes. Je croirois donc, que le symbole de cette Déesse *Erdamm* étoit peut-être une *pierre noire*. Au moins telle étoit l'image de la *Mère de Pesnunte*, qui est la même que la Terre, & qui, suivant le rapport de Tite Live, (****) fut apportée à Rome. On a vû ci-dessus que c'étoit une *pierre noire*, qu'on alloit solennellement laver au fleuve Almon. Et il ne faut pas s'étonner que la *Mère des Dieux* ait été une pierre, puisqu'elle

Nnn 3 . . . étoit

(*) ὡς ἐρημωμένης τῆς Θεᾶς. Pausan. L. IX. c. 33. p. 777.

(**) Ceterum nec cohibere parietibus Deos, neque in ullam humani oris speciem adsimilare ex magnitudine coelestium arbitrantur. l. cit.

(***) Suevos Signum Isidis in modum Liburnæ (navis) figuratum colere. Ibid.

(****) Attalus legatos (Romanorum) comiter acceptos Pesnuntiem in Phrygiam deduxit; sacrumque iis lapidem, quem matrem Deum esse incolæ dicebant, tradidit. T. Liv. L. XXIX. c. 11.

étoit sortie de ce grand Rocher sacré, qui portoit le nom d'*Agdus*,
 * *Ad. gent.* comme Timothée le Theologien le prouve dans *Arnobé*, * par des
 L. V. p. 158. argumens tirés des livres les plus secrets de l'Antiquité, & du fonds
 même des mysteres. D'où venoit l'usage des Magnesiens, de mettre
 sur une *Pierre* le simulacre le plus ancien de la Déesse, pour désigner
 † *Pausan.* par là son origine. † Autrefois même, chez tous les Grecs, les
 Lacon. c. XXII. simulacres des Dieux étoient des *pierres brutes*, ἀργυοὶ λίθοι. *
 p. 266. * *Idem A.* Comme donc les pierres sont faites de terre, & lui ressemblent
 chalc. c. XXII. par leur couleur, rien n'étoit plus propre à servir de symbole à la
 p. 579. Déesse *Erdamm*, qu'une pierre noire. On trouve que les Arabes
 ont aussi un semblable objet de culte. On peut consulter Mr. Cuper,
 qui, dans ses Notes sur le Traité de Laclance, de *Mortibus Persecu-*
 † p. 156. *torum*, † a traité fort au long du culte religieux anciennement rendu
 aux pierres.

Ajoutons que les Germains, de même que les Anglois & les
 Gaulois, sont demeurés fortement attachés pendant longtems à leur
 ancien culte des pierres, de sorte que plusieurs Decrets réitérés des
 Conciles ont eu beaucoup de peine à déraciner cette superstition in-
 veterée, & à détourner ces *adorateurs de pierres* de leur culte,
 comme on peut s'en convaincre dans *Keyser*, *Cuper* & *Rudbeck*.

Si quelqu'un pourtant aimoit mieux avancer, que le Symbole de
 la Déesse *Erdamm* étoit un *tronc*, ou une grosse *tige* d'arbre, je ne
 m'y opposerois pas, car c'est également une production de la Terre,
 adhérente à la Terre, & propre par conséquent à la représenter.
 L'ancien Dieu *Terme* étoit, tantôt une pierre, tantôt un tronc, com-
 me le prouvent les passages d'Ovide (*) & de Lucain, (**) cités au
 bas

(*) *Termine, sive lapis, sive & defossus in agro*
Stipes, ab antiquis, sic quoque numen habes.

Fast. L. II. v. 641.

(**) ——— *Simulacraque moesta Deorum*
Arte carent, cæcisque extant informis truncis.

Lucan. L. III. v. 413.

bas de la page. * Le simulacre de Diane à Icare étoit *un bois non travaillé*, ξύλον ἐν ἐργασμένον; celui de Junon chez les Thespiens, un tronc coupé, πρέμνος ἐνκεκομμένη, & la même Divinité étoit représentée à Samos par une foughe, σάμψ. C'est Clement d'Alexandrie qui fournit ces détails, † en se moquant de l'Idolatrie Payenne, & il remarque qu'originaiement toutes les Statuës des Divinités n'étoient que des colonnes de bois, ou de pierre. *

* Voy. aussi les Comment de Tibulle, sur Eleg. I. v. 15.

† Cohort. ad Gent. p. 40. Edit. d'Oxf.

* Voy. aussi Cuper, l. c. p. 160.

De tout ceci je crois pouvoir conclurre avec beaucoup d'apparence de verité, que le symbole de la Déesse *Erdanim* doit avoir été une pierre, une foughe, ou un tronc, & que ce symbole portoit le nom de *numen*, ou *Dea*, par l'effet d'une coûtume solennelle à toutes les Nations.

Il est dit que les *serviteurs*, ou *esclaves*, vaquoient à la fonction de laver la Déesse, *servi ministrant*; & cela peut se rapporter à toutes sortes de services en general, (*) aussi bien qu'à celui de laver, comme le mot de διακονεῖν en Grec. Mais dans cette occasion ces pauvres gens étoient bien mal récompensés de leurs services, puisqu' aussi-tôt ils étoient engloutis par le lac, *quos statim idem lacus haurit*, dit Tacite. (**). Les Payens ont cru que la Terre, qui étoit la même qu' Hecate & Proserpine, exergoit sa domination jusqu'au fonds des lacs, & même jusqu'aux Enfers. C'est par cette raison que ceux qui s'exposoient à la mort pour leur Patrie, se devoient à la Terre & aux Dieux Manes, TELLURI & DIIS MANIBUS, comme cela paroît par l'exemple des *Decius*, que Tite Live rapporte. † On

† L. 8. c. 9. & L. 10. c. 27. 29.

(*) ——— Manibusque ministrat
Niliacis crystallinis aquis.

Idem Lucan. L. X. v. 159.

(**) C'est dans ce sens d'engloutir que Tacite, & les meilleurs Auteurs prennent les mots de *haurire* & *vorare*. *Septimum os Rhœni paludibus HAURITUR*. Tac. eod. Lib. C. I. *Duobus in conspectu in præcipitum gurgitem HAUSTIS*, T. Liv. L. XXIX, c. 31. & enfin Virg. *Æneid. L. I. v. 121.*

* T. III. p. trouve dans Muratori * cette Inscription; TE TELLUS SAN-
1364. Voy COTOSQUE PRECOR PRO CONJUGE MANES:
aussi p. 1676.

VOS ITE PLACIDI; TU LEVIS OSSA TEGAS.

Joignez à cela, qu'un Lac écarté & situé dans l'intérieur d'un bois, étoit fort commode pour la Déesse, lorsqu'elle vouloit exercer son Empire aux Enfers. Tel étoit ce Lac tant vanté, l'Averne, embouchure des Enfers, dont Virgile a donné la description. (*)

† Atlant. Rudbeck rapporte † aux Peuples Septentrionaux l'origine de ces fo-
Part. I. c. 22. rêts, de ces fleuves, de ces Lacs, & de ces portes des Enfers.

Il semble donc que la Déesse ait saisi par les pieds ces esclaves qui se tenoient sur le bord du Lac, après l'avoir lavée, & qu'elle ait entraîné ces misérables au fonds du Styx, à peu près comme on raconte que les Crocodiles s'emparent des hommes qui entrent dans le Nil. En effet, suivant une tradition très ancienne des Germains, il y avoit une sorte de Divinité, ou Genie malin, & cruel, caché dans les rivières & dans les Lacs, qui faisoit les personnes qui y entroient, & les suffoquoit dans les eaux. On lui donnoit le

• Voy. Olaus nom de *Nokka*, *Nikke*, ou *Nikkur*, * qui s'est conservé dans nos
Worm. Mo- contrées parmi le vulgaire, où l'on s'en sert pour détourner les
n. 17. Danic. enfans de l'envie de nager dans les Lacs & dans les Rivières, en
L. I. leur disant qu'ils seront pris par la *Wasser - Nik*, ou *Wasser-Mutter*. Il paroît également bien venir de *Neigen*, tirer, & de *Nücken*, à cause des niches, ou embouches malicieuses que ce mauvais génie tend, quoique je n'ignore pas que le même nom est

aussi

(*)

——— *Rapidus FORAT aquora vortex.*
Spelunca alta fuit, vastoque immanis hiatus
Scrupes, tota lacu nigro, nemorumque tenebris, &c.

Æneid. L. VI. v. 337. &c.

ausfi donné à Neptune. Il y a dans Suctone (*) un paffage qui fait voir, que les Grecs & les Romains attribuoient à *Orcus*, ou Pluton, la force redoutable de tirer par les pieds les mortels aux Enfers. Quoique l'endroit en queftion foit obfcur, qu'on en ait donné diverfes interpretations, & que *Burmam*, un des plus grands Critiques, l'ait regardé comme inexplicable; on peut pourtant s'en démêler avec aflez de fuccès, en rapportant le fens au fujet dont nous venons de faire mention. Cette image de Pluton, autrement dit *Orcus*, qui avec toute la Cour infernale, tire par les pieds aux Enfers, exprime le danger éminent où la cruauté de Neron mettoit les Senateurs. *Ducere pedes* eft la même chofe que *trahere*, tirer aux Enfers. Horace s'eft fervi dans ce fens de ce dernier mot, & de celui de *raperere*. (**) C'eft encore de même qu'on dit; *ducere bellum*, *ducere in crimen* &c.

C'étoit là une trifte récompense que la Déesse *Erdamin* accordoit à fes fideles ferviteurs, elle ne les traitoit pas en mère, mais en marâtre très injufte; il auroit beaucoup mieux valu ne

(*) *Datus Asellanarum hiftorio in cantico quodam, ὕψιαινε πᾶτερ; ὕψιαινε μῆτερ*, ita demonftraverat ut bibentem natantemque faceret, exitum fcilicet *Claudii Agrippinae* fignificans; & id noviffima claufula:

Orcus vobis ducit pedes,

Senatores geftu nolaret. Suet. in *Neron.* c. 40.

(**) — — — Sed me

Imperiofa TRAHIT Proferpina. .

Lib. II. *Serm.* 6. fine.

— — — Sed improvifa leti

Vic RAPUIT, RAPIETQUE gentes.

Lib. II. *Ode* 33. v. 19.

Ad Stygios mames laceratus ducitur orbis.

Petron. c. 131.

l'avoir jamais connue que de la connoître à ce prix là. C'est ce qui arrache à Tacite cette exclamation; *Arcanus hinc terror, sanctaque ignorantia, quid sit illud, quod tantum perituri vident.* C'étoit une opinion presque universellement répandue chez les Nations, qu'on ne pouvoit voir les Dieux impunément, & qu'ils ne se présentent jamais aux yeux des mortels, sans les mettre dans un danger de mort très éminent. Homere, cet Auteur où l'on puise la connoissance des Dieux & de la Theologie secrete, aussi bien que celle des Heros & des grands hommes; Homere l'avoit déjà enseigné. (*) Cette idée tiroit son origine de l'extreme intervalle qui sépare les Dieux d'avec les hommes, & du sentiment de la foiblesse humaine, qui ne sauroit soutenir la lumiere celeste, qui accompagne la présence Divine; mais surtout cette crainte tiroit sa principale force des remors d'une conscience, vivement émue par l'idée de la présence d'une Divinité souverainement sainte. Aussi, dans le siecle d'or, & dans l'état d'innocence primitive, on raconte * que les hommes pouvoient voir les Dieux sans aucun danger, & que les plus saints d'entr'eux étoient même admis à la Table des Dieux, & recevoient des présents de leur part. *Catulle* (**) chante la même chose, & *Properce* (***) ajoute qu'il étoit même permis dans ce tems là de voir les Déeses nuës. Mais cet heureux siecle ayant été de courte durée, & une race méchante s'étant élevée, on ne put plus voir les Dieux sans courir les plus grands risques, comme de devenir aveugle, d'entrer en fureur, d'être

metamor-

(*) χαλεποὶ δὲ θεοὶ φαίνεσθαι ἐναργεῖς.

Iliad. Y. v. 131.

(**) *Præsentis namque ante domos invisere castas
Calceola nondum spreta pictate solebant,*

De nupt. Thet. & Pet.

(***) *Nec fuerat nudas poema videre Deas,*

Lib. III. Eleg. II. v. 38.

* Pausan.
Arcad. c. 2. p.
600.

metamorphosé en quelque animal, ou de mourir. De là le tremblement des hommes, qui étoient presque pâmés de frayeur & d'angoisse, à l'apparition d'un Dieu, ou d'une Déesse. * *Pausanias* * Voy. Luc. Deor. Dial. II. 1. décrit avec beaucoup d'emphase le sort de tout profane, qui étoit entré dans le sanctuaire d'Isis, & regardoit les simulacres; aussi-tôt qu'étant sorti, il vouloit raconter à d'autres ce qu'il avoit vu, il expiroit: sur quoi cet Auteur en appelle au vers d'Homere, que nous avons cité ci-dessus. Il étoit surtout extrêmement dangereux pour les hommes de contempler les Déeses; (*) c'étoit même un crime, lorsqu'elles étoient nuës, & qu'elles se lavoient, comme Mr. de *Spanheim* * l'a fait voir au long. Il ne faut donc plus s'étonner que les esclaves, qui avoient lavé la Déesse de la Terre, & qui par conséquent l'avoient vuë toute nuë, ayent péri dans cette occasion, *tantum perituros vidisse*, dit Tacite. Surtout cette Déesse étant la même que Proserpine, l'avoir vuë, c'étoit avoir fini sa carrière, ainsi qu'on l'a montré tout à l'heure; tout comme *voir la mort*, c'est mourir. *Ad Callim. Hym. in Lavacr. Pall. v. 54. Voy. aussi Brockhus. ad Propert. L. IV. Eleg. 9. v. 57.

C'est à cause de cela qu'on employoit des esclaves à cette fonction, pour ne faire que ce que les Latins appellent, *periculum in anima vili*; & c'étoient apparemment des prisonniers de guerre, que les Germains regardoient comme des especes d'animaux, & de victimes. Tacite ajoute, qu'il naissoit de là une *secrete terreur*, & une *sainte ignorance*; c'est à dire qu'on aimoit mieux ne pas connoître la Déesse, que de payer si cher cet honneur. Les Latins, & Tacite en particulier, se servent souvent des mots *d'arcane* &

Ooo 2

sanctus,

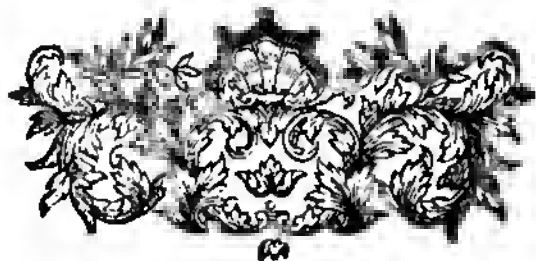
(*) *In prece totus eram, coelestia numina sensi,
Lataque purpurea luce refulsit humus.
Non equidem vidi, (valeant mendacia votum,)
Te Dea, nec fueras aspicienda viro.*

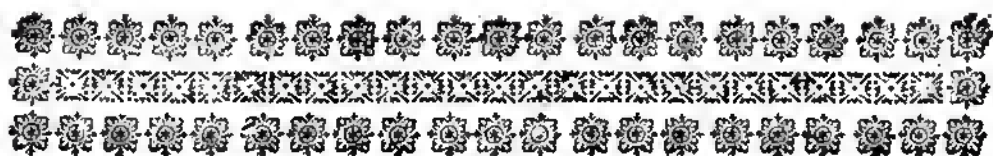
Ovid. Fast. VI. v. 351.

sanctus, mis l'un pour l'autre. *Sanctus* est la même chose qu'*inviolabilis*, & désigne une chose qui inspire une horreur religieuse, & dont on détourne avec empressement les yeux, les mains & les pieds. On trouve une foule d'exemples de ces significations.

Par ce récit, Tacite découvre la source & la nature du Mystère. C'étoit un artifice pour effrayer ceux qui auroient voulu pénétrer dans les détails de ce culte, & pour maintenir les seuls Sacrificateurs dans la possession du secret. Il ne leur falloit pas beaucoup d'art, ni de machines, pour effectuer ce prétendu prodige, & pour précipiter dans les eaux des esclaves qui s'y tenoient, ou qui étoient sur le bord du Lac, après avoir lavé la Déesse.

F I N.





T A B L E.

HISTOIRE DE L'ACADEMIE. Année MDCCXLVII.	pag. 3.
ME'DAILLES.	P. 4.
<i>Le Renouvellement de l'Academie.</i> ODE.	P. 5.
ELOGE de M. de GOLTZE.	P. 9.
- - de M. de BORCK.	P. 18.
- - de M. BERNOULLI.	P. 22.

MEMOIRES DE L'ACADEMIE.

CLASSE de Philosophie Experimentale.

Differtation Phisico-Chymique <i>sur la séparation de l'or d'avec l'Argent, qu'on nomme séparation sèche,</i> par M. ELLER.	pag. 3.
Memoire <i>sur la maniere de dissoudre l'etain dans les acides des végétaux, & sur l'Arsenic qui s'y trouve encore caché, avec les Experiences qui servent de preuves,</i> par M. MARGGRAF.	P. 33.
Experiences Pyrotechniques <i>sur la Topaze de Saxe,</i> par M. POTT.	P. 46.
Examen Pyrotechnique <i>de la Pierre nommée par les Anciens Steatites, & en Allemand, Speckstein,</i> par M. POTT.	P. 57.
Experiences Chymiques <i>faites dans le dessein de tirer un veritable sucre de diverses Plantes, qui naissent dans nos contrées,</i> par M. MARGGRAF.	P. 79.

CLASSE de Mathematique.

- Recherches sur le mouvement des Corps celestes en général; par M. EULER.* pag. 93.
- Solution de quelques Problèmes d'Astronomie, par M. D'ALEMBERT.* P. 144.
- Methode pour trouver les vrais momens, tant des Nouvelles, que des Pleines Lunes, par M. EULER.* P. 154.
- Methode de trouver le vrai Lieu Geocentrique de la Lune, par l'Observation de l'occultation d'une Etoile fixe, par M. EULER.* P. 174.
- Methode de déterminer la longitude des lieux par l'observation d'occultations des Etoiles fixes par la Lune, par M. EULER.* p. 178.
- Memoire sur la force des rames, par M. EULER.* p. 180.
- Recherches sur la Courbe que forme une Corde tendue, mise en vibration, par M. D'ALEMBERT.* p. 214.
- Suite des mêmes Recherches.* p. 220.
- Réflexions sur la dernière Eclipsé du Soleil du 25. Juillet A. 1748. par M. EULER.* p. 250.
- Sur la perfection des Verres objectifs des Lunettes, par M. EULER.* p. 274.
- Observation d'une Eclipsé partielle de Lune, faite à Berlin au mois d'Aout 1746. par M. KIES.* p. 297.
- Observation d'une Eclipsé horizontale de Soleil, au 30. jour du Mois de Mars 1747. par M. KIES.* p. 299.

CLASSE de Philosophie Speculative.

- Dissertation sur Pherecyde, Philosophe de Syre, par M. HENRIUS.* p. 303.
- Les Preuves de l'Existence de Dieu, ramenées aux Notions communes, par M. FORMEY.* p. 341.
- Examen



Examen de la Preuve qu'on tire des fins de la Nature,
pour établir l'Existence de Dieu, par M. FORMEV. pag. 365.

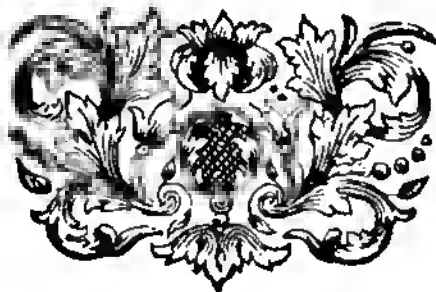
CLASSE de Belles Lettres.

Vie de FRIDERIC GUILLAUME le Grand. p. 387.

Réponse de M. DE MAUPERTUIS. p. 429.

Rélation d'un Voyage fait dans la Laponie Septentrionale,
pour trouver un ancien Monument, par M.
DE MAUPERTUIS. p. 432.

Dissertation sur le Chap. XL. du Livre de TACITE,
des Mœurs des Germains, & en particulier sur
la Déesse HERTHA, HERTHAM, ou ERDAMM,
qui a été autrefois le principal objet du culte dans
la Germanice Septentrionale, par M. ELSNER. p. 446.



E R R A T A.

p. 43. l. 31. trouvent, *lis.* retrouvent.

Les corrections suivantes regardent le *Mémoire de M. de la Condamine*, qui a paru dans le Volume de 1746.

d. 435. l. 15. lavega, *lis.* La Vega.

p. 436. *lis.* p. 437

p. 437. l. 16. Pierre cassée, *lis.* Pierre lassée.

p. 438. l. dern. & en plusieurs autres endroits, Cannar, Cannaris, &c. *lis.* Cañar, Cañaris, &c. suivant l'Orthographe Espagnole, ou Cagnar, Cagnaris, suivant L'Orthogr. Franc.

p. 440. l. 7. à peu de distance, *lis.* assez près.

p. 441. l. 23. quant à ceux de Cañar & à leur peu d'étendue, *lis.* quant au peu d'étendue des batimens de Cañar.

p. 442. l. 23 & 24. la terrasse, *lis.* le mur de la terrasse.

p. 445. consulté, *lis.* consultés.

ibid. Cusco, *lis.* Cusco.

l. 4. boco, *lis.* toco.

l. 8. Cabuarcuna, *lis.* Cabuarcuna.

p. 447. en marge fig. 3. *lis.* fig. 5.

p. 448. l. 3 que, *lis.* qui.

p. 449. l. 2. coins, *lis.* cours.

l. 21. RTVX, *lis.* RSTVX.

p. 450. l. 15. pièces, *lis.* pieces.

l. 28. (gb) *lis.* (gh)

l. 29. (gib) *lis.* (gih)

p. 451. l. 3. entées, *lis.* entrée

l. 5. (gb) *lis.* (gh)

p. 452. l. 13. (b) *lis.* (h)

l. 14. (G) *lis.* (g)

l. 16. (dc) *lis.* (d & c)

l. 17. (b) *lis.* (h)

l. 19: (i, m) La lettre i à laquelle on renvoye, n'est point dans la figure; il faut la placer dans l'intervalle des deux Pièces quarrées, les plus à main droite, cottées e & f.

p. 453. l. 5. de mays d'ynca, *lis.* de mayz, d'yuca.

p. 454. l. 10. *Cieca*, *lis.* *Cieça*.

l. 15. Serville, *lis.* Seville.

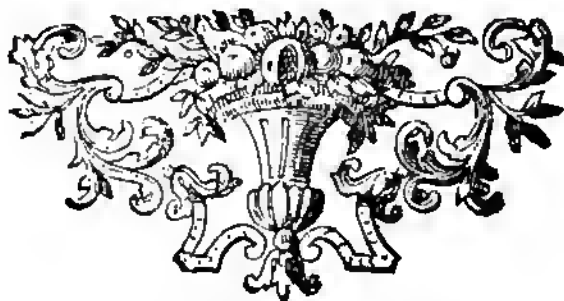
l. 22. detiges, *lis.* de tiges.

l. antep. *Atabualpa*, *lis.* *Atabualpa*.

p. 456. l. 4. *Cieca*, *lis.* *Cieça*.

l. 8, il ajoute, *lis.* ils ajoutent.

l. 21. j'allai. *lis.* j'y allai.



Tab. II.

ad pag. 206.

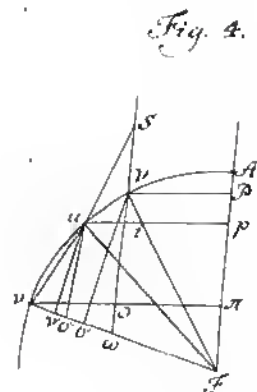
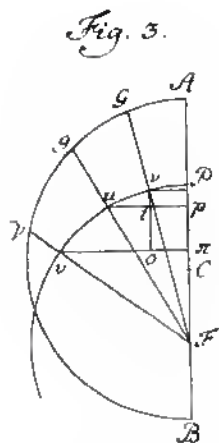
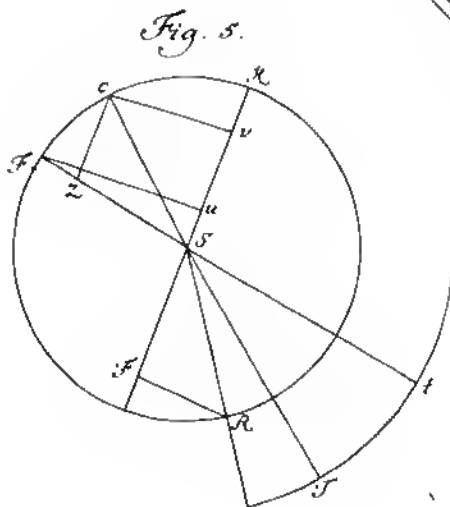
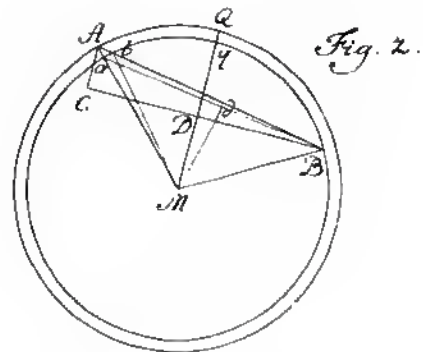
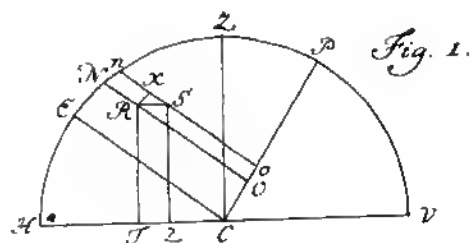


Fig. 1.

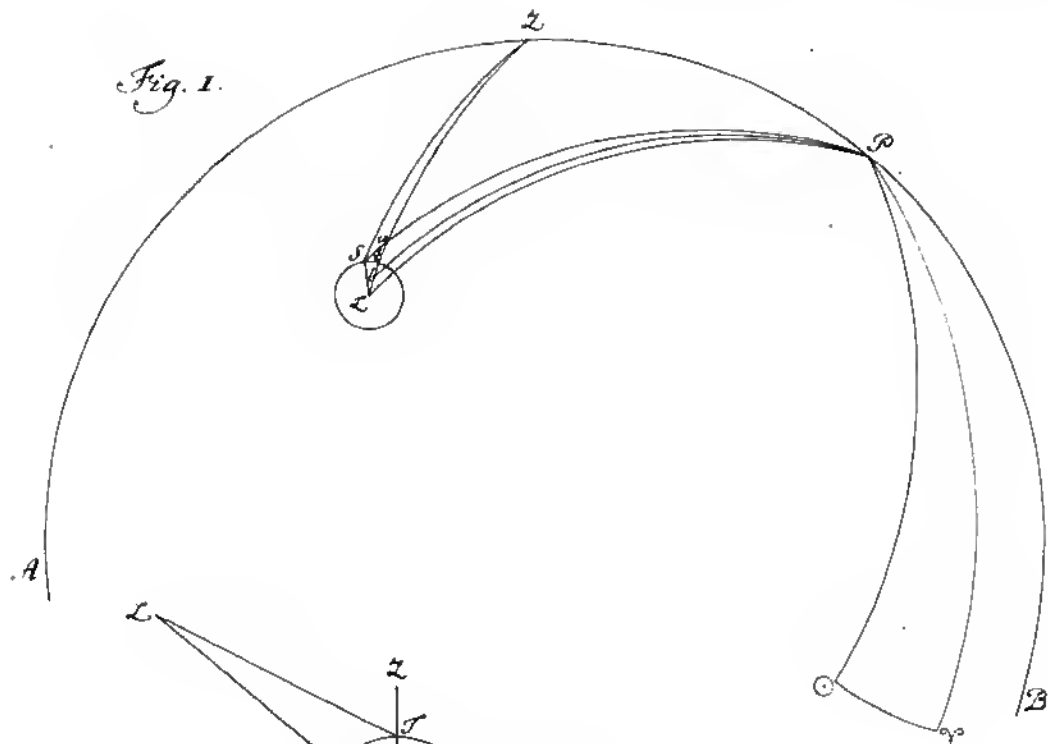


Fig. 2.

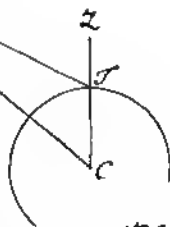


Fig. 1.

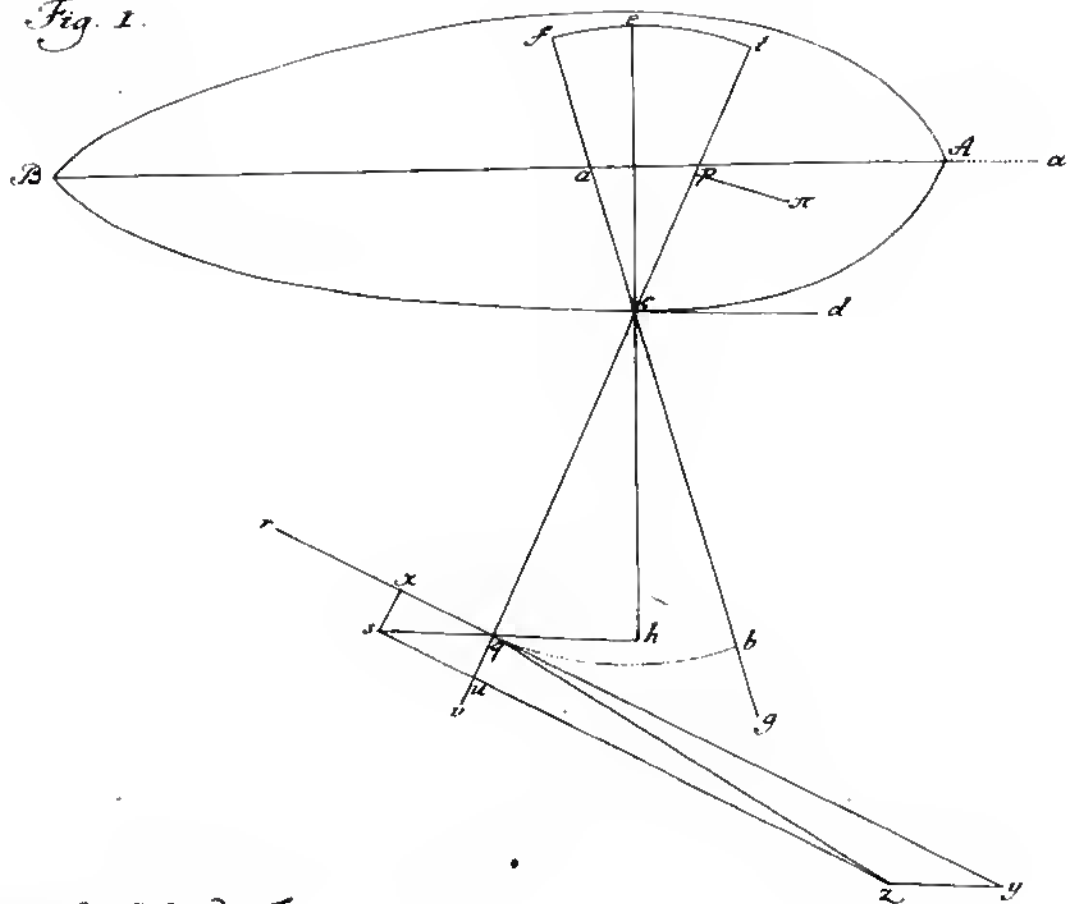


Fig. 1.



Fig. 2.

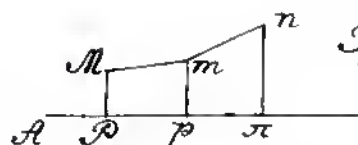


Fig. 3.

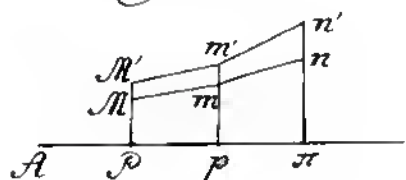


Fig. 4.

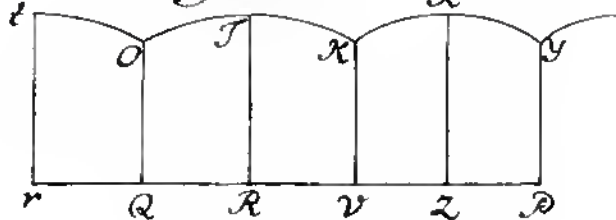
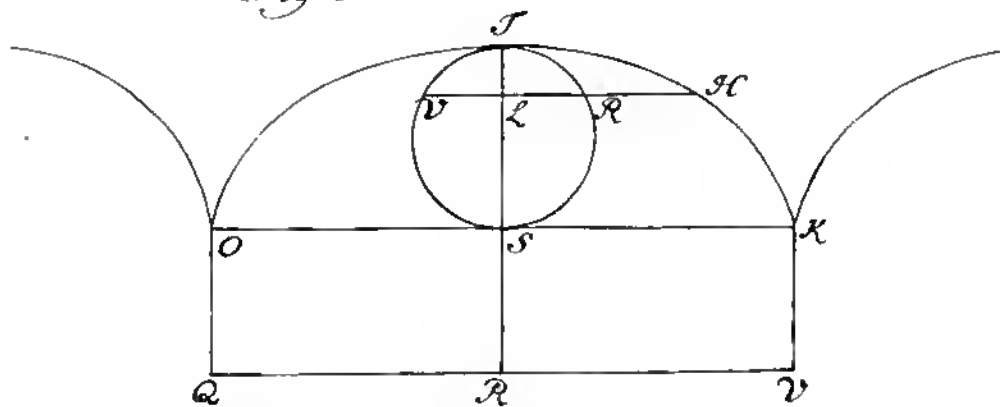
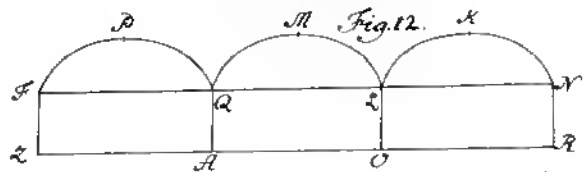
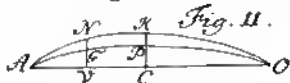
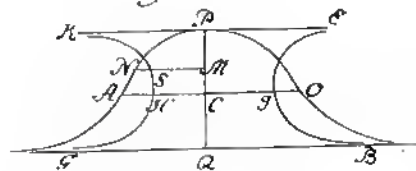
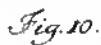
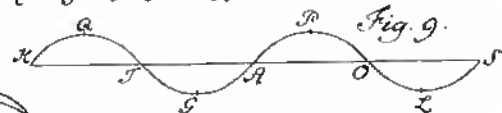
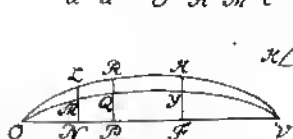
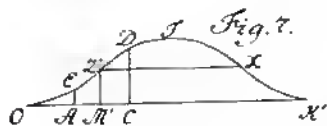
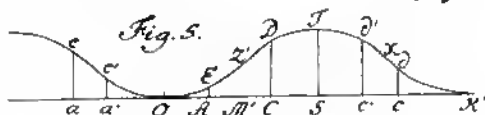
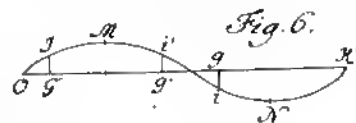
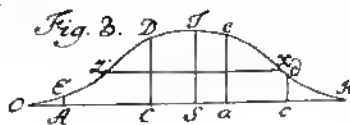
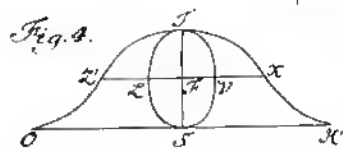
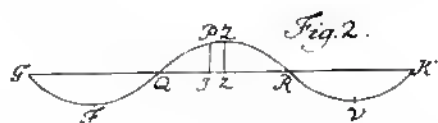
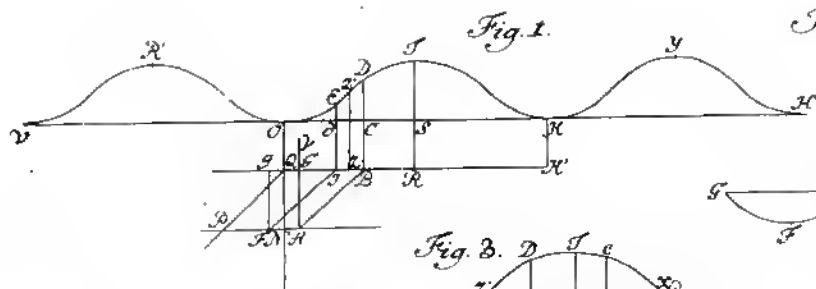


Fig 5





ad pag. 296.

Tab: VIII.

Fig. 1.

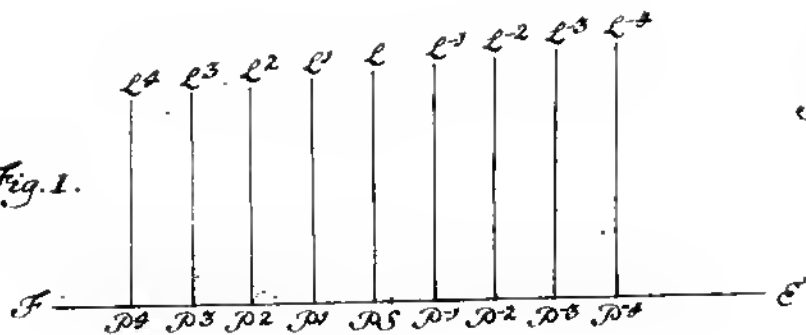


Fig. 2.

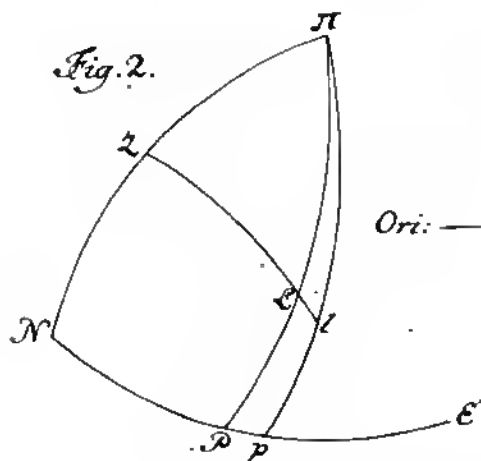


Fig. 5.

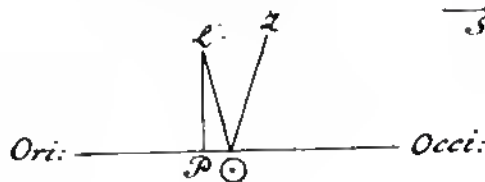


Fig. 4.

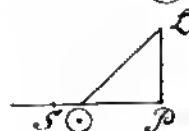


Fig. 3.

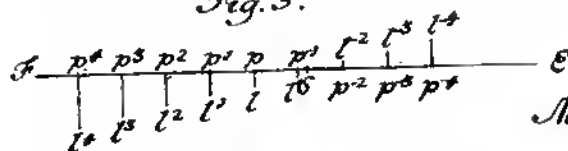
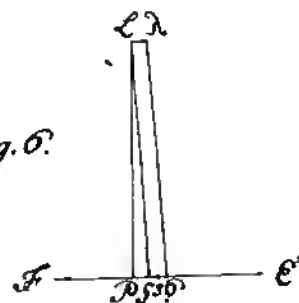


Fig. 6.



Mem: de l'Acad: Tom: 3.
pag: 250.

Wrieth. sc.

Tab. IX.

Fig. 1.

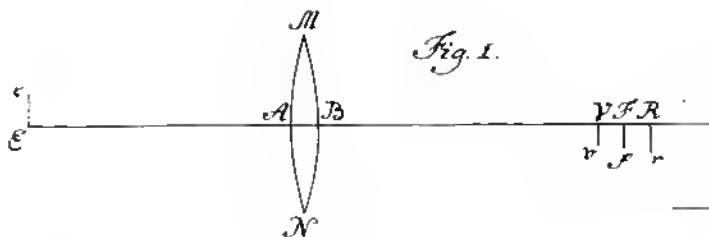


Fig. 2.

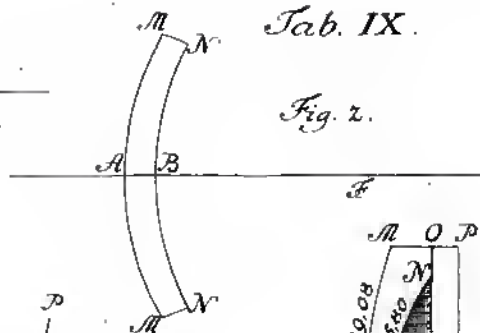


Fig. 3.

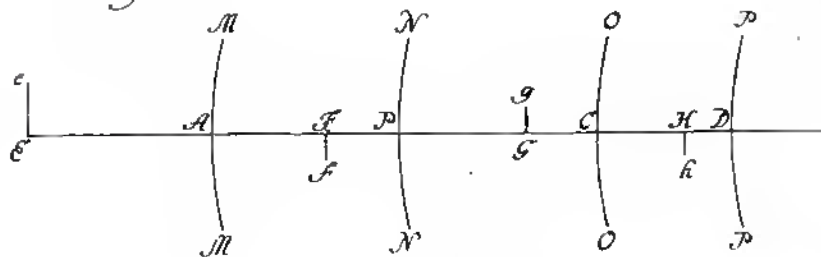


Fig. 5.

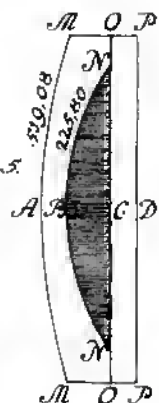


Fig. 4.

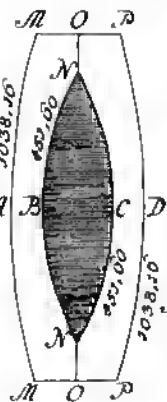
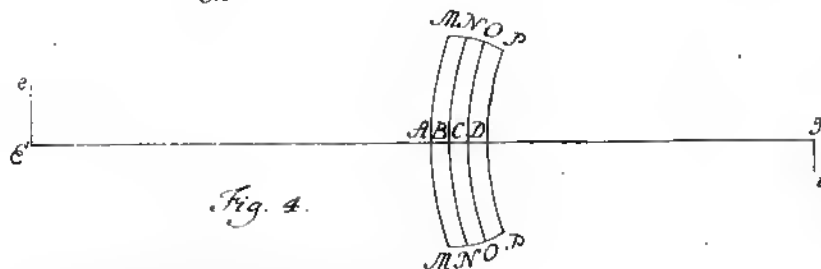


Fig. 6.